

文章编号: 1001-0920(2012)10-1547-05

## 基于模型的机组组合两阶段启发式算法

车平<sup>1a,1b,1d</sup>, 唐立新<sup>1a,1c</sup>, 施刚<sup>2</sup>

(1. 东北大学 a. 物流优化与控制研究所, b. 数学系, c. 辽宁省制造系统与物流优化重点实验室, d. 流程工业综合自动化国家重点实验室, 沈阳 110819; 2. 中国移动通信集团辽宁有限公司, 沈阳 110179)

**摘要:** 针对同时考虑机组爬坡速率约束和系统安全约束的机组组合问题, 提出一个基于模型的两阶段启发式算法. 第1阶段确定可行的机组启停状态, 首先构造初始启停状态, 并根据模型检验初始启停状态是否可行, 如果不可行, 则通过目标函数的线性近似和约束松弛构造问题的松弛模型, 并将其用于可行化机组的启停状态; 第2阶段利用经济分配模型确定机组的输出功率. 基于118-母线电力系统的测试验证了所提出算法的有效性和鲁棒性.

**关键词:** 机组组合; 松弛模型; 启发式算法

中图分类号: TM73

文献标志码: A

## Model-based two-stage heuristic algorithm for the unit commitment problem

CHE Ping<sup>1a,1b,1d</sup>, TANG Li-xin<sup>1a,1c</sup>, SHI Gang<sup>2</sup>

(1a. The Logistics Institute, 1b. The Department of Mathematics, 1c. Liaoning Key Laboratory of Manufacturing Systems and Logistics, 1d. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. China Mobile Group Liaoning Company, Limited, Shenyang 110179, China. Correspondent: TANG Li-xin, E-mail: qhjytlx@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** A model-based two-stage heuristic algorithm is proposed for the unit ramp rate and system security-constrained unit commitment problem. The first stage is to determine a feasible on/off status of the units. An initial on/off status is constructed and its feasibility is tested by using the model. If the on/off status is infeasible, a relaxation model of the studied problem is constructed by approximating the objective function linearly and relaxing some constraints, which is used in making the on/off status of the units feasible. The second stage is to determine the output level of the units by solving the associated economic dispatch model. The test based on a 118-bus system indicates the effectiveness and robustness of the proposed algorithm.

**Key words:** unit commitment; relaxation model; heuristic algorithm

### 1 引言

机组组合优化是电力系统运行中的重要任务之一, 是制定短期发电计划时首要解决的问题. 问题的任务是: 在满足电力系统运行约束、电力需求与备用要求的条件下, 合理地安排机组在给定计划周期内的启停状态和输出功率, 以最小化总的发电费用. 由于有效的机组组合调度可为电力公司节约发电成本, 机组组合优化一直是非常活跃的研究领域. 机组组合问题在数学上是一个强NP难问题, 当考虑实际问题规模时, 难以在合理的时间内最优求解. 其困难之处在于两点: 1) 机组可能运行状态的组合数过多, 而且随

机组个数的增加和计划周期的增长呈指数增长. 例如, 当机组个数为10, 计划周期为24个时段时, 机组的可能运行状态共有 $2^{240}$ 个. 2) 问题既包含决策机组启停的离散变量, 又包含决策机组输出功率的连续变量, 是一个混合整数非线性规划问题. 因此为该问题提出有效的算法成为研究者关注的焦点.

文献[1]对机组组合问题的求解方法作出了详细的综述. 主要方法包括: 动态规划算法<sup>[2]</sup>; 分支定界算法<sup>[3]</sup>; Benders分解算法<sup>[4]</sup>; 以优先顺序法<sup>[5]</sup>为代表的启发式算法; 拉格朗日松弛算法<sup>[6-7]</sup>; 包括模拟退火、禁忌搜索、粒子群、遗传算法、人工神经网络等算

收稿日期: 2011-09-11; 修回日期: 2012-02-07.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(71032004); 中央高校基础科研项目(N090104002, N100704002).

