

文章编号: 1001-0920(2013)03-0434-05

基于属性排斥矩阵的约简方法

尹林子, 阳春华, 王晓丽, 桂卫华

(中南大学 信息科学与工程学院, 长沙 410083)

摘要: 针对启发式算法难以获得最小约简的问题, 研究最小约简约束下属性之间的排斥特性, 提出了针对部分最小约简必要条件的属性排斥矩阵. 在此基础上, 分别结合典型加法类和减法类启发式约简算法提出两种改进的基于属性排斥矩阵的启发式属性约简算法, 采用 UCI(加州大学欧文分校)机器学习数据集所进行的测试结果表明, 属性排斥矩阵能够全面提高启发式属性约简算法的性能, 有利于获得最小约简.

关键词: 属性排斥矩阵; 最小约简; 属性约简

中图分类号: TP18

文献标志码: A

Reduction method based on attribute repulsion matrix

YIN Lin-zi, YANG Chun-hua, WANG Xiao-li, GUI Wei-hua

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: YANG Chun-hua, E-mail: ychh@csu.edu.cn)

Abstract: In order to calculate a minimal reduct based on a heuristic reduction algorithm, the character of attribute repulsion related to the minimal reducts is analyzed and an attribute repulsion matrix is proposed. On this basis, by combining some classical addition and deletion methods, two improved heuristic reduction algorithms based on the attribute repulsion matrix are presented. The experimental results on some UCI(UC Irvine) machine learning data sets show that the proposed attribute repulsion matrix can completely improve the quality of reduct and is helpful for a heuristic algorithm to calculate the minimal reduct.

Key words: attribute repulsion matrix; minimal reduct; attribute reduct

0 引言

属性约简是粗糙集理论研究的一个热点^[1], 其中最小约简由于具有最少的属性个数, 通常被视为属性约简的最优结果. 然而, 最小约简的求解是一个 NP 难题^[2], 其计算复杂度会随着样本数目的增加而呈指数增加, 为此大多数研究者退而求其次, 提出启发式算法来求解次优约简(即大部分情况下可获得最小约简)^[3-6]. 该类算法的特点在于利用不同的定义计算属性的重要度, 并以此启发选择属性.

事实上, 由于最小约简求解的是 NP 难题, 不可能获得最小约简属性启发的充分条件, 因此使用最小约简中属性之间满足的必要条件去启发选择属性非常重要, 有利于获得最小约简. 很多启发式算法都关注属性与最小约简有关的一些特性, 却很少分析这些特性是否为最小约简属性启发的充分条件或必要条

件. 常见的属性频率方法以属性的辨识能力为启发条件^[3,7], 但最小约简的属性并不一定是可辨识矩阵中出现频率最大的属性, 该方法既不满足最小约简计算的充分条件, 也不满足任意必要条件, 在最小约简计算方面存在不足. 因此, 研究最小约简中属性满足的必要条件, 并以此改进启发式算法的约简性能具有重要的意义.

本文研究最小约简中属性存在的一些特性, 提出属性排斥矩阵的概念; 在此基础上, 分别针对典型的加法类和减法类启发式属性约简算法^[8-9]提出两种改进的基于属性排斥矩阵的启发式约简算法; 最后, 利用 UCI 标准数据集测试了所提出的排斥矩阵对典型约简算法的改进效果以及改进型约简算法在最小约简计算方面的优势.

收稿日期: 2011-08-05; 修回日期: 2011-10-24.

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(61025015); 国家自然科学基金项目(60874069).

作者简介: 尹林子(1980—), 男, 讲师, 博士生, 从事粗糙集、智能数据处理等研究; 阳春华(1965—), 女, 教授, 博士生导师, 从事智能信息处理、复杂工业过程建模与优化控制等研究.

1 粗糙集基本概念

定义 1 一个决策表定义为一个四元组 $S = (U, C \cup D, V, f)$. 其中: $U = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 为非空有限对象集, $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 为条件属性集, D 为决策属性集, V 为非空属性值集, f 为映射函数.

