

文章编号: 1001-0920(2012)11-1663-06

## 基于最小二乘支持向量机的无轴承同步磁阻电机解耦控制

朱焜秋, 李衍超, 曹莉

(江苏大学 电气信息工程学院, 江苏 镇江 212013)

**摘要:** 无轴承同步磁阻电机是一个复杂的多变量、强耦合非线性系统, 实现其非线性动态解耦控制是无轴承同步磁阻电机稳定运行的前提。在推导其数学模型的基础上, 采用最小二乘支持向量机的方法得到无轴承同步磁阻电机逆模型; 根据逆系统基本原理, 将复杂的原非线性多变量耦合系统解耦成伪线性系统; 根据线性系统理论, 设计了闭环控制器, 并构建了系统仿真模型。仿真结果表明该方法实现了系统的动态解耦, 并且具有良好的动、静态特性。

**关键词:** 无轴承同步磁阻电机; 最小二乘支持向量机; 逆系统模型; 解耦控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Decoupling control of bearingless synchronous reluctance motor based on least squares support vector machines

ZHU Huang-qiu, LI Yan-chao, CAO Li

(School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China. Correspondent: ZHU Huang-qiu, E-mail: zhuhuangqiu@ujs.edu.cn)

**Abstract:** The bearingless synchronous reluctance motor is a complicated multivariate and strong coupled nonlinear system. Realizing decoupling control of the bearingless synchronous reluctance motor is a precondition of stable operation. Based on deducing mathematical model, the inverse model of the bearingless synchronous reluctance motor is given by using the method of least squares support vector machines (LS-SVM). According to the basic principle of inverse system method, the complex nonlinear multivariable system is decoupled into pseudo-linear system. According to the linear control theory, the closed loop controllers are designed, and then simulation model is constructed. The simulation results show that the system realizes dynamic decoupled, and the system has good dynamic and static performance.

**Key words:** bearingless synchronous reluctance motor; least squares support vector machines; inverse system model; decoupling control

### 1 引言

无轴承同步磁阻电机既具有同步磁阻电机的特性, 又具有磁轴承无接触、无润滑、无污染的优点。无轴承同步磁阻电机的转子不需要励磁, 省去了永磁体和励磁绕组, 具有电机结构简单、制造成本低廉、高临界转速和高精度等优点。近年来, 在涡轮分子泵、高速超高速机床、高无菌纯净车间、高腐蚀有害介质传输等特殊的应用领域, 急需这种高速度、高性能、高无污染、高无接触的驱动电机, 因此, 对无轴承同步磁阻电机进行研究有着较高的理论和应用价值<sup>[1-2]</sup>。

无轴承同步磁阻电机是一个复杂的多变量、强耦合非线性系统, 要实现其稳定可靠工作, 必须对电

磁转矩和径向悬浮力进行解耦控制。目前, 常用的逆系统解耦方法需要知道对象的精确模型且逆模型的解析解可求, 神经网络逆解耦控制方法存在运算量大、过学习、局部极点小、结构和类型选择过分依赖于经验等缺陷<sup>[3]</sup>。支持向量机 (SVM) 具有很强的泛化能力, 明显优于神经网络等传统方法<sup>[4]</sup>。但是 SVM 算法速度依赖于样本数据的个数, 样本数据越大, 求解相应的二次规划问题越复杂。而最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 作为标准 SVM 的一种扩展, 在优化指标中采用平方项, 用等式约束取代不等式约束, 将二次规划问题转化为线性方程组的求解问题, 因而简化了计算复杂性, 使得 LS-SVM 在非线性系统的建模与控制

收稿日期: 2011-09-16; 修回日期: 2011-11-07。

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974053); 教育部博士点基金项目(20093227110002); 江苏高校优势学科建设工程项目(苏政办发[2011]6号)。

作者简介: 朱焜秋(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 从事磁悬浮高速传动技术、无轴承电机精密驱动及控制等研究; 李衍超(1985-), 男, 硕士生, 从事无轴承同步磁阻电机非线性解耦控制的研究。

中得到应用,极大提高了 SVM 的训练效率<sup>[5-6]</sup>.

