

文章编号: 1001-0920(2013)01-0036-07

## 基于中心差分卡尔曼-概率假设密度滤波的多目标跟踪方法

陈里铭<sup>1</sup>, 陈喆<sup>1</sup>, 殷福亮<sup>1</sup>, 侯代文<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学信息与通信工程学院, 辽宁大连 116023; 2. 解放军91439部队 460所, 辽宁大连 116041)

**摘要:** 针对非线性系统模型, 提出一种基于中心差分卡尔曼-概率假设密度滤波的多目标跟踪方法. 该方法采用 Stirling 内插公式对非线性函数作多项式逼近, 利用中心差分卡尔曼滤波和高斯混合概率假设密度滤波对后验多目标状态一阶统计量进行估计, 并通过递推更新得到目标状态, 以实现多个目标的跟踪. 该方法无需求解系统函数的雅可比矩阵, 且具有二阶泰勒展开式精度. 仿真结果表明, 所提出方法能够增强算法的鲁棒性, 提高目标状态和数目的估计精度.

**关键词:** 多目标跟踪; 概率假设密度滤波; 卡尔曼滤波; 中心差分; 非线性系统

中图分类号: TP391.4

文献标志码: A

## Central difference Kalman-probability hypothesis density filter for multi-target tracking

CHEN Li-ming<sup>1</sup>, CHEN Zhe<sup>1</sup>, YIN Fu-liang<sup>1</sup>, HOU Dai-wen<sup>2</sup>

(1. School of Information and Communication Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China; 2. Institute 460, Unit 91439 of PLA, Dalian 116041, China. Correspondent: YIN Fu-liang, E-mail: flyin@dlut.edu.cn)

**Abstract:** Aiming at the nonlinear system model, a central difference Kalman-probability hypothesis density filter is proposed to track multiple targets. Multi-target tracking is fulfilled by deriving polynomial approximations with Stirling interpolation formulas, estimating first-order statistical moment of posterior multi-target states with central difference Kalman filter and Gaussian mixture probability hypothesis density filter, and extracting targets' states from the recursion of probability hypothesis density. The advantage of proposed filter is mainly that Jacobian matrix solving is unnecessary and second-order Taylor expansion accuracy can be ensured. Simulation results show that the robustness of the algorithm is enhanced, and the estimating accuracy of the number and states of the targets are improved.

**Key words:** multi-target tracking; probability hypothesis density filter; Kalman filter; central difference; nonlinear system

### 0 引言

多目标跟踪是指利用信号处理方法对应用场合中存在的多个目标状态进行估计. 目前, 多目标跟踪技术在视频监控、人体运动跟踪、智能交通系统、雷达等众多领域得到了广泛应用<sup>[1-4]</sup>. 自1970年起, 相继提出了一些经典的多目标跟踪算法, 如联合概率数据关联方法(JPDA)、多假设跟踪方法(MHT)等<sup>[3,5-7]</sup>. 这些方法已成功应用于多目标跟踪领域, 但由于采用数据关联技术, 这类方法的计算量较大. Mahler<sup>[8]</sup>提出了基于随机有限集(RFS)理论的多目标跟踪方法, 该方法即使目标出现和消失的时间未知, 或者目标数

目发生变化, 也可以进行多目标跟踪, 且计算量得到了有效控制. 概率假设密度(PHD)滤波器<sup>[9]</sup>是一种基于随机有限集的滤波器, 它在贝叶斯框架下以递推形式传递目标的概率假设密度, 但由于该方法引入了多重积分, 难以得到PHD滤波器的闭式解. 针对此问题, Vo等<sup>[10]</sup>提出了线性系统下的高斯混合概率假设密度(GM-PHD)滤波方法, 利用一组加权高斯成分来估计多目标状态后验密度的一阶统计量, 并对高斯成分数目进行了有效控制, 减少了计算量, 是线性系统下较成功的PHD滤波器.

在实际应用中, 多目标跟踪系统大都是非线性

收稿日期: 2011-08-26; 修回日期: 2011-11-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61172110, 61172107, 60772161, 60372082); 高等学校博士点专项科研基金项目(200801410015).

作者简介: 陈里铭(1981-), 女, 博士生, 从事目标跟踪、视频处理的研究; 殷福亮(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事数字信号处理、语音处理、图像处理等研究.

的, 由此带来非线性滤波问题. 已有的适用于非线性系统的多目标跟踪算法可分为全局方法和局部方法两大类: 全局方法无需对后验密度函数的形式进行假设, 但计算量大, 如高斯和概率假设密度 (GSPHD) 滤波方法<sup>[11]</sup>、序贯蒙特卡罗概率假设密度 (SMC-PHD) 滤波方法<sup>[12]</sup>等; 局部方法需要假设后验密度函数具有某种先验形式, 但滤波器的设计简单, 计算量较小, 如扩展卡尔曼-概率假设密度 (EK-PHD) 滤波方法和无轨迹卡尔曼-概率假设密度 (UK-PHD) 滤波方法<sup>[10]</sup>. 扩展卡尔曼滤波 (EKF) 方法是使用最多的非线性滤波方法, 当它对系统线性化时, 需要求解非线性函数的雅可比矩阵, 且仅具有一阶精度, 通常会带来较大的线性化误差<sup>[13]</sup>. 无轨迹卡尔曼滤波 (UKF) 方法提高了滤波精度, 但若引入的尺度参数取值小于 0, 则可能导致更新后的方差阵为非正定阵, 从而影响滤波器的稳定性<sup>[13]</sup>. 针对已有非线性滤波方法存在的问题, Nørgaard 等<sup>[14]</sup>提出了中心差分卡尔曼滤波 (CDKF) 方法, 该方法基于 Stirling 内插公式, 利用中心差分代替求导运算, 在不增加计算量以及一定的假设条件下, 能够得到优于 EKF 的滤波效果, 是一种有效的非线性滤波方法.