作者简介: 车平(1978-), 女, 讲师, 博士, 从事生产计划、生产调度的研究; 唐立新(1966-), 男, 教授, 博士生导师, 从事生产计划、生产调度与物流优化等研究.

法在内的智能优化算法. 前3种方法在理论上可以得到算法的最优解, 但由于相应的计算时间会随着问题规模的增大而呈指数增长, 对于实际规模的问题往往难以实现解的最优性. 优先顺序法是较早提出的启发式方法, 其优点在于方法简单. 计算量小, 缺点是所获得的解常与最优解有较大的偏差. 当问题中考虑机组爬坡速率约束和系统安全约束时, 使用该方法常常难以获得可行解. 拉格朗日松弛算法是求解机组组合问题时最常用的方法, 其优点在于将对复杂原问题的求解转化为对简单子问题的求解, 并可以实现算法的自身评价. 但该算法所得到的对偶解通常是原问题的不可行解, 仍然需要设计相应的启发式算法以构造出原问题的可行解. 因此, 有效的启发式算法对于求解机组组合问题非常重要. 本文针对带有爬坡速率约束和系统安全约束的机组组合问题提出一个基于模型的两阶段启发式算法. 在第1阶段从初始机组启停状态出发, 利用构造的松弛模型将其可行化; 在第2阶段利用经济分配模型决策机组的输出功率.

## 2 问题描述与模型表达

假设电力系统中有  $L$  条传输线,  $n$  台机组和  $K$  个负荷点, 需要在计划周期  $T$  内安排机组的运行方案以使总发电费用最小; 机组  $i$  的最短停机时间为  $l_i$ , 最短开机时间为  $L_i$ , 运行时的输出功率在  $[X_i^L, X_i^U]$  范围内, 输出功率的变化要满足爬坡约束; 总的电力输出要满足系统的电力需求和旋转备用; 通过传输线  $l$  的电流不能超过  $\bar{F}_l$  以保证系统的安全. 设问题参数如下:  $\Delta_i$  为机组  $i$  的爬坡速率,  $d_{kt}$  为负荷  $k$  在时段  $t$  的电力需求,  $R_t$  为时段  $t$  的系统备用要求,  $\Gamma_l/\Gamma_{l,n+k}$  为对应传输线  $l$  和机组  $i$ /负荷  $k$  的转移因子. 设决策变量如下:  $x_{it}$  为机组  $i$  在时段  $t$  的输出功率,  $u_{it}$  为机组  $i$  在时段  $t$  是否运行的 0-1 变量,  $y_{it}$  为机组  $i$  到  $t$  时段末的连续运行或停机时间. 问题模型可以表达如下<sup>[6-7]</sup>:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T [G_i(x_{it}, u_{it}) + S_i(u_{i,t-1}, u_{it}, y_{i,t-1})]. \quad (1)$$

$$\text{s.t. } u_{it} = \begin{cases} 0, & -l_i < y_{i,t-1} < 0; \\ 1, & 0 < y_{i,t-1} < L_i. \end{cases} \quad (2)$$

$$y_{it} = u_{it} \max\{1, y_{i,t-1} + 1\} + (1 - u_{it}) \min\{-1, y_{i,t-1} - 1\}, \quad \forall i, t = 1, 2, \dots, T. \quad (3)$$

$$u_{it} X_i^L \leq x_{it} \leq u_{it} X_i^U, \quad \forall i, t = 1, 2, \dots, T. \quad (4)$$

$$-\Delta_i - (1 - u_{i,t+1}) X_i^L \leq x_{i,t+1} - x_{it} \leq$$

$$\Delta_i + (1 - u_{it}) X_i^L, \quad \forall i, t = 0, 1, \dots, T-1. \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{it} = \sum_{k=1}^K d_{kt}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n \min\{x_{it} + \Delta_i, X_i^U\} u_{it} \geq \sum_{k=1}^K d_{kt} + R_t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (7)$$