本文针对无轴承同步磁阻电机这个多变量、非线性、强耦合系统,利用 LS-SVM 的拟合逼近能力通过训练得到其逆系统,将逆系统串接在无轴承同步磁阻电机原系统之前,使这个复杂的非线性多输入多输出(MIMO)系统解耦成 3 个互相独立的单输入单输出(SISO)伪线性系统;在此基础上,利用线性系统的控制理论设计闭环控制器<sup>[7-9]</sup>,并构建了整个控制系统的仿真模型.仿真结果验证了所提出解耦控制方法的正确性和可靠性,系统具有较好的动静态特性.

## 2 无轴承同步磁阻电机基本原理及数学模型

### 2.1 电机工作原理

无轴承同步磁阻电机空载条件下转子径向悬浮力产生原理如图 1 所示.无轴承同步磁阻电机定子嵌有极对数为  $P_M = 2$  的转矩绕组和极对数  $P_B = 1$  的径向悬浮力绕组,满足关系  $P_B = P_M \pm 1$ ,这时可产生电磁转矩和径向悬浮力<sup>[1-2]</sup>.4 极转矩绕组  $N_a$  和 2 极径向悬浮力绕组  $N_y$  通电时分别产生 4 极励磁磁通  $\psi_a$  和 2 极磁通  $\psi_y$ .

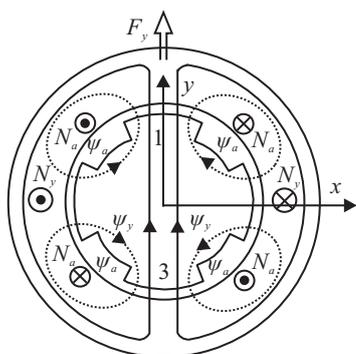


图 1 无轴承同步磁阻电机径向悬浮力产生示意图

以两套绕组通以图 1 中所示方向的电流为例,转矩绕组  $N_a$  和径向悬浮力绕组  $N_y$  产生的磁场合成使得气隙 1 区域的磁通密度增强,气隙 3 区域的磁通密度减弱,不平衡的气隙磁通密度导致转子产生沿  $y$  轴正方向径向悬浮力  $F_y$ .同理,若  $N_y$  中通以相反方向电流,则转子会产生沿  $y$  轴负方向的径向悬浮力.此外,无轴承同步磁阻电机中 2 极径向悬浮力绕组  $N_x$  可产生  $x$  轴方向的径向悬浮力,分别控制  $N_x$  和  $N_y$  中电流的大小和方向,从而实现转子的稳定悬浮.

### 2.2 径向悬浮力数学模型

假定无轴承同步磁阻电机凸极转子极弧角度为  $30^\circ$ ,两套绕组中磁动势为正弦分布,忽略磁饱和,采用麦克斯韦张量法来推导其径向悬浮力公式.无轴承同步磁阻电机因具有凸极转子,其气隙磁通密度

$B$  并非均匀分布,磁通密度  $B$  为转子机械位置角  $\theta$  的函数,并且转子偏心时,转子凸极与定子之间气隙长度是  $\theta$  的函数,即  $\delta_0(\theta)$ .

根据麦克斯韦张量法,可得作用在转子单位表面积上的麦克斯韦力为

$$dF = \frac{B^2(\theta)}{2\mu_0} dA, \quad (1)$$

其中  $\mu_0$  为真空磁导率.

转子所受麦克斯韦力沿  $x, y$  轴方向的分量分别为

$$\begin{cases} dF_x(\theta) = \frac{lr}{2\mu_0} B^2(\theta) \cos \theta d\theta, \\ dF_y(\theta) = \frac{lr}{2\mu_0} B^2(\theta) \sin \theta d\theta. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $l$  为电机有效铁芯长度,  $r$  为凸极处转子半径.

电机中气隙磁动势基波  $f(\theta)$  由转矩绕组和悬浮力绕组共同产生,其大小为

$$f(\theta) = F_1 \cos(\omega t - 2\theta + \mu) + F_2 \cos(\omega t - \theta + \lambda). \quad (3)$$

其中:  $\omega$  为电气角频率,  $\mu$  和  $\lambda$  分别为转矩绕组和悬浮力绕组产生的气隙磁动势矢量初始向量角.