针对多目标跟踪应用中的非线性系统模型, 本文提出了一种中心差分卡尔曼-概率假设密度滤波方法. 该方法利用 Stirling 内插公式对非线性系统函数作多项式逼近, 利用中心差分卡尔曼滤波和高斯混合概率假设密度滤波来估计后验多目标状态一阶统计量的高斯成分, 并通过递推更新高斯成分的参数来得到各个时刻目标的状态, 从而实现非线性系统的多目标跟踪. 该方法降低了系统模型非线性对滤波精度的影响, 增强了非线性滤波算法的鲁棒性, 提高了目标状态和数目的估计精度. 仿真实验结果验证了本文方法的有效性.

## 1 GM-PHD 滤波

GM-PHD 滤波是 PHD 滤波的一种实现形式, 它假设场景中的每个目标都服从线性混合高斯模型, 其实现主要有 3 个步骤: PHD 递推、高斯成分修剪和状态提取<sup>[10]</sup>, 其中 PHD 递推是该滤波器的关键步骤, 它包含预测和更新两部分.

由于目标的出现和消失是随机的, GM-PHD 滤波将预测概率假设密度  $v_{k|k-1}$  表示为目标继续存在、自发产生新目标和分离得到新目标 3 种情况下的概率假设密度之和, 即

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = v_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) + v_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x}) + \gamma_k(\mathbf{x}), \quad (1)$$

其中  $v_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$ ,  $v_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x})$  和  $\gamma_k(\mathbf{x})$  可分别用高斯和形式表示, 即

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}). \quad (2)$$

在 PHD 递推过程的更新中,  $k$  时刻的概率假设密度  $v_k$  同样可表示为高斯和形式, 即

$$v_k(\mathbf{x}) = (1 - p_{D,k})v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{\mathbf{y} \in Y_k} v_{D,k}(\mathbf{x}; \mathbf{y}). \quad (3)$$

其中:  $p_{D,k}$  为  $k$  时刻的检测概率,  $Y_k$  为观测值集合, 且有

$$v_{D,k}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_k^{(j)}(\mathbf{y}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k}^{(j)}(\mathbf{y}), \mathbf{P}_{k|k}^{(j)}). \quad (4)$$

在 GM-PHD 滤波中, 由递推得到的概率假设密度中的高斯成分数量增加很快, 使得计算复杂度迅速增加, 因此需要对高斯成分进行修剪. 修剪算法的主要思想是先剔除权值较小的高斯成分, 然后在余下的高斯成分中对距离较近的高斯成分进行合并.

因为高斯成分的均值是概率假设密度  $v_k$  的局部极大值点, 所以用修剪后的高斯成分可以获得多目标的状态. 为了去除  $v_k$  中峰值过低极大值点, 只有权值超过 0.5 的成分才用于状态获取.

## 2 中心差分卡尔曼滤波

中心差分卡尔曼滤波 (CDKF) 是一种非线性滤波方法, 该方法基于 Stirling 内插公式, 对非线性函数进行线性化, 并利用中心差分代替 EKF 中的求导计算, 以避免求解雅可比矩阵.

Stirling 内插公式是一种非线性函数的近似方法<sup>[15]</sup>. 设  $n$  维随机向量  $\mathbf{x}$  经过非线性函数  $\phi$  映射后, 得到的随机向量为  $\mathbf{y} = \phi(\mathbf{x})$ . 设  $\mathbf{x}$  的均值和方差分别为  $\bar{\mathbf{x}}$  和  $\mathbf{P}_x$ ,  $\mathbf{y}$  的均值和方差分别为  $\bar{\mathbf{y}}$  和  $\mathbf{P}_y$ ,  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{y}$  的协方差阵为  $\mathbf{P}_{xy}$ . 中心差分变换的目的是用  $\bar{\mathbf{x}}$  和  $\mathbf{P}_x$  近似求解  $\bar{\mathbf{y}}$ ,  $\mathbf{P}_y$  和  $\mathbf{P}_{xy}$ .

设中心差分区间长度为  $h$ ,  $\mathbf{y}$  在  $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}$  处的二阶 Stirling 内插公式为

$$\mathbf{y} \approx \phi(\bar{\mathbf{x}}) + \tilde{D}_{\Delta x} \phi + \frac{1}{2!} \tilde{D}_{\Delta x}^2 \phi, \quad (5)$$

其中  $\tilde{D}_{\Delta x} \phi$  和  $\tilde{D}_{\Delta x}^2 \phi$  分别为一阶和二阶差分算子.

由于随机向量  $\mathbf{x}$  各分量间存在相关性, 在对  $\bar{\mathbf{y}}$ ,  $\mathbf{P}_y$  和  $\mathbf{P}_{xy}$  求解前, 需要对  $\mathbf{x}$  进行随机解耦处理, 即作线性变换  $\mathbf{z} = \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{x}$ , 其中  $\mathbf{S}_x$  为  $\mathbf{P}_x$  的 Cholesky 分解. 引入函数  $\tilde{\phi}(\mathbf{z}) \triangleq \phi(\mathbf{S}_x \mathbf{z}) = \phi(\mathbf{x})$ , 且假设  $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^n$ ,  $\Delta \mathbf{z} = \mathbf{z} - E[\Delta \mathbf{z}]$  服从零均值高斯分布<sup>[16]</sup>. 这样, 即可求解  $\bar{\mathbf{y}}$ ,  $\mathbf{P}_y$  和  $\mathbf{P}_{xy}$ , 具体过程参见文献 [14].