基于决策表关联的可辨识矩阵, 一种直观的约简判断方法^[10]如下.

定义 2 设矩阵 $M = \{M(x, y)\}$ 为决策表对应的可辨识矩阵, 约简 R 必须满足以下两个条件:

1) 对 $\forall M(x, y)$, 如果 $M(x, y) \neq \phi$, 则

$$R \cap M(x, y) \neq \phi;$$

2) 对 $\forall P \subset R, \exists M(x, y) \neq \phi$ 有 $M(x, y) \cap P = \phi$.

决策表 S 可能存在多个约简, 其中所有约简的集记为 $\text{RED}(S)$, 约简 R_i 称为最小约简当且仅当 $|R_i| \leq |R|, \forall R \in \text{RED}(S)$. $|R|$ 称为 R 的基, 即属性集 R 中属性个数. 决策表 S 所有最小约简的集记为 $\text{MRED}(S)$.

2 属性排斥矩阵

本文从属性之间关联的角度分析最小约简属性满足的一些必要条件, 主要包括基于最小约简的属性吸收性质和基于最小约简的属性排斥性质. 在此基础上, 设计用于最小约简属性启发的属性排斥矩阵.

2.1 基于最小约简的属性吸收

定义 3 决策表 S 对应的二进制可辨识矩阵为 $M = \{m((i, j), k)\}$, 其元素定义如下:

$$m((i, j), k) = \begin{cases} 1, & D(x_i) \neq D(x_j) \wedge c_k(x_i) \neq c_k(x_j); \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

其中: 任意行 $m((i, j), :)$ 包含了 $|C|$ 个元素, 如果元素 $m((i, j), k) = 1$, 则意味着属性 c_k 能够辨识对象 x_i 和对象 x_j . 任意列 $M(c_i)$ 标示了属性 c_i 能够辨识的全部对象对^[10], 因此 $|M(c_i)|$ 越大, 属性 c_i 的辨识能力越强, 但该条件并不是最小约简的必要条件, 最小约简中的属性不一定具有最大辨识能力. 然而, 如果两个条件属性的辨识能力存在包含关系, 则可以得到关于最小约简属性启发的一个必要条件.

定理 1 考虑决策表 S 对应的二进制可辨识矩阵 M , 对于 $c_i, c_j \in C$, 如果 $M(c_i) \cup M(c_j) = M(c_i)$, 则存在最小约简 $R \in \text{MRED}(S)$, 有 $R \cap \{c_j\} = \phi$.

证明 分以下两种情况讨论:

第1种情况, 决策表 S 不存在包含属性 c_j 的约简, 即 $\forall R \in \text{RED}(S)$, 有 $R \cap \{c_j\} = \phi$. 此时, 肯定存在不包含属性 c_j 的最小约简.

第2种情况, 决策表 S 存在包含属性 c_j 的约简, 即 $\exists R \in \text{RED}(S)$, 满足条件 $R \cap \{c_j\} \neq \phi$. 由已知条

件可知, 属性 c_j 的辨识能力可以完全被属性 c_i 代替, 因为 R 可以辨识矩阵中的所有非空行, 所以 $R - \{c_j\} + \{c_i\}$ 也可以辨识矩阵中的所有非空行, 满足定义2的条件1). 此时, $\exists P \subseteq R - \{c_j\} + \{c_i\}$, 满足条件 $P \in \text{RED}(S), P \cap \{c_j\} = \phi$. 显然存在包含属性 c_j 的最小约简, 即 $R \in \text{MRED}(S)$, 从而 $|P| = |R|$, 即必然同时存在不包含属性 c_j 的最小约简.

综上, 无论何种情况, 在已知条件下总存在不包含属性 c_j 的最小约简. $\square$

定理1表明了最小约简属性启发的一个重要性质, 称为基于最小约简的属性吸收性质.