无轴承同步磁阻电机中磁通密度与气隙磁动势关系为

$$B(\theta) = \frac{\mu_0 f(\theta)}{2\delta_0(\theta)}. \quad (4)$$

假设转子偏心位移远小于电机气隙长度  $\delta_0$ , 则  $\delta_0(\theta) = \delta_0$ . 将式 (3) 和 (4) 代入 (2) 并积分, 可得转子所受径向悬浮力为<sup>[3, 10]</sup>

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{m1} i_d & K_{m2} i_q \\ K_{m2} i_q & -K_{m1} i_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中

$$K_{m1} = \frac{lr\mu_0 N_1 N_2}{48\delta_0} (2\pi + 3\sqrt{3}),$$

$$K_{m2} = \frac{lr\mu_0 N_1 N_2}{48\delta_0} (2\pi - 3\sqrt{3}),$$

$N_1$  和  $N_2$  分别为转矩绕组和悬浮力绕组每相串联有效匝数,  $i_d$  和  $i_q$  分别为同步旋转坐标系下转矩绕组等效两相电流,  $i_x$  和  $i_y$  分别为同步旋转坐标系下悬浮力绕组等效两相电流.

当转子偏离中心时,转子上会产生与偏心位移成正比的麦克斯韦磁张力,其大小为<sup>[3, 10]</sup>

$$\begin{bmatrix} F_{sx} \\ F_{sy} \end{bmatrix} = \frac{k\pi r l B^2}{\mu_0 \delta_0} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中:  $k$  为与电机结构有关的比例系数,  $x$  和  $y$  为转子径向偏移量.

假设转子在  $x, y$  方向受外力分别为  $F_{zx}$  和  $F_{zy}$  (含重力),  $m$  为转子质量,则转子径向悬浮力子系统运动方程为

$$\begin{cases} F_{sx} + F_{zx} - F_x = m\ddot{x}, \\ F_{sy} + F_{zy} - F_y = m\ddot{y}. \end{cases} \quad (7)$$

### 2.3 转矩绕组数学模型

无轴承同步磁阻电机转子上没有励磁绕组, 并且转子直轴方向和交轴方向的磁阻不等, 根据磁阻最小原理即可产生同步磁阻转矩. 在  $d-q$  同步旋转坐标系下, 转矩绕组的子系统数学模型如下:

定子磁链方程

$$\begin{cases} \psi_d = (L_{s1} + L_{md})i_d = L_d i_d, \\ \psi_q = (L_{s1} + L_{mq})i_q = L_q i_q; \end{cases} \quad (8)$$

定子电压方程

$$\begin{cases} u_d = R_{s1}i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega L_q i_q, \\ u_q = R_{s1}i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega L_d i_d; \end{cases} \quad (9)$$

转矩方程

$$\begin{cases} T_e - T_L = \frac{J}{P_M} \frac{d\omega}{dt}, \\ T_e = \frac{3}{2} P_M (L_d - L_q) i_d i_q. \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\psi_d$  和  $\psi_q$  为定子磁链在  $d-q$  轴上的分量,  $L_{s1}$  为等效两相定子绕组漏感,  $L_{md}$  和  $L_{mq}$  分别为  $d-q$  坐标下定子和转子绕组间的互感,  $u_d$  和  $u_q$  为定子电压在  $d-q$  轴上的分量,  $R_{s1}$  为转矩绕组定子每相电阻,  $L_d$  和  $L_q$  分别为  $d-q$  轴电感,  $\omega$  为同步电角速度,  $T_e$  和  $T_L$  分别为电机电磁转矩和负载转矩,  $J$  为转动惯量.

## 3 最小二乘支持向量机逆解耦控制

### 3.1 无轴承同步磁阻电机可逆性分析

在使用逆系统方法解耦前, 首先判定系统的可逆性. 在  $d-q$  同步旋转坐标系下, 选取无轴承同步磁阻电机复合被控对象的状态变量为

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [x \ y \ \dot{x} \ \dot{y} \ \omega]^T, \quad (11)$$

输入变量为

$$\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = [i_q \ i_x \ i_y]^T, \quad (12)$$

输出变量为

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T = [x \ y \ \omega]^T. \quad (13)$$

由式 (5)~(7) 及 (10) 的数学关系, 可得无轴承同步磁阻电机复合被控对象的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) =$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{1}{m}(-K_{m1}i_d u_2 - K_{m2}u_1 u_3 + F_{sx} + F_{zx}) \\ \frac{1}{m}(-K_{m2}u_1 u_2 + K_{m1}i_d u_3 + F_{sy} + F_{zy}) \\ \frac{3P_M^2}{2J}(L_d - L_q)i_d u_1 - \frac{P_M}{J}T_L \end{bmatrix}, \quad (14)$$

系统输出方程为

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由系统状态方程可以看出, 无轴承同步磁阻电机是含有 5 个状态变量的非线性强耦合 3 输入 3 输出系统.