利用上述中心差分变换的思想对非线性系统进行状态估计, 便可得到中心差分卡尔曼滤波器. 设目标状态为  $n_x$  维向量  $\mathbf{x}_k$ , 目标观测值为  $n_y$  维向量  $\mathbf{y}_k$ , 则非线性动态系统模型<sup>[17]</sup>为

$$\mathbf{x}_k = f_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}), \mathbf{y}_k = g_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k). \quad (6)$$

其中:  $f_k$  和  $g_k$  均为非线性函数;  $\mathbf{v}_{k-1}$  和  $\mathbf{w}_k$  分别为  $n_v$  维和  $n_w$  维独立同分布的高斯白噪声, 且分别满足  $\mathbf{v}_{k-1} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{k-1})$ ,  $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k)$ . 于是, 非线性系统(6)的CDKF滤波器为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k|k-1} = & \frac{h^2 - n_x - n_v}{h^2} f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1}) + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_x} [f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \\ & h\hat{\mathbf{s}}_{x,p,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1}) + f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - h\hat{\mathbf{s}}_{x,p,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1})] + \\ & \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_v} [f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1} + h\mathbf{s}_{v,p,k-1}) + \\ & f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1} - h\mathbf{s}_{v,p,k-1})], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{S}_{x,k|k-1} = [\mathbf{S}_{x\hat{x},k-1} \quad \mathbf{S}_{xv,k-1}], \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{k|k-1} = & \frac{h^2 - n_x - n_w}{h^2} g(\mathbf{x}_{k|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k) + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_x} [g(\mathbf{x}_{k|k-1} + \\ & h\mathbf{s}_{x,p,k|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k) + g(\mathbf{x}_{k|k-1} - h\mathbf{s}_{x,p,k|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k)] + \\ & \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_w} [g(\mathbf{x}_{k|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k + h\mathbf{s}_{w,p,k}) + \\ & g(\mathbf{x}_{k|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k - h\mathbf{s}_{w,p,k})], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{S}_{x,k|k-1} \mathbf{S}_{y\bar{x},k}^T ([\mathbf{S}_{y\bar{x},k} \quad \mathbf{S}_{yw,k}] [\mathbf{S}_{y\bar{x},k} \quad \mathbf{S}_{yw,k}]^T)^{-1}, \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{y}_{k|k-1}), \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{x,k} = [\mathbf{S}_{x,k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{S}_{y\bar{x},k} \quad \mathbf{W}_k \mathbf{S}_{yw,k}]. \quad (12)$$

其中:  $\bar{\mathbf{v}}_{k-1} = E[\mathbf{v}_{k-1}]$ ,  $\bar{\mathbf{w}}_{k-1} = E[\mathbf{w}_{k-1}]$ ;  $\hat{\mathbf{s}}_{x,p,k-1}$  和  $\mathbf{s}_{x,p,k|k-1}$  分别为  $\hat{\mathbf{S}}_{x,k-1}$  和  $\mathbf{S}_{x,k|k-1}$  的第  $p$  列, 且

$$\hat{\mathbf{P}}_{x,k-1} = \hat{\mathbf{S}}_{x,k-1} \hat{\mathbf{S}}_{x,k-1}^T,$$

$$\mathbf{P}_{x,k|k-1} = \mathbf{S}_{x,k|k-1} \mathbf{S}_{x,k|k-1}^T;$$

$\mathbf{s}_{v,p,k-1}$  和  $\mathbf{s}_{w,p,k}$  分别为  $\mathbf{S}_{v,k-1}$  和  $\mathbf{S}_{w,k}$  的第  $p$  列, 且  $\mathbf{Q}_{k-1} = \mathbf{S}_{v,k-1} \mathbf{S}_{v,k-1}^T$ ,  $\mathbf{R}_k = \mathbf{S}_{w,k} \mathbf{S}_{w,k}^T$ ; 矩阵  $\mathbf{S}_{x\hat{x},k-1}$ ,  $\mathbf{S}_{xv,k-1}$ ,  $\mathbf{S}_{y\bar{x},k}$  和  $\mathbf{S}_{yw,k}$  的具体形式参见文献 [14].

### 3 基于中心差分卡尔曼的概率假设密度滤波算法

在多目标跟踪应用中, 状态方程和观测方程通常是非线性的, 这就需要研究非线性系统的多目标跟踪算法. 由于多目标非线性系统模型针对每个目标时, 与单目标非线性系统模型相同, 只是场景中存在多个目标, 且多个目标的出现和消失时间未知, 本文采用式(6)作为多目标跟踪的非线性系统模型. 引入中心差分卡尔曼非线性滤波方法, 利用 Stirling 内插公式对非线性系统函数作多项式逼近, 采用 GM-PHD 滤波方法中概率假设密度的预测和更新思想, 以递推形

式获得多目标状态后验密度的一阶统计量的若干高斯成分, 最终得到基于中心差分卡尔曼的概率假设密度 (CDK-PHD) 滤波, 实现对多目标的有效跟踪.

在 GM-PHD 滤波方法中, 自发产生目标和分离得到的新目标受系统非线性的影响较小, 因此在非线性系统的多目标跟踪算法中假设  $v_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x})$  和  $\gamma_k(\mathbf{x})$  的计算方法与线性系统中的相应公式一致<sup>[10]</sup>. 由预测概率假设密度  $v_{k|k-1}$  和概率假设密度  $v_k$  的表达式(1)和(3)可知, CDK-PHD 滤波方法的关键是用加权高斯函数和对  $v_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$  和  $v_k$  中的非高斯成分进行近似, 即用中心差分变换得到式(6)模型中非线性函数的 Stirling 内插公式, 再通过随机向量统计特征的传递和中心差分卡尔曼滤波思想, 获得  $v_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$  和  $v_k$  中高斯成分的参数, 从而得到非线性概率假设密度的递推形式, 以此估计多目标状态.

设目标的存活概率为  $p_{S,k}$ ,  $k-1$  时刻概率假设密度  $v_{k-1}$  中高斯成分的权值、均值和协方差矩阵分别为  $w_{k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}$  和  $\mathbf{P}_{k-1}^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, \dots, J_{k-1}$ , 且  $\mathbf{P}_{k-1}^{(j)} = \hat{\mathbf{S}}_{x,k-1}^{(j)} [\hat{\mathbf{S}}_{x,k-1}^{(j)}]^T$ , 此处  $\hat{\mathbf{S}}_{x,k-1}^{(j)}$  的第  $p$  列为  $\hat{\mathbf{s}}_{x,p,k-1}^{(j)}$ , 则目标继续存在的预测概率假设密度  $v_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$  中高斯成分的权值、均值和协方差分别为

$$w_{S,k|k-1}^{(j)} = p_{S,k} w_{k-1}^{(j)}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)} = & \frac{h^2 - n_x - n_v}{h^2} f(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1}) + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_x} [f(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)} + \\ & h\hat{\mathbf{s}}_{x,p,k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1}) + f(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)} - h\hat{\mathbf{s}}_{x,p,k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1})] + \\ & \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_v} [f(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1} + h\mathbf{s}_{v,p,k-1}) + \\ & f(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1} - h\mathbf{s}_{v,p,k-1})], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(j)} = [\mathbf{S}_{x\hat{x},k-1}^{(j)} \quad \mathbf{S}_{xv,k-1}^{(j)}] [\mathbf{S}_{x\hat{x},k-1}^{(j)} \quad \mathbf{S}_{xv,k-1}^{(j)}]^T. \quad (15)$$