性质 1 在启发式最小约简计算过程中, 如果存在 $M(c_i) \cup M(c_j) = M(c_i)$, 则属性 c_i 可以吸收属性 c_j , 即删除 c_j 不会影响最小约简中属性的数目.

2.2 基于最小约简的属性排斥

最小约简强调能够辨识所有非空行的最小属性集, 因此有些属性不能组合, 否则肯定无法获得最小约简. 换言之, 有些属性之间是相互排斥的.

考虑到加法类启发式算法的特点, 假定某次启发过程选择属性 c_k 加入约简, 则可以删除二进制可辨识矩阵 M 中所有包含属性 c_k 的行, 获得一个新的矩阵 $M_k = \{m_k((i, j), k)\}$.

$$m_k((i, j)) = \begin{cases} m((i, j)), & m((i, j), k) = 0; \\ 0, & m((i, j), k) = 1. \end{cases}$$

基于矩阵 M_k , 可以计算在最小约简约束条件下属性 c_k 能够排斥的属性.

定义 4 在二进制可辨识矩阵 M_k 中, 对于 $\forall c \in C$, 如果 $|M_k(c)| > 0$, 且 $\exists c' \in C$, 有 $M_k(c') \cup M_k(c) = M_k(c')$, 则称属性 c 被属性 c_k 排斥, 记为 $c_k \text{ REP } c$.

定理 2 考虑二进制可辨识矩阵 M , 如果 $\exists R \in \text{MRED}(M)$, 且 $R \cap \{c_k\} \neq \phi$, 则 $\forall R' \in \text{MRED}(M_k)$, 有 $R' + \{c_k\} \in \text{MRED}(M)$.

证明 考虑矩阵 M_k 中的任意最小约简 R' . 由定义2可知, R' 可以辨识矩阵 M_k 中的所有非空行, 故 $R' + \{c_k\}$ 可以辨识矩阵 M 中的所有非空行. 同时, 因为 R' 为矩阵 M_k 中的最小约简, 且 c_k 可以辨识 $M - M_k$ 中的所有非空行, 所以对于矩阵 M 而言, 其最小约简的基只存在两种可能: $|R'|$ 或 $|R'| + 1$. 前者要求 R' 同时为矩阵 M_k 和矩阵 M 的最小约简, 但由已知条件可知, 矩阵 M 存在包含属性 c_k 的最小约简, 即在 $M - M_k$ 中至少存在一个非空行无法被 R' 辨识, 因此 R' 不可能是 M 的最小约简, 故 M 中最小约简的基肯定是 $|R'| + 1$.

因为 $R' + \{c_k\}$ 可以辨识矩阵 M 中的所有非空行且基为 $|R'| + 1$, 故 $R' + \{c_k\} \in \text{MRED}(M)$. $\square$

定理 3 考虑二进制可辨识矩阵 M , 如果 $\exists R \in \text{MRED}(M)$, $R \cap \{c_k\} \neq \emptyset$, 且属性 c 被属性 c_k 排斥, 则矩阵 M 存在不包含属性 c 但包含属性 c_k 的最小约简.

证明 由定理 2 可知, 如果二进制可辨识矩阵 M 存在包含属性 c_k 的最小约简, 则对于矩阵 M_k 中的任意最小约简 R' , 有 $R' + \{c_k\}$ 为 M 的最小约简. 同时, 由于属性 c 被属性 c_k 排斥, 由定理 1 可知, 在二进制可辨识矩阵 M_k 中肯定存在不包含属性 c 的最小约简. 因此, 在已知条件下, 矩阵 M 存在不包含属性 c 但包含属性 c_k 的最小约简. $\square$

定理 3 阐述了最小约简中属性满足的一个性质 (必要条件), 称为基于最小约简的属性排斥性质.

性质 2 在以最小约简为目标的属性约简算法中, 如果二进制可辨识矩阵 M 存在包含属性 c_k 的最小约简, 且属性 c 被属性 c_k 排斥, 则删除 c 不会影响矩阵 M 中最小约简属性的数目.