首先计算该非线性系统的相对阶次. 对输出函数式 (15) 不断求导, 直到其各分量均显含输入变量  $\mathbf{u}$ , 可以得到

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = x_3, \\ \ddot{y}_1 = \frac{1}{m}(-K_{m1}i_d u_2 - K_{m2}u_1 u_3 + F_{sx} + F_{zx}), \\ \dot{y}_2 = x_4, \\ \ddot{y}_2 = \frac{1}{m}(-K_{m2}u_1 u_2 + K_{m1}i_d u_3 + F_{sy} + F_{zy}), \\ \dot{y}_3 = \frac{3P_M^2}{2J}(L_d - L_q)i_d u_1 - \frac{P_M}{J}T_L. \end{cases} \quad (16)$$

记  $\mathbf{Y} = [\dot{y}_1 \ \dot{y}_2 \ \dot{y}_3]^T$ , 因此, 输出对输入  $\mathbf{u}$  的雅可比矩阵可表示为

$$\mathbf{A} = \left[ \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{u}^T} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{y}_1}{\partial u_1} & \frac{\partial \dot{y}_1}{\partial u_2} & \frac{\partial \dot{y}_1}{\partial u_3} \\ \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial u_1} & \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial u_2} & \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial u_3} \\ \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial u_1} & \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial u_2} & \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial u_3} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

根据式 (16) 计算 (17), 可以得到

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m}K_{m2}u_3 & -\frac{1}{m}k_{m1}i_d & -\frac{1}{m}K_{m2}u_1 \\ -\frac{1}{m}K_{m2}u_2 & -\frac{1}{m}k_{m2}u_1 & \frac{1}{m}K_{m1}i_d \\ \frac{3P_M^2}{2J}(L_d - L_q)i_d & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

经计算可得

$$\det \mathbf{A} = -\frac{3P_M^2}{2m^2 J}(L_d - L_q)(K_{m1}^2 i_d^2 + K_{m2}^2 u_1^2). \quad (19)$$

无轴承同步磁阻电机  $i_d \neq 0$ ,  $L_d \neq L_q$ ,  $K_{m1}$  和  $K_{m2}$  是非零常数, 因此  $\det \mathbf{A}$  不为零. 又因为  $y_1, y_2, y_3$  的导数的最低阶数分别为 2, 2, 1, 所以系统向量相对阶次是  $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T = [2 \ 2 \ 1]^T$ , 并且  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 2 + 2 + 1 = 5$ , 所以系统是可逆的.

### 3.2 最小二乘支持向量机逆系统构造

支持向量机是通过内积函数定义的非线性变换将输入向量映射到一个高维特征空间, SVM 分类函数形式上类似于一个神经网络, 输出是中间节点的线性组合, 每个中间节点对应一个支持向量, LS-SVM 辨识非线性系统结构示意图可参见文献 [8].

对于 LS-SVM, 它是采用最小二乘线性系统作为损失函数, 代替传统的二次规划方法. 对于给定  $l$  对训

训练样本集  $\{x_k, y_k\}_{k=1}^l$ ,  $k = 1, 2, \dots, l$ , 其中  $x_k$  和  $y_k$  分别是输入和输出, 输入空间  $x_k$  被非线性映射  $\phi(\mathbf{x})$  映射到高维特征空间, 所采用的高维特征空间的线性函数为

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) + b. \quad (20)$$

利用式 (20) 来拟合样本,  $\mathbf{w}$  为确定这个特征空间的权值向量,  $b$  为阈值. LS-SVM 的优化问题定义为

$$\min_{\mathbf{w}, b, \zeta_k} J(\mathbf{w}, \zeta) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{1}{2} c \sum_{k=1}^l \zeta_k^2, \quad (21)$$

约束条件为

$$y_k = \mathbf{w}^T \phi(x_k) + b + \zeta_k, \quad k = 1, 2, \dots, l. \quad (22)$$

其中:  $\zeta_k$  为松弛因子,  $c$  为惩罚因子. 式 (21) 的第 1 项和第 2 项分别控制模型的复杂度和误差范围.