$$\left| \sum_{i=1}^n \Gamma_l x_{it} - \sum_{k=1}^K \Gamma_{l,n+k} d_{kt} \right| \leq \bar{F}_l, \quad \forall l, t = 1, 2, \dots, T. \quad (8)$$

$$x_{it} \geq 0, \quad \forall i, t = 1, 2, \dots, T. \quad (9)$$

$$u_{it} : 0-1, \quad \forall i, t = 1, 2, \dots, T. \quad (10)$$

$$y_{it} : \text{非零整数}, \quad \forall i, t = 1, 2, \dots, T. \quad (11)$$

目标函数(1)为最小化发电费用. 其中

$$G_i(x_{it}, u_{it}) = (a_{2i} x_{it}^2 + a_{1i} x_{it} + a_{0i}) u_{it}$$

表示与输出功率相关的运行费用;  $a_{0i}$ ,  $a_{1i}$  和  $a_{2i}$  为运行费用参数,

$$S_i(u_{i,t-1}, u_{it}, y_{i,t-1}) =$$

$$[\theta_{1i}(1 - \exp(y_{i,t-1}/\tau_i)) + \theta_{2i}](1 - u_{i,t-1}) u_{it}$$

表示机组的启动费用;  $\theta_{1i}$ ,  $\theta_{2i}$  和  $\tau_i$  为启动费用参数. 式(2)为最短停机开机时间约束, 式(3)为机组在相邻时段的状态关系, 式(4)为机组的输出功率范围约束, 式(5)为机组爬坡速率约束, 式(6)和(7)分别为系统电力需求平衡约束与备用约束, 式(8)为系统安全约束, 约束(9)~(11)为决策变量的值域.

## 3 松弛模型的构造

本节首先讨论机组的初始状态对决策变量的影响; 然后, 基于模型特点和讨论结果, 构造问题的松弛模型以用于启发式算法的设计.

### 3.1 初始状态对决策变量的影响

由约束(2)和(5)可知, 在计划周期的最初若干个时段, 任意机组  $i$  的启停状态会被其在时段 0 的初始状态决定如下: 1) 如果  $u_{i0} = 1$ , 则根据约束(2)和(5), 机组  $i$  从时段 1 到时段

$$\max\{\max\{0, L_i - y_{i0}\}, \lfloor (x_{i0} - X_i^L)/\Delta_i \rfloor\}$$

必须保持运行状态; 2) 如果  $u_{i0} = 0$ , 则根据约束(2), 该机组从时段 1 到时段  $\max\{0, l_i + y_{i0}\}$  必须保持停机状态. 对于  $\forall i$ , 定义

$$t1_i =$$

$$\begin{cases} \max\{\max\{0, L_i - y_{i0}\}, \lfloor (x_{i0} - X_i^L)/\Delta_i \rfloor\}, & u_{i0} = 1; \\ \max\{0, l_i + y_{i0}\}, & u_{i0} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

则机组  $i$  在时段  $t1_i$  及之前的启停状态被其初始状态

决定, 即

$$u_{it} = u_{i0}, t = 1, 2, \dots, t_{1i}, \forall i. \quad (13)$$

任意机组  $i$  在计划周期内的最早可运行时段为

$$t_{2i} = \begin{cases} 1, & u_{i0} = 1; \\ t_{1i} + 1, & u_{i0} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

因此, 对于任意机组  $i$ , 只需要确定其从时段  $t_{1i} + 1$  到时段  $T$  的启停状态和从时段  $t_{2i}$  到时段  $T$  的输出功率.

### 3.2 松弛模型

当给定满足约束 (2) 和 (3) 的机组启停状态时, 可将机组组合模型表示如下:

$$P_1: \min \sum_{i=1}^n \sum_{t=t_{2i}}^T (a_{2i}x_{it}^2 + a_{1i}x_{it}), \quad (15)$$

s.t. 约束 (4) ~ (9).