2.3 属性排斥矩阵

为便于将性质 2 应用于启发式约简算法, 下面给出属性排斥矩阵的定义.

定义 5 决策表 S 的二进制属性排斥矩阵 $M_{AR} = \{m_{AR}(i, j)\}$ 定义为

$$m_{AR}(i, j) = \begin{cases} 1, & c_j \text{ REP } c_i; \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

如果 $m_{AR}(i, j) = 1$, 则意味着属性 c_j 排斥属性 c_i . 行 $m_{AR}(i, :)$ 代表能够排斥属性 c_i 的条件属性集, 列 $M_{AR}(j)$ 代表属性 c_j 能够排斥的属性集, 属性排斥矩阵的大小取决于决策表条件属性的数目, 与决策表中对象的数目无关, 因此可以适应于大数据集的处理. 基于属性排斥矩阵, 可以快速获得高质量的最小约简属性启发策略.

定理 4 在属性排斥矩阵 M_{AR} 中, 对于任意非空行 $m_{AR}(i, :)$, 如果 $\exists R \in \text{MREDS}(M)$, 满足条件 $m_{AR}(i, :) \cap R \neq \emptyset$, 则矩阵 M 存在不包含属性 c_i 的最小约简.

证明 由于 $m_{AR}(i, :) \cap R \neq \emptyset$, 可假定 $m_{AR}(i, j) = 1$ 且 $c_j \in R$. 由定义 5 可知, 属性 c_j 能够排斥属性 c_i . 结合定理 3 可知, 矩阵 M 存在不包含属性 c_i 的最小约简. $\square$

在实际的启发式最小约简计算过程中, 定理 4 中的已知条件是不可预知的, 但可以进行合理的假设. 因为在能够排斥属性 c_i 的条件属性集中, 只要存在一个属性包含在任意一个最小约简中就可以满足条件. 显然, $|m_{AR}(i, :)|$ 越大, 能够排斥属性 c_i 的条件属性越多, 从而更有可能与某一个最小约简存在交集. 因此, 在启发式最小约简的计算过程中, 如果 $|m_{AR}(i, :)| >$

$|m_{AR}(j, :)|$, 则属性 c_i 更可能成为冗余属性.

此外, 矩阵 M_{AR} 的列也包含丰富的信息, 每一列中非空元素越多, 该属性可以排斥的属性越多, 因此该属性更有可能包含在最小约简中. 结合行信息和列信息可以获得如下属性启发策略.

策略 1 在属性排斥矩阵 M_{AR} 中, 考虑 $m_{AR}(i, j) = 1$, 如果

$$m_{AR}(i, :) = \max(m_{AR}(k, :)),$$

$$M_{AR}(j) = \max(M_{AR}(k)), \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

则启发属性 c_i 为冗余属性.

由于策略 1 包含了 2 个约束条件, 在实际计算过程中有可能只存在满足其中 1 个约束条件的属性, 此时应优先启发满足第 2 个约束条件的属性, 即应该从包含最大列属性的行中挑选最大的行. 这样处理主要是因为具有最大排斥能力的属性极有可能包含在最小约简中, 尽管最小约简强调整体辨识能力, 但也不能忽视单个属性的辨识能力, 毫无疑问, 具有最大排斥能力的属性更有优势.

3 基于属性排斥矩阵的启发式约简算法

属性排斥矩阵包含了丰富的关于最小约简的信息, 可以方便地实现冗余属性启发. 但是, 对于部分可辨识矩阵, 其对应的属性排斥矩阵可能为空, 从而限制了排斥矩阵的应用, 此时需要借鉴融合其他的启发策略.

通常, 按照启发方式的不同, 可以将启发式算法分为加法类和减法类^[8]. 前者每次选择一个属性加入约简, 后者则每次从可辨识矩阵中删除一个非核属性. 本文在参考一些典型的加法类和减法类启发式算法的基础上^[7-8], 结合属性排斥矩阵提出了两种改进的属性约简算法.

算法 1 改进的加法类最小约简计算算法.