通过拉格朗日方法求解上述优化问题. 引入如下 Lagrange 函数:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{w}, b, \zeta, \mathbf{a}) = \\ J(\mathbf{w}, \zeta) - \sum_{k=1}^l \alpha_k (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_k) + b + \zeta_k - y_k). \end{aligned} \quad (23)$$

其中:  $\alpha_k$  为拉格朗日乘子,  $k = 1, 2, \dots, l$ ;  $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_l]^T \in R^l$ ;  $\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \dots \ \zeta_l]^T \in R^l$ .

根据 KKT 最优条件<sup>[5]</sup>, 可得到此优化问题的解析解为

$$\begin{bmatrix} b \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}_{l \times 1}^T \\ \mathbf{1}_{l \times 1} & \mathbf{\Omega} + \gamma^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中:  $\mathbf{1}_{l \times 1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ ;  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_l]^T$ ;  $\mathbf{\Omega}$  为方阵, 其第  $i$  行第  $j$  列的元素为  $\Omega_{ij} = \{\Omega_{ij}\}_{l \times l} = \mathbf{K}(x_i, x_j) = \phi(x_i) \cdot \phi(x_j)$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, l$ ,  $\mathbf{K}(x_i, x_j)$  为核函数, 必须满足 Mercer 条件.

目前, 常用的核函数有线性核函数、多项式核函数、高斯径向基核函数以及 Sigmoid 核函数. 高斯径向基核函数 (RBF) 在可分性和局部性都能取得满意的结果<sup>[11]</sup>, 故本文采用如下高斯径向基核函数:

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}, x_k) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - x_k\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (25)$$

其中  $\sigma$  为核宽度, 表示边界封闭包含的半径大小. 为便于并行计算, 提高效率, 其参数的选择可采用网络搜索法. 由式 (23) 可求出  $\mathbf{w}$ , 求线性方程组 (24) 可得  $\mathbf{a}$  和  $b$ , 这样便可得到训练数据集的函数估计为

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^l \alpha_k \mathbf{K}(\mathbf{x}, x_k) + b. \quad (26)$$

与标准 SVM 相比, LS-SVM 存在一个很大的问题: 失去了支持向量的稀疏性. 在 LS-SVM 中向量  $\mathbf{a}$  中的所有元素都不为零, 几乎所有的训练数据都作为支持向量出现在模型中, 使模型变得复杂, 运算量也相应变大, 所以应对其进行稀疏化. 首先对样本  $\alpha_k$  的

绝对值从大到小进行排序, 去掉一部分绝对值较小的  $\alpha_k$  所对应的样本, 余下的进行训练; 然后循环以上步骤. LS-SVM 的训练过程可归结为一个线性方程组的求解过程, 而不必像 SVM 那样需要求解一个约束凸二次规划, 从而使得 LS-SVM 比标准 SVM 具有更小的计算复杂度.

从 3.1 节分析可知, 无轴承同步磁阻电机是一个 3 输入 3 输出的 MIMO 系统. 由于 SVM 只能用于单输出函数的逼近问题, 为了实现对多输入多输出对象的模型辨识, 本文对转速和两个径向位移分别设计相应的学习机.

逆系统思想的关键是求得系统的逆模型, 根据输入数据对  $\{X_j^k, u_j^k\} (k = 1, 2, \dots, l, j = 1, 2, \dots, q)$ , 通过 LS-SVM 的学习, 可得到相应的输入向量系数  $a_k^j$  和阈值  $b_j$ . 其中:  $k$  表示第  $k$  对训练样本,  $j$  表示原系统第  $j$  个输出对应的变量. 根据当前输入  $X_j$  可以辨识出其逆系统为

$$u_j = \phi(\mathbf{X}_j) = \sum_{k=1}^l a_k^j \mathbf{K}(x_k^j, \mathbf{X}_j) + b_j. \quad (27)$$

采用 LS-SVM 方法构造系统逆模型解耦的步骤如下:

**Step 1** 通过施加激励信号, 输入到仿真模型以获得运行数据集  $\{x, y, \omega\}$  和  $\{i_d, i_q, i_x, i_y\}$ , 从中等间距取 400 组数据, 其中 200 组作为训练样本, 其余 200 组作为测试样本. 这里得到的只是转矩电流  $i_q$ , 悬浮力电流  $i_x$  和  $i_y$  以及转速  $n$  的数据. 因为悬浮力子系统的相对阶次  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ , 转矩子系统的相对阶次  $\alpha_3 = 1$ , 在 LS-SVM 逆系统的求取中, 还需要采用五点求导公式<sup>[12]</sup>求取转速  $n$  的一阶导数和  $x, y$  方向位移的二阶导数, 从而得到完整的训练样本集  $\{x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}, \omega, \dot{\omega}\}$  和  $\{i_d, i_q, i_x, i_y\}$ .

**Step 2** 采用网络搜索法先选择参数对  $(c, \sigma)$  的初始种群, 利用该初始种群对 LS-SVM 逆模型分别进行训练, 再由训练好的模型对测试数据进行测试; 然后根据总体测试误差淘汰不合适参数, 产生下一代参数种群. 重复以上步骤, 直到测试误差满足训练精度, LS-SVM 的参数选择为  $c = 3000$ ,  $\sigma = 12$ . 通过对 3 个 LS-SVM 的学习, 获得相应的输入向量系数  $a_k^j$  和阈值  $b_j$ , 根据输入可以辨识出式 (27) 逆模型的输出.

**Step 3** 图 2 是以转子径向位移为例, 测试基于 LS-SVM 的逆系统拟合输出特性. 其中: 实线为系统模型仿真的实际输出径向位移, 虚线为基于 LS-SVM 的无轴承同步磁阻电机逆系统跟踪输出. 从图 2 中可以看出, 基于 LS-SVM 的逆系统可以很好地实现对系统的位移拟合输出, 说明训练所得的逆系统准确可靠.

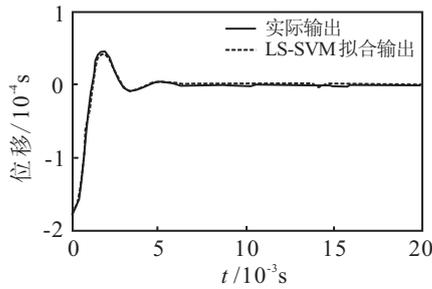
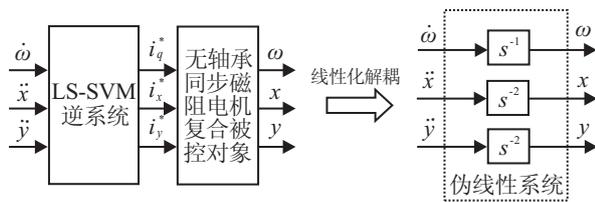
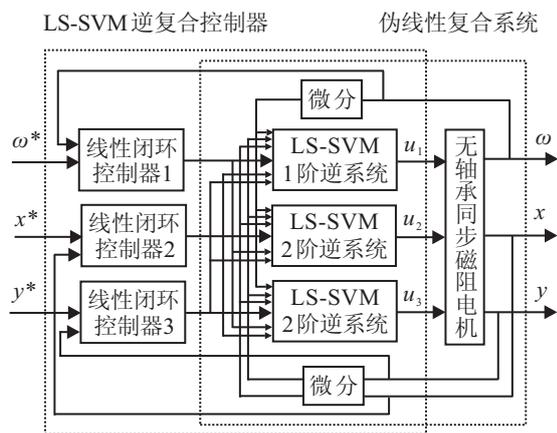


图 2 基于 LS-SVM 的无轴承同步磁阻电机拟合输出

**Step 4** 将基于 LS-SVM 求得的逆系统串接在原系统之前, 则原 MIMO 系统被解耦成 3 个独立的 SISO 伪线性系统, 图 3(a) 为伪线性系统示意图. 转矩系统解耦得到一个一阶积分型系统, 称为转速子系统; 悬浮力系统解耦得到两个二阶积分型线性系统, 称为位置子系统.