如果  $P_1$  有可行解, 则机组组合问题的可行解可通过求解  $P_1$  获得. 然而, 当机组的启停状态仅满足约束 (2) 和 (3) 时, 由于问题中启停变量和输出功率变量间耦合关系的存在,  $P_1$  的可行域常常为空集. 为了对当前的机组启停状态进行有效的调整, 利用约束松弛技术松弛  $P_1$  中耦合启停变量和输出功率变量的部分约束, 根据松弛模型的解的特点来确定机组的启停状态. 为了使得到的松弛问题易于求解, 将目标函数线性近似, 并将旋转备用约束表达为标准的线性形式.

松弛模型的构造过程如下:

首先, 用  $2a_{2i}X_i^L + a_{1i}$  近似机组  $i$  的边际发电费用, 则可将式 (15) 线性近似为

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{t=t_{2i}}^T (2a_{2i}X_i^L + a_{1i})x_{it}. \quad (16)$$

其次, 为了将约束 (7) 表达为线性形式, 引入辅助变量  $p_{it}$ , 并将约束 (7) 表示为

$$\sum_{i=1}^n p_{it} \geq \sum_{k=1}^K d_{kt} + R_t, t = 1, 2, \dots, T; \quad (17)$$

$$p_{it} \leq u_{it}(x_{it} + \Delta_i), t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, T, \forall i; \quad (18)$$

$$p_{it} \leq u_{it}X_i^U, t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, T, \forall i; \quad (19)$$

$$p_{it} = 0, t = 1, 2, \dots, t_{2i} - 1, \forall i; \quad (20a)$$

$$p_{it} \geq 0, t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, T, \forall i. \quad (20b)$$

再次, 引入辅助变量  $\alpha_{it}$  和  $\beta_{it}$ , 并将约束 (4), (5), (18) 和 (19) 分别松弛为

$$u_{it}X_i^L \leq x_{it} \leq u_{it}X_i^U, t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, t_{1i}, \forall i; \quad (21a)$$

$$u_{it}(X_i^L - \beta_{it}) \leq x_{it} \leq u_{it}X_i^U + (1 - u_{it})\alpha_{it}, \quad (21b)$$

$t = t_{1i} + 1, t_{1i} + 2, \dots, T, \forall i;$

$$x_{it} \leq x_{i,t-1} + \Delta_i + (1 - u_{i,t-1})X_i^L, \quad (22a)$$

$t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, T, \forall i;$

$$x_{i,t_{2i}} \geq x_{i,t_{2i}-1} - \Delta_i - (1 - u_{i,t_{2i}})X_i^L, \quad (22b)$$

$t_{2i} \leq t_{1i}, \forall i;$

$$x_{i,t_{2i}} \geq x_{i,t_{2i}-1} - \Delta_i - (1 - u_{i,t_{2i}})X_i^L - u_{i,t_{2i}}\beta_{i,t_{2i}}, \quad (22c)$$

$t_{2i} > t_{1i}, \forall i;$

$$x_{it} \geq x_{i,t-1} - \Delta_i - (1 - u_{it})X_i^L, \quad (22d)$$

$t = t_{2i} + 1, t_{2i} + 2, \dots, T, \forall i;$

$$p_{it} \leq u_{it}(x_{it} + \Delta_i), t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, t_{1i}, \forall i; \quad (23a)$$

$$p_{it} \leq u_{it}(x_{it} + \Delta_i) + (1 - u_{it})\alpha_{it}, \quad (23b)$$

$t = t_{1i} + 1, t_{1i} + 2, \dots, T, \forall i;$

$$p_{it} \leq u_{it}X_i^U, t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, t_{1i}, \forall i; \quad (24a)$$

$$p_{it} \leq u_{it}X_i^U + (1 - u_{it})\alpha_{it}, \quad (24b)$$

$t = t_{1i} + 1, t_{1i} + 2, \dots, T, \forall i;$

$$0 \leq \alpha_{it} \leq X_i^U, t = t_{1i} + 1, t_{1i} + 2, \dots, T, \forall i; \quad (25)$$

$$\beta_{it} \geq 0, t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, T, \forall i. \quad (26)$$