令

$$\mathbf{A}_{m,n} = f_m(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)} + h\hat{\mathbf{s}}_{x,n,k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1}),$$

$$\mathbf{B}_{m,n} = f_m(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)} - h\hat{\mathbf{s}}_{x,n,k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1}),$$

$$\mathbf{C}_{m,n} = f_m(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1} + h\mathbf{s}_{v,n,k-1}),$$

$$\mathbf{D}_{m,n} = f_m(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1} - h\mathbf{s}_{v,n,k-1}),$$

则式(15)中矩阵  $\mathbf{S}_{x\hat{x},k-1}^{(j)}$  和  $\mathbf{S}_{xv,k-1}^{(j)}$  分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{x\hat{x},k-1}^{(j)} = & \{ \mathbf{S}_{x\hat{x},k-1}^{(j)} \}_{(m,n)} = \\ & \left\{ \frac{1}{2h} (\mathbf{A}_{m,n} - \mathbf{B}_{m,n}) + \right. \\ & \left. \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} [\mathbf{A}_{m,n} + \mathbf{B}_{m,n} - 2f_m(\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{v}}_{k-1})] \right\}, \quad (16) \\ \mathbf{S}_{xv,k-1}^{(j)} = & \{ \mathbf{S}_{xv,k-1}^{(j)} \}_{(m,n)} = \end{aligned}$$

$$\left\{ \frac{1}{2h} (\mathbf{C}_{m,n} - \mathbf{D}_{m,n}) + \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} [\mathbf{C}_{m,n} + \mathbf{D}_{m,n} - 2f_m(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_{k-1})] \right\}. \quad (17)$$

由此, 根据式(13)~(17)即可用高斯分布加权和近似表示目标继续存在的预测概率假设密度  $v_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$ .

设目标的检测概率为  $p_{D,k}$ , 预测概率假设密度  $v_{k|k-1}$  中高斯成分的权值、均值和协方差矩阵分别为  $w_{k|k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}$  和  $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}$ , 且  $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} = \mathbf{S}_{x,k|k-1}^{(j)} [\mathbf{S}_{x,k|k-1}^{(j)}]^\top$ , 此处  $\mathbf{S}_{x,k|k-1}^{(j)}$  的第  $p$  列为  $\mathbf{s}_{x,p,k|k-1}^{(j)}$ , 噪声随机有限集的概率假设密度为  $\kappa_k(\mathbf{y})$ , 则 CDK-PHD 滤波中概率假设密度  $v_k$  高斯成分的权值  $w_k^{(j)}$ 、均值  $\mathbf{m}_{k|k}^{(j)}$  和协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k|k}^{(j)}$  分别为

$$w_k^{(j)}(\mathbf{y}) = \frac{p_{D,k} w_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(\mathbf{y})}{\kappa_k(\mathbf{y}) + p_{D,k} \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(l)} q_k^{(l)}(\mathbf{y})}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)} &= \frac{h^2 - n_x - n_w}{h^2} g(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k) + \\ &\frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_x} [g(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} + h\mathbf{s}_{x,p,k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k) + \\ &g(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} - h\mathbf{s}_{x,p,k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k)] + \\ &\frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_w} [g(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k + h\mathbf{s}_{w,p,k}) + \\ &g(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k - h\mathbf{s}_{w,p,k})], \end{aligned} \quad (19)$$

$$q_k^{(j)}(\mathbf{y}) = \mathcal{N}(\mathbf{y}; \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}, [\mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)} \mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}]), \quad (20)$$

$$\mathbf{W}_k^{(j)} = \mathbf{S}_{x,k|k-1}^{(j)} [\mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)}]^\top \times ([\mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)} \mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}] [\mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)} \mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}]^\top)^{-1}, \quad (21)$$

$$\mathbf{m}_{k|k}^{(j)}(\mathbf{y}) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} + \mathbf{W}_k^{(j)}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}), \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(j)} = [\mathbf{S}_{x,k|k-1}^{(j)} - \mathbf{W}_k^{(j)} \mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)} \quad \mathbf{W}_k^{(j)} \mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}] \times [\mathbf{S}_{x,k|k-1}^{(j)} - \mathbf{W}_k^{(j)} \mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)} \quad \mathbf{W}_k^{(j)} \mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}]^\top. \quad (23)$$

令

$$\mathbf{E}_{m,n} = g_m(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} + h\mathbf{s}_{x,n,k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k),$$

$$\mathbf{F}_{m,n} = g_m(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} - h\mathbf{s}_{x,n,k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k),$$

$$\mathbf{G}_{m,n} = g_m(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k + h\mathbf{s}_{w,n,k}),$$

$$\mathbf{H}_{m,n} = g_m(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k - h\mathbf{s}_{w,n,k}),$$

则式(20), (21)和(23)中矩阵  $\mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)}$  和  $\mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}$  分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)} &= \{\mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)}(m,n)\} = \\ &\left\{ \frac{1}{2h} (\mathbf{E}_{m,n} - \mathbf{F}_{m,n}) + \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} [\mathbf{E}_{m,n} + \mathbf{F}_{m,n} - 2g_m(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k)] \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)} &= \{\mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}(m,n)\} = \\ &\left\{ \frac{1}{2h} (\mathbf{G}_{m,n} - \mathbf{H}_{m,n}) + \right. \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} [\mathbf{G}_{m,n} + \mathbf{H}_{m,n} - 2g_m(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \bar{\mathbf{w}}_k)] \right\}. \quad (25)$$

将式(19), (24)和(25)代入(20), 得到  $q_k^{(j)}(\mathbf{y})$ ; 再将其代入式(18), 得到  $w_k^{(j)}(\mathbf{y})$ ; 最终由式(21)~(23)得到  $\mathbf{m}_{k|k}^{(j)}$  和  $\mathbf{P}_{k|k}^{(j)}$ , 进而得到概率假设密度  $v_k$  的高斯混合表达式.