输入: 二进制可辨识矩阵 M ;

输出: 属性子集 R .

Step 1: $R = \emptyset$.

Step 2: 计算核属性 $\text{core}(M)$, $R = R \cup \text{core}(M)$, 删除所有与 R 相交不为空的行. 如果矩阵为空, 则结束, 否则转 Step 3.

Step 3: 基于性质 1 计算被吸收冗余属性. 如果不存在冗余属性, 则转 Step 4, 否则删除冗余属性所在的列, 转 Step 2.

Step 4: 计算属性排斥矩阵. 如果矩阵不为空, 则转 Step 5, 否则转 Step 6.

Step 5: 计算具有最大列的属性集 B . 删除所有与 B 相交为空的行; 计算最大的行 $m_{AR}(i, :) =$

$\max(m_{AR}(k, :))$. 从可辨识矩阵 M 中删除所有包含属性 c_i 的列, 转 Step 2.

Step 6: 从 M 中挑选具有最大辨识能力的属性 c_i $= \max(|M(c_k)|), k = 1, 2, \dots, n, R = R \cup \{c_i\}$, 删除所有包含属性 c_i 的行, 转 Step 2.

在 Step 5 中可能出现多个满足条件的候选属性, 此时可以随便选择一个. 在具体程序实现时, 可以假设属性是按照先验知识从高到低排列的, 因此可以选择所有候选属性中的最后一个.

算法复杂度分析: 设决策表 $|U| = m, |C| = n$, 其对应的可辨识矩阵具有 $m \times m$ 个元素, 但该矩阵为对称矩阵, 因此实际最多只存储 $m(m-1)/2$ 个元素, 每个元素最多包含 n 个属性, 故二进制可辨识矩阵的最大存储需求为 $m(m-1)n/2$. Step 2 的时间需求主要取决于可辨识矩阵的非空元素, 最大为 $m^2/2$. Step 3 的计算主要涉及条件属性数目, 时间需求为 $n(n-1)/2$. Step 4 和 Step 5 取决于排斥矩阵的大小, 时间需求分别为 n^2 和 $2n^2 + 2n$. Step 6 的时间复杂度为 n . 可见, 算法 1 的主要时间消耗集中在 Step 2、Step 4 和 Step 5, 一次属性启发的时间复杂度为 $O(m^2 + n^2)$, 因此整个算法的时间复杂度为 $O(m^2n + n^3)$. 空间复杂度主要取决于二进制可辨识矩阵的大小, 为 $O(m^2n)$.

算法 2 改进的减法类最小约简计算算法.

输入: 二进制可辨识矩阵 M ;

输出: 约简 R .

Step 1 ~ Step 5 与算法 1 一致.

Step 6: 从 M 中挑选具有最小辨识能力的属性 $|c| = \min(|M(c_k)|) > 0, k = 1, 2, \dots, n$, 删除属性 c 所在的列, 转 Step 2.

由于每一步骤的时间复杂度一致, 算法 2 与算法 1 的时间复杂度以及空间复杂度均一致.

在约简性能方面, 算法 2 可以保证计算结果为约简, 而算法 1 无法从理论上保证每一次的结果均为约简, 因此算法 2 有利于获得约简. 但是, 从最小约简的角度分析, 算法 2 相对而言比算法 1 保守一些. 造成这一差异的原因本质上是由加法类和减法类约简算法的特点决定的, 减法类启发算法越到后期属性启发的可信度越低, 如果减法类算法没有属性启发的约束条件, 获得最小约简的概率将很低, 而加法类一般不存在这个问题, 因此减法类算法在计算最小约简时具有强保守性. 在算法 2 中, 由于小的可辨识矩阵对应的属性排斥矩阵往往不为空, 属性排斥矩阵将大大改善算法 2 的保守性, 有利于获得次优约简甚至最小约简.

实例 1 设某个决策表 S 对应的二进制可辨识矩阵

$M =$

[1 100 000; 1 010 000; 1 001 000; 0 100 100;
0 100 010; 0 010 010; 0 010 001; 0 001 001; 0 001 100].