为了使松弛后的约束与原约束间的偏差尽可能小, 将惩罚项

$$\sum_{i=1}^n \sum_{t=t_{2i}}^T (\alpha_{it} + \beta_{it})M$$

加入到目标函数 (16) 中, 其中  $M$  是一个充分大的正数. 由于约束 (13), 仅松弛了对应  $t > t_{1i}$  的约束.

综合上述过程, 得到如下的松弛模型:

$$P_2: \min \sum_{i=1}^n \sum_{t=t_{2i}}^T [(2a_{2i}X_i^L + a_{1i})x_{it} + (\alpha_{it} + \beta_{it})M]. \quad (27)$$

s.t. 约束 (6), (8), (13), (17), (20) ~ (26);

$$x_{it} = 0, t = 1, 2, \dots, t_{2i} - 1, \forall i; \quad (28a)$$

$$x_{it} \geq 0, t = t_{2i}, t_{2i} + 1, \dots, T, \forall i. \quad (28b)$$

当模型中的  $u_{it}$  给定时, 对应的松弛模型是一个线性规划模型, 决策变量包括  $x_{it}$ ,  $p_{it}$ ,  $\alpha_{it}$  和  $\beta_{it}$ , 可以用标准软件最优求解.

当给定的机组启停状态仅满足约束 (2) 和 (3) 时,  $\alpha_{it}$  和  $\beta_{it}$  的引入不仅使上述松弛问题存在可行解, 而且能够作为改变机组启停状态的指示变量. 由目标函数 (27) 和约束 21(b), 23(b), 24(b) 可知, 只有当给定的  $u_{it}$  为 0 时才可能有  $\alpha_{it} > 0$ . 而正的  $\alpha_{it}$  表示机组  $i$  在时段  $t$  的输出功率或提供的旋转备用应该大于 0, 这与给定的  $u_{it} = 0$  相矛盾, 说明需要改变  $u_{it}$  的取值. 因此当  $\alpha_{it} > 0$  时, 将机组  $i$  在时段  $t$  的启停状态由给定的停机调整为运行. 类似地, 由目标函数 (27) 和约束 21(b) 可知, 只有当给定的  $u_{it}$  为 1 时才

可能有  $\beta_{it} > 0$ , 而  $\beta_{it} > 0$  意味着机组  $i$  在时段  $t$  的输出功率应该小于  $X_i^L$ , 这与给定的  $u_{it} = 1$  相矛盾, 说明需要改变  $u_{it}$  的取值. 因此当  $\beta_{it} > 0$  时, 将机组  $i$  在时段  $t$  的启停状态由给定的运行调整为停机.

### 4 启发式算法

下面设计一个基于模型的两阶段启发式算法, 用于构造机组组合问题的可行解. 在第 1 阶段, 构造满足约束 (2), (3) 和

$$\sum_{i=1}^n X_i^U u_{it} \geq \sum_{k=1}^K d_{kt} + R_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (29)$$

的初始机组启停状态, 并利用相应的经济分配模型判断该启停状态是否可行, 如果不可行, 利用松弛模型  $P_2$  对机组的启停状态进行可行化调整; 在第 2 阶段, 利用经济分配模型确定对应可行机组启停状态的输出功率, 其中式 (29) 是 (7) 成立的一个必要条件. 启发式算法的具体步骤如下.

**Step 1:** 构造满足约束 (2), (3) 和 (29) 的机组启停状态作为  $u_{it} (\forall i, t = 1, 2, \dots, T)$  的初始值. 首先对于  $\forall i$ , 令  $u_{it} = u_{i0}, t = 1, 2, \dots, t_{1i}, u_{it} = 0, t = t_{1i} + 1, t_{1i} + 2, \dots, T$ ; 然后, 通过适当开启机组以满足约束 (29), 同时不违背约束 (2) 和 (3). 令迭代指标  $iter = 0$ .