在 CDK-PHD 滤波器的实现中, 也存在概率假设密度高斯成分数量迅速增长的问题, 因此需要高斯成分的修剪算法. 利用修剪后的高斯成分获得多目标状态是 CDK-PHD 滤波的最后一步. 这两个步骤与第1节 GM-PHD 滤波器相应步骤相同, 此处不赘述.

在上述 CDK-PHD 滤波的实现过程中, 引入了若干待定参数, 即中心差分区间长度  $h$ 、修剪算法中的修剪阈值、合并阈值和状态提取中的状态获取阈值. 假设估计误差服从高斯分布且是无偏的, CDK-PHD 滤波器中心差分区间长度的最佳值应为  $\sqrt{3}^{[14]}$ . 由于修剪算法和状态提取算法是针对概率假设密度递推后的高斯成分进行计算, 与系统的非线性无关, 其具体步骤与 GM-PHD 的相应步骤相同, 且修剪阈值、合并阈值和状态获取阈值的选取可根据文献[10]中的经验值确定.

设两个集合的差运算表示为  $\setminus$ , 赋值操作表示为  $:=$ , 在本节提出的 CDK-PHD 滤波算法中, 高斯成分修剪和状态提取两个步骤与 GM-PHD 滤波器相应步骤相同, 而 PHD 递推过程具体步骤总结如下

输入: 观测集  $Y_k$  和  $\{w_{k-1}^{(i)}, \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k-1}}$ .

Step 1: 计算目标自发产生预测概率假设密度  $\gamma_k(\mathbf{x})$  的参数为

$$\begin{aligned} \{w_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{\gamma,k}} = \\ \{w_{\gamma,k}^{(j)}, \mathbf{m}_{\gamma,k}^{(j)}, \mathbf{P}_{\gamma,k}^{(j)}\}_{j=1}^{J_{\gamma,k}}. \end{aligned}$$

Step 2: 计算分离得到目标预测概率假设密度  $v_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x})$  的参数为

$$\begin{aligned} \{w_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=J_{\gamma,k}+1}^{J_{\gamma,k}+J_{\beta,k}J_{k-1}} = \\ \{w_{\beta,k|k-1}^{(j,l)}, \mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)}, \mathbf{P}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)}\}, \\ j = 1, 2, \dots, J_{\beta,k}, l = 1, 2, \dots, J_{k-1}. \end{aligned}$$

Step 3: 计算目标继续存在预测概率假设密度  $v_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$  的参数, 详见式(13)~(17). 计算  $\mathbf{S}_{x\bar{x},k-1}^{(j)}$ ,  $\mathbf{S}_{x\bar{w},k-1}^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, \dots, J_{k-1}$ , 有

$$\begin{aligned} \{w_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=J_{\gamma,k}+J_{\beta,k}J_{k-1}+1}^{J_{\gamma,k}+J_{\beta,k}J_{k-1}+J_{k-1}} = \\ \{w_{S,k|k-1}^{(j,l)}, \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j,l)}, \mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(j,l)}\}_{j=1}^{J_{k-1}}, \\ J_{k|k-1} = J_{\gamma,k} + J_{\beta,k}J_{k-1} + J_{k-1}. \end{aligned}$$

Step 4: 计算概率假设密度  $v_k(\mathbf{x})$  的参数, 详见式(18)~(25). 计算  $\mathbf{S}_{y\bar{x},k}^{(j)}$ ,  $\mathbf{S}_{y\bar{w},k}^{(j)}$ ,  $\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}$ ,  $q_k^{(j)}(\mathbf{y})$ ,  $\mathbf{W}_k^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}$ , 有

$$\{w_k^{(j)}, \mathbf{m}_k^{(j)}, \mathbf{P}_k^{(j)}\}_{j=1}^{J_{k|k-1}} = \{(1-p_{D,k})w_{k|k-1}^{(j)}, \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)}\}_{j=1}^{J_{k|k-1}},$$

对于任意  $\mathbf{y} \in Y_k$ , 计算  $j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1}$  时  $v_k(\mathbf{x})$  的高斯成分

$$\{w_k^{(l+J_{k|k-1}+j)}, \mathbf{m}_k^{(l+J_{k|k-1}+j)}, \mathbf{P}_k^{(l+J_{k|k-1}+j)}\}_{l=1}^{|Y_k|} = \{p_{D,k}w_{k|k-1}^{(j)}q_k^{(j)}(\mathbf{y}), \mathbf{m}_{k|k}^{(j)}(\mathbf{y}), \mathbf{P}_{k|k}^{(j)}\}_{j=1}^{J_{k|k-1}},$$

$$w_k^{(l+J_{k|k-1}+j)} := \frac{w_k^{(l+J_{k|k-1}+j)}}{\kappa_k(\mathbf{y}) + \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_k^{(l+J_{k|k-1}+i)}},$$

$$l = 1, 2, \dots, |Y_k|, j = 1, 2, \dots, J_{k|k-1},$$

$$J_k = |Y_k|J_{k|k-1} + J_{k|k-1}.$$

#### 4 计算机仿真与结果讨论

为了验证本文算法的有效性, 采用飞行器控制问题进行仿真实验. 该问题主要描述在垂直平面内, 飞行器以恒定且未知的转弯率进行机动运动的轨迹, 这是非线性滤波中的经典问题<sup>[17]</sup>. 在仿真实验中, 有 4 个飞行器, 出现时间分别为 1 s, 10 s, 1 s 和 10 s, 且没有分离产生的飞行器. 设飞行器在  $k$  时刻的状态为  $\mathbf{x}_k = [\xi_k, \dot{\xi}_k, \eta_k, \dot{\eta}_k, \Omega]^T$ . 其中:  $\xi_k$  和  $\eta_k$  分别表示  $x$  和  $y$  方向位置,  $\dot{\xi}_k$  和  $\dot{\eta}_k$  分别表示  $x$  和  $y$  方向速度,  $\Omega$  表示转弯率. 则飞行器控制问题系统模型的过程方程为