Step 1: $R = \phi$.

Step 2: 计算核属性, $\text{core}(M) = \phi$.

Step 3: 计算冗余属性, 为空.

Step 4: 计算属性排斥矩阵 M_{AR} . 首先, 计算 M_{AR} 的第 1 列, 即属性 c_1 排斥的属性. 基于定义 4, 从 M 中删除所有包含属性 c_1 的行, 获得

$M_1 = [0 100 100; 0 100 010; 0 010 010;
0 010 001; 0 001 001; 0 001 100].$

由于 M_1 中的属性不满足定义 4, 属性 c_1 无法排斥其他的任何属性, 即 M_{AR} 的第 1 列全部为零. 其次, 考虑属性 c_2 , 对应的矩阵

$M_2 = [1 010 000; 1 001 000; 0 010 010;
0 010 001; 0 001 001; 0 001 100],$

有

$M_2(c_5) \cup M_2(c_4) = M_2(c_4),$

$M_2(c_6) \cup M_2(c_3) = M_2(c_3),$

因此 M_{AR} 的第 2 列为 $[0 000 110]^T$. 依次计算所有的列, 获得矩阵 M 对应的排斥矩阵为

$M_{AR} = [0 000 000; 0 000 000; 0 000 000;
0 000 000; 0 101 000; 0 110 000; 0 011 000].$

Step 5: 满足判决条件的候选属性为 $\{c_5, c_6, c_7\}$. 选择 c_7 为启发属性, 从 M 中删除第 7 列; 转 Step 2, 计算核属性

$\text{core}(M) = \{c_3, c_4\}, R = R \cup \text{core}(M);$

删除包含 c_3 和 c_4 的行, 则

$M = [1 100 000; 0 100 100; 0 100 010];$

执行 Step 3, 删除冗余属性 $\{c_1, c_5, c_6\}$; 转 Step 2, 计算核属性 $\text{core}(M) = \{c_2\}, R = \{c_2, c_3, c_4\}$, 矩阵 M 为空, 算法结束.

算法输出结果为 $R = \{c_2, c_3, c_4\}$, 该结果为最小约简. 由于并没有涉及 Step 6, 算法 1 与算法 2 的结论一致.

4 实验分析

为了验证属性排斥矩阵在数据约简中的作用, 本文采用标准 UCI 数据集测试对比分析算法 1 与典型加法类算法以及算法 2 与典型减法类算法的约简性能, 4 个算法的约简结果如表 1 所示. 其中: 典型加法类算法为属性频率算法^[9], 每次启发具有最大辨识能力的属性加入约简; 典型减法类算法^[11]先计算核属

性,然后启发删除最小辨识能力的属性.考虑到部分数据集包含实数型数据,对部分数据实行了均匀离散化,如 wine 4 表明 wine 数据集的所有实数型数据被均匀离散化为 4 个区间.

表 1 UCI 测试数据集约简结果

名 称	UCI 数据集		典型算法		本文算法	
	样本	属性	加法	减法	算法 1	算法 2
Spect.test	187	22	17	16	16	16
Spect.train	80	22	15	15	14	14
Wine4	178	13	7	6	6	6
Wine2	178	13	12	11	11	11
Sonar2	208	60	20	20	18	18
Iono2	351	33	19	17	17	17
Iono4	351	33	8	10	8	9
Liver discorders	345	6	3	3	3	3
Voting records	435	16	10	9	9	9
Tic-tac-toc	958	9	8	8	8	8

从表 1 的数据对比结果可以看出:

1) 减法类算法由于可以获得约简,其约简效果普遍好于加法类算法,但对于 Iono 4 数据集,加法类算法的约简效果好于减法类算法,该现象主要归咎于减法类算法的保守性;

2) 算法 1 的约简效果全面优于典型加法类算法;

3) 算法 2 的约简效果全面优于典型减法类算法;

4) 算法 1 的输出全部为最小约简,算法 2 的输出大部分为最小约简,约简效果都很好.