**Step 2:** 求解对应当前机组启停状态的经济分配问题. 如果经济分配问题有解, 则用得到的最优解作为机组的输出功率, 迭代停止; 否则, 令  $iter = iter + 1$ .

**Step 3:** 如果  $iter > Niter$ , 则迭代停止, 其中  $Niter$  为预先给定的正整数; 否则, 给定当前的机组启停状态, 求解松弛问题  $P_2$ .

**Step 4:** 对于任意的机组  $i$  和时段  $t$ , 如果  $\alpha_{it} > 0$ , 令  $u_{it} = 1$ ; 如果  $\beta_{it} > 0$ , 令  $u_{it} = 0$ . 同时调整其他的  $u_{it}$  以使当前的机组启停状态满足约束 (2) 和 (3), 转到 Step 2.

下面以 6-母线电力系统为例 (如图 1 所示), 通过计算其在 8 小时内的调度方案来说明启发式算法的应用过程. 系统电抗和流量限制参数见文献 [8], 其他参数如表 1 和表 2 所示, 假设 3 个负荷点处的电力需求相等.

首先, 根据表达式 (12), 计算出  $t_{11} = 2, t_{12} = t_{13} = 0$ , 并令  $u_{it} = u_{i0}, t = 1, 2, \dots, t_{1i}, u_{it} = 0$ ,

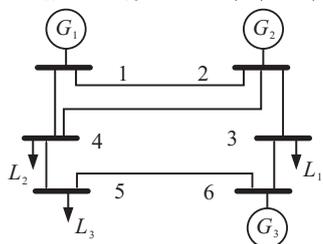


图 1 6-母线电力系统

表 1 机组参数

机组	$a_{0i}$	$a_{1i}$	$a_{2i}$	$\theta_{1i}$	$\theta_{2i}$	$\tau_i$	$X_i^L$	$X_i^U$	$\Delta_i$	$l_i$	$L_i$	$y_{i0}$	$x_{i0}$
$G_1$	123.33	8.09	0.0046	633.80	271.56	4	30	110	30	2	2	4	99
$G_2$	323.21	8.35	0.0026	1222.31	695.16	3	90	330	110	4	4	4	91
$G_3$	146.78	8.50	0.0038	639.56	293.84	2	30	120	40	2	1	2	37

表 2 系统电力需求和备用

参数	各时段的参数值							
需求	167.85	197.01	200.92	176.63	192.50	170.54	211.05	196.36
备用	11.56	15.48	16.15	14.69	13.01	13.71	19.02	12.78

$t = t_{1i} + 1, t_{1i} + 2, \dots, 8, i = 1, 2, 3$ , 得到如表 3 中第 2 行~第 4 行所示的机组启停状态. 该启停状态显然满足约束 (2) 和 (3). 其次, 根据机组的运行费用和启动费用调整  $u_{it}$  直至同时满足约束 (2), (3) 和 (29), 得到如表 3 中第 6 行~第 8 行所示的机组初始启停状态. 再次, 求解当前  $u_{it}$  对应的经济分配问题时发现问题无解, 于是求解当前  $u_{it}$  对应的松弛问题  $P_2$ . 然后, 在所求出的  $\alpha_{it}$  和  $\beta_{it}$  中, 只有  $\alpha_{38} > 0$ , 故将  $u_{38}$  的取值从 0 调整为 1. 调整后的  $u_{it}$  如表 3 中第 10 行~第 12 行所示. 最后, 求解对应的经济分配问题, 此时问题有解且最优解如表 3 中第 14 行~第 16 行所示. 这样, 应用上述启发式算法求出如表 3 中第 9 行~第 16 行所示的机组组合问题的可行解.