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} & 0 & \frac{\cos \Omega T - 1}{\Omega} & 0 \\ 0 & \cos \Omega T & 0 & -\sin \Omega T & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos \Omega T}{\Omega} & 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} & 0 \\ 0 & \sin \Omega T & 0 & \cos \Omega T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{v}_k. \quad (26)$$

其中: 两个相邻检测值间的时间间隔  $T = 2$  s; 过程噪声  $\mathbf{v}_k$  满足  $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$ , 协方差阵  $\mathbf{Q} = \text{diag}[q_1 \mathbf{M}, q_1 \mathbf{M}, q_2 T]$ , 且有

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix}, \quad (27)$$

尺度参数  $q_1$  和  $q_2$  与过程噪声密度有关, 分别为  $q_1 = 0.1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$ ,  $q_2 = 1.75 \times 10^{-4} \text{ s}^{-3}$ . 设雷达固定在平面的原点,  $k$  时刻两个检测值分别为距离  $r_k$  和方位  $\theta_k$ , 则观测方程为

$$\begin{bmatrix} r_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\xi_k^2 + \eta_k^2} \\ \tan^{-1}(\eta_k/\xi_k) \end{bmatrix} + \mathbf{w}_k, \quad (28)$$

其中  $\mathbf{w}_k$  为观测噪声, 且满足  $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ , 协方差阵  $\mathbf{R} = \text{diag}[\sigma_r^2, \sigma_\theta^2]$ ,  $\sigma_r = 10 \text{ m}$ ,  $\sigma_\theta = \sqrt{10} \times 10^{-3} \text{ rad}$ .

跟踪场景中每个目标的存活概率  $p_{S,k} = 0.99$ , 目标的运动轨迹如图 1 所示. 图 1 中目标 1 和目标 3 在  $k = 1$  s 时 (目标 2 和目标 4 在  $k = 10$  s) 时, 以不同的

初始转弯率在同一位置出现. CDK-PHD 滤波器的初始高斯成分  $\{w_k^{(i)}, \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}\}_{i=1}^{J_0}$  的参数为

$$w_0^{(1)} = w_0^{(2)} = 0.1,$$

$$\mathbf{m}_0^{(1)} = [1000, 300, 1000, 0, -3\pi/180]^T,$$

$$\mathbf{m}_0^{(2)} = [1000, 300, 1000, 0, -5\pi/180]^T,$$

$$\mathbf{P}_0^{(1)} = \mathbf{P}_0^{(2)} = \text{diag}([10^6, 4 \times 10^6, 10^{-4}]^T), J_0 = 2.$$

系统目标自发产生的概率假设密度  $\gamma_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^2 w_\gamma^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}, \mathbf{m}_\gamma^{(i)}, \mathbf{P}_\gamma^{(i)})$  的参数为

$$w_\gamma^{(1)} = w_\gamma^{(2)} = 0.1,$$

$$\mathbf{m}_\gamma^{(1)} = [-1000, 300, -1000, 0, -3\pi/180]^T,$$

$$\mathbf{m}_\gamma^{(2)} = [-1000, 300, -1000, 0, -5\pi/180]^T,$$

$$\mathbf{P}_\gamma^{(1)} = \mathbf{P}_\gamma^{(2)} = \mathbf{P}_0^{(1)}.$$

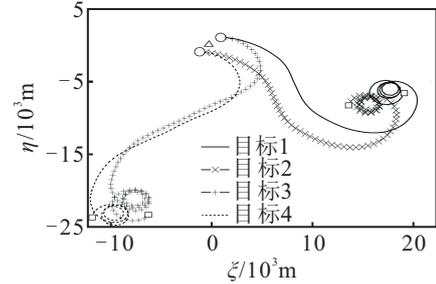


图 1 目标运动轨迹 (○ 为目标起始位置, □ 为目标终止位置, △ 为雷达位置)

跟踪场景中每个目标的检测概率  $p_{D,k} = 0.98$ , 观测值中的虚警随机有限集服从泊松分布, 其概率假设密度  $\kappa_k(\mathbf{y}) \triangleq \lambda_c V u(\mathbf{y})$ . 其中:  $\lambda_c = 10^{-8} \text{ m}^{-2}$  为单位面积内误检噪声的平均数目,  $V = 1.054 \times 10^9 \text{ m}^2$  为检测区域面积,  $u(\cdot)$  为检测区域内虚警点服从均匀分布的概率密度函数. 仿真实验中, 中心差分区间长度  $h = \sqrt{3}$ , 高斯成分的修剪阈值  $T = 10^{-5}$ , 合并阈值  $U = 4$ , 状态提取阈值  $T_{\text{state}} = 0.5$ .