本文算法与一些重要文献中同类算法的对比计算结果如表 2 所示.

表 2 与一些典型算法的对比测试

数据集	文献约简结果	算法 1	算法 2
文献 [10] 表 1	ade	abe	abe
文献 [10] 表 3	acde	bcd	bcd
文献 [4] 表 1	abde, bcde, abcdf	abcd	abcd
Voting records	文献 [3] 算法 b, 10 个	9 个	9 个
liver discorders	文献 [3] 算法 b, 3 个	3 个	3 个

表 2 的对比测试结果表明,本文算法计算的约简中包含了更少的属性数目,在计算最小约简方面性能优异.

5 结 论

由于最小约简求解的是一个 NP 难题,在启发式约简算法中难以找到最小约简属性启发的充分条件.针对该问题,本文提出了分析最小约简属性存在的一些必要条件,并提出了以此实现属性启发的思想,对启发式最小约简计算具有重要的意义.

本文分析了最小约简满足的属性吸收和属性排斥的性质,提出了属性排斥矩阵,并以该矩阵的启发信息为基础设计了两种改进的启发式约简算法.实验表明,属性排斥矩阵可以全面提升启发式算法的约简

效果,同时所提出的约简算法在计算最小约简方面性能良好.

参考文献(References)

- [1] Pawlak Z, Skowron A. Rudiments of rough set[J]. Information Sciences, 2007, 177(1): 3-27.
- [2] 尹林子, 阳春华, 桂卫华, 等. 规则分层约简算法[J]. 智能系统学报, 2008, 3(6): 492-497.
(Yin L Z, Yang C H, Gui W H, et al. Hierarchical reduction of rules[J]. CAAI Trans on Intelligent Systems, 2008, 3(6): 492-497.)
- [3] 钱进, 孟祥萍, 刘大有, 等. 一种基于粗糙集理论的最简决策规则挖掘算法[J]. 控制与决策, 2007, 22(12): 1368-1372.
(Qian J, Meng X P, Liu D Y, et al. A mining algorithm for concise decision rules based on rough sets theory[J]. Control and Decision, 2007, 22(12): 1368-1372.)
- [4] Zhao Yan, Yao Yi-yu, Luo Feng. Data analysis based on discernibility and indiscernibility[J]. Information Sciences, 2007, 177(22): 4959-4976.
- [5] 杨明, 杨萍. 基于广义差别矩阵的核和属性约简算法[J]. 控制与决策, 2008, 23(9): 1049-1054.
(Yang M, Yang P. Algorithm based on general discernibility matrix for computation of A core and attribute reduction[J]. Control and Decision, 2008, 23(9): 1049-1054.)
- [6] 路艳丽, 雷英杰, 华继学. 基于直觉模糊粗糙集的属性约简[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 335-341.
(Lu Y L, Lei Y J, Hua J X. Attribute reduction based on intuitionistic fuzzy rough set[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 335-341.)
- [7] 官礼和. 基于可辨识矩阵的属性约简算法[J]. 计算机工程, 2008, 34(3): 3-5.
(Guan L H. Algorithm for attribute reduction based on discernibility matrix[J]. Computer Engineering, 2008, 34(3): 3-5.)
- [8] Zhao Yan, Yao Yi-yu, Wong Michael. Deletion and addition methods for reduct construction[C]. Proc of CRSSC-CWI-CGrC. Taiyuan, 2007: 17-19.
- [9] Yao Yi-yu, Zhao Yan, Wang Jue. On reduct construction algorithms[C]. Proc of RSKT[C]. Chongqing, 2006: 297-304.
- [10] Yao Yi-yu, Zhao Yan. Discernibility matrix simplification for constructing attribute reduct[J]. Information Sciences, 2009, 179(7): 867-882.
- [11] Wang J, Wang J. Reduction algorithms based on discernibility matrix: The ordered attributes method[J]. J of Computer Science and Technology, 2001, 16(6): 489-504.