表 3 可行解的构造

机组	满足约束 (2) 和 (3) 的机组启停状态							
$G_1$	1	1	0	0	0	0	0	0
$G_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
$G_3$	0	0	0	0	0	0	0	0
机组	满足约束 (2), (3) 和 (29) 的机组启停状态							
$G_1$	1	1	1	1	1	1	1	0
$G_2$	0	0	0	0	0	0	1	1
$G_3$	1	1	1	1	1	1	1	0
机组	基于松弛模型的启停状态							
$G_1$	1	1	1	1	1	1	1	0
$G_2$	0	0	0	0	0	0	1	1
$G_3$	1	1	1	1	1	1	1	1
机组	基于经济分配模型输出功率							
$G_1$	100.34	110.00	110.00	104.31	110.00	90.00	60.00	0
$G_2$	0	0	0	0	0	0	101.40	128.31
$G_3$	67.51	87.01	90.92	72.32	82.50	80.54	49.65	68.05

## 5 实验和数据结果

选用 IEEE 118-母线电力系统测试启发式算法的性能. 算法利用 VC++ 编码, 在 2.83 GHz 主频 3.25 GB 内存的计算机上运行. 涉及的二次规划及线性规划用 CPLEX 11.0 软件最优求解.

### 5.1 实验参数设置

所选用的电力系统包含 54 台机组, 91 个负荷点和 186 条输电线路, 相应的电抗数据来源于文献 [9].

基于对文献 [6] 中数据的修正, 其他参数的生成范围如表 4 所示. 机组的调度以 h 为单位, 计划周期分别为: 12 h, 24 h, 48 h, 72 h, 96 h, 120 h, 144 h 和 168 h. 对应每种问题规模, 随机生成 10 个算例进行测试.

表 4 参数的产生范围

参数	下限	上限
$X_i^L$ /MW	30	100
$X_i^U$ /MW	$3X_i^L$	$4X_i^L$
$\Delta_i$ /MW	$0.3X_i^U$	$0.4X_i^U$
$(L_i/l_i)$ /h	$X_i^U < 200$	1
	$X_i^U \geq 200$	2
$y_{i0}$ /h	停机 (40%概率)	-1
	运行 (60%概率)	1
$x_{i0}$ /MW	$X_i^L$	$X_i^U$
$\sum_{k=1}^K d_{kt}$ /MW	$0.35 \sum_{i=1}^n X_i^U$	$0.45 \sum_{i=1}^n X_i^U$
$d_{kt}$ /MW	$\sum_{k=1}^K d_{kt}/K$	
$a_{0i}$ /\\$	$0.8X_i^U$	$1.2X_i^U$
$a_{1i}$ /(\$/MW)	$X_i^U < 200$	7.0
	$X_i^U \geq 200$	8.0
$a_{2i}$ /(\$/MW <sup>2</sup> )	$X_i^U < 200$	0.003
	$X_i^U \geq 200$	0.001
$\theta_{1i}$ /\\$	$X_i^U < 200$	$4X_i^U$
	$X_i^U \geq 200$	$2X_i^U$
$\theta_{2i}$ /\\$	$X_i^U < 200$	$4X_i^U$
	$X_i^U \geq 200$	$2X_i^U$
$\tau_i$ /h	$X_i^U < 200$	1
	$X_i^U \geq 200$	3

5.2 实验结果

对于每个算例, 应用提出的启发式算法进行求解, 记录下算法实施的迭代次数, 并用相应的运行时间及求得的目标函数值  $f^h$  与最优目标函数值  $f^*$  之间的相对偏差  $(f^h - f^*)/f^* \times 100\%$  来评价启发式算法的性能. 真实的  $f^*$  难以获得, 因此用  $f^*$  的下界  $f^L$  来代替.  $f^L$  可通过使用拉格朗日松弛算法求解算例得到, 主要流程为: 1) 拷贝变量  $x_{it}$ ; 2) 松弛约束 (5)~(7) 和变量拷贝约束; 3) 利用次梯度方法求解对偶问题, 详细过程可见文献 [6,10]. 由于  $f^L \leq f^*$ , 所得到的相对偏差  $(f^h - f^L)/f^L \times 100\%$  是对应最优目标函数值的相对偏差的上界. 相应的数值结果如表 5 和表 6 所示.