为了有效地评价本文提出的 CDK-PHD 滤波器的性能, 实验中采用最优子模式分配 (OSPA)<sup>[18]</sup>、平均相对误差<sup>[10]</sup>两个准则和算法的计算复杂度分析对 CDK-PHD 滤波器性能进行评价. 设目标状态的真值为  $X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{|X|}\}$ , 目标状态的估计值为  $\hat{X} = \{\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{|\hat{X}|}\}$ ,  $\{1, 2, \dots, |\hat{X}|\}$  中长度  $|X|$  的所有排列的集合为  $\Pi_{|\hat{X}|}$ , 参数为  $c$  的截断距离<sup>[18]</sup>为

$$d^{(c)}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \triangleq \min(c, d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})),$$

则当  $|X| \leq |\hat{X}|$  时,  $p$  阶 OSPA 定义为

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) =$$

$$\left( \frac{1}{|\hat{X}|} \left( \min_{\pi \in \Pi_{|\hat{X}|}} \sum_{i=1}^{|X|} d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{\pi(i)})^p + (|\hat{X}| - |X|)c^p \right) \right)^{1/p}. \quad (29)$$

当  $|X| > |\hat{X}|$  时

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) = \bar{d}_p^{(c)}(\hat{X}, X).$$

为了评价多目标跟踪滤波器对目标数目估计准确性的影响, 平均相对误差 (ARE) 定义为

$$ARE = E \left\{ \frac{\|\hat{X} - X\|}{|X|} \right\}. \quad (30)$$

为了考察 CDK-PHD 滤波器的性能, 本文在仿真实验中将 CDK-PHD 滤波器与 EK-PHD 滤波器、UK-PHD 滤波器进行比较. 对 3 种滤波器分别进行 1000 次蒙特卡罗模拟仿真实验, 滤波结果如图 2~图 5 所示. 图 2 为 3 种滤波器的 OSPA 结果和平均相对误差, 其中阶数  $p = 2$ , 参数  $c = 100 \text{ m}$ . 从图 2 可以看出, 当  $t < 10 \text{ s}$  时, 3 种滤波器的 OSPA 结果基本相同; 当  $t > 10 \text{ s}$  时, UK-PHD 和 CDK-PHD 的滤波结果优于 EK-PHD; 当  $t > 60 \text{ s}$  时, 目标运动轨迹非线性程度严重, CDK-PHD 的 OSPA 结果与平均相对误差均小于 EK-PHD 和 UK-PHD, 对目标状态和数目的估计更准确. 综合目标的 3 个状态分量和目标数目估计, CDK-PHD 滤波效果优于 EK-PHD 和 UK-PHD.

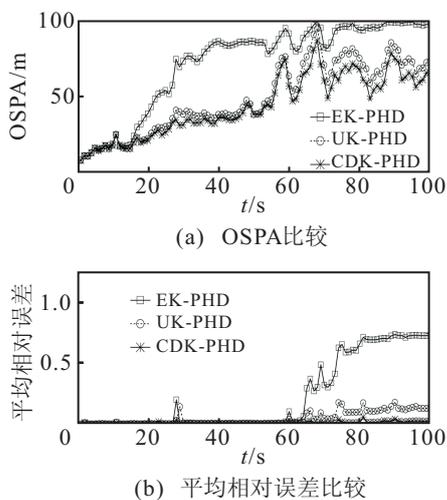


图 2 3 种滤波器的 OSPA 和平均相对误差比较

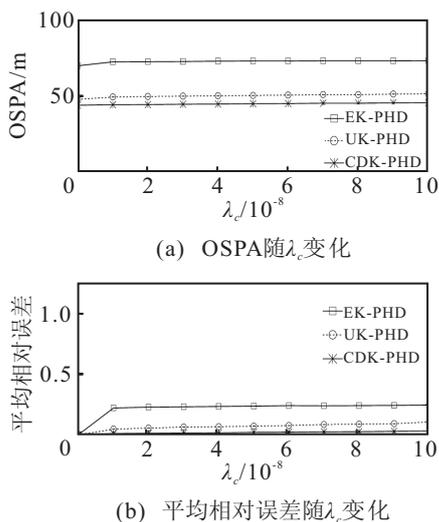


图 3 3 种滤波器的 OSPA 和平均相对误差随  $\lambda_c$  变化

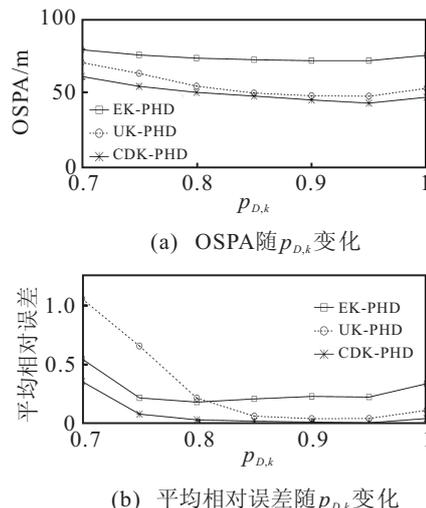


图 4 3 种滤波器的 OSPA 和平均相对误差随  $p_{D,k}$  变化

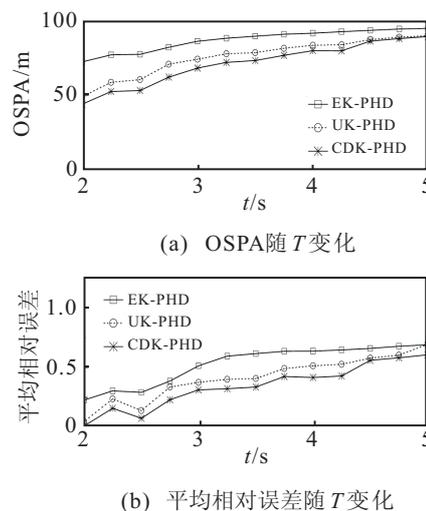


图 5 3 种滤波器的 OSPA 和平均相对误差随  $T$  变化

为了分析 CDK-PHD 滤波器的鲁棒性, 在单位面积内误检噪声的平均数  $\lambda_c$ 、目标检测概率  $p_{D,k}$  和相邻检测值间的时间间隔  $T$  变化情况下, 本文分别对 3 种滤波器的性能进行了比较. 在  $\lambda_c$  变化时, 选择  $p_{D,k} = 0.98$ ,  $T = 2 \text{ s}$ , 3 种滤波器的性能如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 当  $\lambda_c = 0 \text{ m}^{-2}$  时, 检测区域内不存在虚警点, 3 个滤波器对目标数目的估计较  $\lambda_c > 0 \text{ m}^{-2}$  时更准确; 随着  $\lambda_c$  增大, 虚警点增多, 滤波器的平均相对误差变大, 但与 EK-PHD 和 UK-PHD 相比, CDK-PHD 滤波器对目标数目的估计更准确, OSPA 更小, 滤波结果也更准确. 在  $p_{D,k}$  变化时, 选择  $\lambda_c = 10^{-8} \text{ m}^{-2}$ ,  $T = 2 \text{ s}$ , 3 种滤波器的 OSPA 和平均相对误差如图 4 所示. 从图 4 可以看出,  $p_{D,k}$  变化对 EK-PHD 和 UK-PHD 的性能具有一定影响, 但对 CDK-PHD 滤波结果的影响很小. 这是因为滤波更新时,  $p_{D,k}$  变化使得表示漏检的高斯成分权值发生变化, 而 CDK-PHD 对非线性运动估计更准确, 表示目标的成分具有更大的权值, 这使得合并后提取的状态信息受权值较小的高斯成分影响降低, 因此 CDK-PHD 滤波器结果