表 5 启发式算法的迭代次数

计划周期/h	12	24	48	72	96	120	144	168	平均
平均次数	1.70	1.50	2.00	2.20	2.20	1.90	2.20	2.30	<b>2.00</b>
最大次数	3	3	3	3	3	2	3	3	<b>2.88</b>

表 6 启发式算法的运行时间与相对偏差

计划周期/h	12	24	48	72	96	120	144	168	平均
运行时间/s	0.19	0.47	0.82	1.07	2.88	3.40	2.80	5.55	<b>2.15</b>
相对偏差/%	3.18	3.19	3.08	2.92	3.25	3.18	3.13	3.09	<b>3.13</b>
偏差标准差/ $\times 10^{-2}$	0.63	0.89	0.40	0.35	0.48	0.51	0.31	0.53	<b>0.51</b>

从表 5 和表 6 可知: 1) 对于所有算例, 启发式算法都可以在有限次迭代后找到问题的可行解, 平均迭

代次数为 2 次, 最大迭代次数为 3 次. 这说明了该算法实施的可行性. 2) 算法的运行时间随着计划周期的增加呈线性增长, 平均运行时间为 2.15 s. 这表明使用该算法可以为电力系统快速地提供合理的机组组合调度方案. 3) 平均相对偏差为 3.13%, 最大相对偏差为 3.25%. 这说明该算法找到的可行解与最优解间的距离很近, 表明了算法的有效性. 4) 平均相对偏差标准差为  $0.51 \times 10^{-2}$ , 最大的偏差标准差为  $0.89 \times 10^{-2}$ . 这说明了该启发式算法的性能的鲁棒性.

6 结 论

针对带有爬坡速率约束和系统安全约束的机组组合问题, 提出一种基于模型的启发式算法. 利用经济分配模型判断机组启停状态的可行性, 并求解可行启停状态所对应的输出功率, 利用线性近似和约束松弛技术构造问题的松弛模型, 并用于决策对不可行的机组启停状态的调整方案. 基于随机算例的测试结果表明, 提出的启发式算法能在合理的时间内求出令人满意的近优解.

参考文献(References)

- [1] Padhy N P. Unit commitment-a bibliographical survey[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2004, 19(2): 1196-1205.
- [2] Youakim A-K. Power generation scheduling algorithm using dynamic programming[J]. Nonlinear Analysis, 2009, 71(12): e641-e650.
- [3] Shafie-khah M, Parsa Moghaddam M, Sheikh-El-Eslami M K. Unified solution of a non-convex SCUC problem using combination of modified Branch-and-Bound method with quadratic programming[J]. Energy Conversion and Management, 2011, 52(12): 3425-3432.
- [4] Lyu J K, Kim M K, Yoon Y T, et al. A new approach to security-constrained generation scheduling of large-scale power systems with a piecewise linear ramping model[J]. Electrical Power and Energy Systems, 2012, 34(1): 121-131.
- [5] Baldwin C J, Dale K M, Ditttrich R F. A study of the economic shutdown of generating units in daily dispatch[J]. AIEE Trans on Power Apparatus and Systems, Part III, 1959, 78(4): 1272-1282.
- [6] Bard J F. Short-term scheduling of thermal-electric generators using Lagrangian relaxation[J]. Operations Research, 1988, 36(5): 756-766.
- [7] Farid B, Bendaoud A. Enhanced Lagrangian relaxation solution to the generation scheduling problem[J]. Electrical Power and Energy Systems, 2010, 32(10): 1099-1105.
- [8] Wu L, Shahidepour M, Li T. Stochastic security-constrained unit commitment[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2007, 22(2): 800-811.