更准确,受  $p_{D,k}$  变化的影响更小. 在时间间隔  $T$  变化时,选择  $p_{D,k} = 0.98$ ,  $\lambda_c = 10^{-8} \text{ m}^{-2}$ , 3种滤波器的性能如图5所示. 从图5可以看出,  $T$  取值越大,目标在一个采样间隔内状态的变化越大,对滤波结果影响越大,所以3种滤波器的 OSPA 和平均相对误差随  $T$  增加而增大,但 CDK-PHD 滤波器相对另两种滤波器具有更小的 OSPA 值,且对目标数目的估计误差也更小.

图2~图5的仿真结果表明,在系统非线性程度不明显时,CDK-PHD, EK-PHD 和 UK-PHD 三种滤波算法的性能基本相同,但当系统非线性程度严重时,CDK-PHD 滤波效果明显优于 EK-PHD 和 UK-PHD. 此处,当场景中虚警点数目增多、检测概率变化和采样间隔变化时,CDK-PHD 滤波器仍可以得到良好的滤波效果.

为了分析 CDK-PHD 滤波器的算法复杂度,本文以飞行器控制问题为例,将文献[10]提出的 EK-PHD 和 UK-PHD 滤波器与本文的 CDK-PHD 滤波器的算法复杂度进行了比较. 设概率假设密度  $v_{k-1}$  和自发产生新目标的概率假设密度  $\gamma_k$  的高斯成分数目分别为  $J_{k-1}$  和  $J_{\gamma,k}$ , 分离得到新目标的数目为  $J_{\beta,k}$ , 状态向量和观测向量的维数分别为  $n_x$  和  $n_y$ , 观测集元素的个数为  $|Y_k|$ . 为了方便比较,以一次 PHD 递推为例,表1给出了3种滤波器计算复杂度的比较结果,其中  $J = J_{\gamma,k} + J_{k-1} J_{\beta,k}$ . 从表1可以看出, CDK-PHD 的计算复杂度略高于 EK-PHD 和 UK-PHD, 但相差不大,尤其当状态向量维数较小且观测数据较多时3种滤波器的计算复杂度相近.

表 1 3种滤波器的计算复杂度比较

	加减乘运算	非线性运算(正弦、开方)
EK-PHD	$\mathcal{O}((n_y^2 + n_x^3 + n_x^2 n_y)  Y_k  J)$	$\mathcal{O}((2 Y_k  + 0.2n_x n_y) J)$
UK-PHD	$\mathcal{O}((6n_x n_y^2 + n_y^3 + n_x^2  Y_k ) J)$	$\mathcal{O}(2n_x n_y J)$
CDK-PHD	$\mathcal{O}( Y_k  n_x^2 J + (5n_x^4 + n_x^2 n_y^2) J_{k-1})$	$\mathcal{O}(n_x^4 J_{k-1})$

## 5 结 论

针对非线性系统多目标跟踪问题,本文将中心差分卡尔曼滤波与高斯混合概率假设密度滤波相结合,提出了基于中心差分卡尔曼的概率假设密度滤波方法. 该方法无需求解非线性系统函数的雅可比矩阵,且在计算复杂度与 EK-PHD 和 UK-PHD 滤波器相近的情况下,可以达到二阶泰勒展开式精度. 仿真结果表明,本文方法降低了系统模型非线性对滤波结果的影响,提高了目标数目和目标状态的估计精度,有效地解决了非线性系统的多目标跟踪问题.

## 参考文献(References)

[1] Pantrigo J J, Hernández J, Sánchez A. Multiple and variable target visual tracking for video-surveillance

applications[J]. Pattern Recognition Letters, 2010, 31(12): 1577-1590.

- [2] Lundquist C, Hammarstrand L, Gustafsson F. Road intensity based mapping using radar measurements with a probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(4): 1397-1408.
- [3] Yilmaz A, Javed O, Shah M. Object tracking: A survey[J]. ACM Computing Surveys, 2006, 38(4): 1-45.
- [4] Sen S, Nehorai A. Sparsity-based multi-target tracking using OFDM radar[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(4): 1902-1906.
- [5] Rasmussen C, Hager G D. Probabilistic data association methods for tracking complex visual objects[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(6): 560-576.
- [6] Blackman S S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2004, 19(1): 5-18.
- [7] Palkki R D, Lanterman A D, Blair W D. Addressing track hypothesis coalescence in sequential K-best multiple hypothesis tracking[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 1551-1563.
- [8] Mahler R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [9] Mahler R. A theoretical foundation for the Stein-Winter "probability hypothesis density (PHD)" multitarget tracking approach[C]. Proc of the MSS National Symposium on Sensor and Data Fusion. San Antonio: Sci and Secret, 2000: 99-118.
- [10] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(11): 4014-4091.
- [11] Yin Jian-jun, Zhang Jian-qiu, Zhuang Ze-sen. Gaussian sum PHD filtering algorithm for nonlinear non-Gaussian models[J]. Chinese J of Aeronautics, 2008, 21(4): 341-351.
- [12] Vo B-N, Singh S. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224-1245.
- [13] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [14] Nørgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems[J]. Automatica, 2000, 36(11): 1627-1638.
- [15] Hildebrand F B. Introduction to numerical analysis[M]. The 2nd ed. Mineola: Dover Publications, 1987: 144-150.