(a) LS-SVM 逆系统与被控复合对象组成伪线性系统



(b) 基于 LS-SVM 的无轴承同步磁阻电机复合控制结构图

图 3 伪线性系统及复合控制结构图

**Step 5** 针对这 3 个线性积分子系统分别设计线性闭环控制器. 位置子系统是两个二阶积分型线性系统.  $x, y$  方向位置调节器采用带微分限制环节和积分分离 PID 控制器, 其表达式为

$$G_c(s) = \begin{cases} \frac{1 + T_d s}{1 + \varepsilon T_d s} (K_p + K_p \frac{1}{T_i s}), & |e| \leq c; \\ \frac{K_p(1 + T_d s)}{1 + \varepsilon T_d s}, & |e| > c. \end{cases} \quad (28)$$

其中:  $T_d$  为微分时间常数,  $K_p$  为比例系数,  $T_i$  为积分时间常数,  $\varepsilon$  为微分增益,  $e$  为输入静差,  $c$  为 PID 控制算法的积分分离阈值. 在控制过程中, 当  $|e| > c$  时, 电机处于起停或负载转矩突变阶段, 偏差较大, 此时采用 PD 控制以减少超调量; 当  $|e| \leq c$  时, 位置系统的

实际位移与给定目标位移的误差小于一定值, 此时采用 PID 控制以保证位移控制精度.

转速子系统是一阶积分型系统, 转速控制器采用 PI 调节器, 其传递函数为

$$G_c(s) = \frac{k(\tau s + 1)}{\tau s}. \quad (29)$$

其中:  $\tau$  为积分时间常数,  $k$  为比例系数.

无轴承同步磁阻电机整体控制结构如图 3(b) 所示.

### 4 仿真研究

本文采用 Matlab/Simulink 对逆系统的拟合输出特性、无轴承同步磁阻电机的转子起浮特性、转速突变情况下的性能以及在施加干扰力情况的特性进行了建模和仿真实验. 样机参数如表 1 所示.

表 1 无轴承同步磁阻电机参数

转矩绕组极对数 $P_M = 2$	悬浮绕组极对数 $P_B = 1$
电机额定功率 500 W	电机额定转速 3 000 r/min
转子质量 $m = 1$ kg	气隙长度 $\delta_0 = 0.25$ mm
转动惯量 $J = 0.002$ kg · m <sup>2</sup>	辅助轴承气隙为 0.20 mm

图 4 是电机转速为 2000 r/min 时转子的起浮特性图. 由于无轴承电机的气隙长度为 0.25 mm, 在仿真过程中设定转子的初始位置为  $x = -0.100$  mm,  $y = -0.160$  mm. 从图中可见, 转子经过 0.011 s 后实现了稳定悬浮于中心位置.

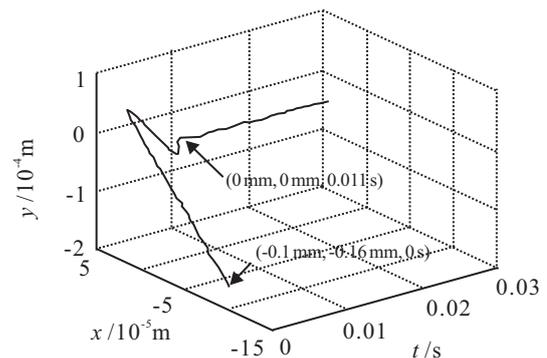


图 4 转子起浮轨迹图

图 5(a) 是电机转速  $n$  由 1500 r/min 加速到 2000 r/min 时的转速特性图. 从图中可见, 电机转速从零开始经过 0.013 s 加速至 1500 r/min 稳定运行, 超调量为 1.5%. 在 0.018 s 从 1500 r/min 突然加速到 2000 r/min 稳定运行, 加速时间为 0.005 s, 超调量为 1.0%, 表明系统具有良好的转速响应特性.

图 5(b) 和图 5(c) 是转速突变过程中对应的转子质心位移曲线. 转子起浮经过 0.011 s 震动后稳定悬浮在中心位置, 从仿真结果可以看出, 转子位置只在起浮阶段出现了小幅度震动, 然后稳定悬浮在中心位置. 当转速发生突变时, 转子位移没有出现震动, 仍然稳定悬浮在中心位置. 可见径向位移基本不受转速变

化的影响,实现了转矩子系统(转速)与悬浮力子系统(径向位移)之间的动态解耦.

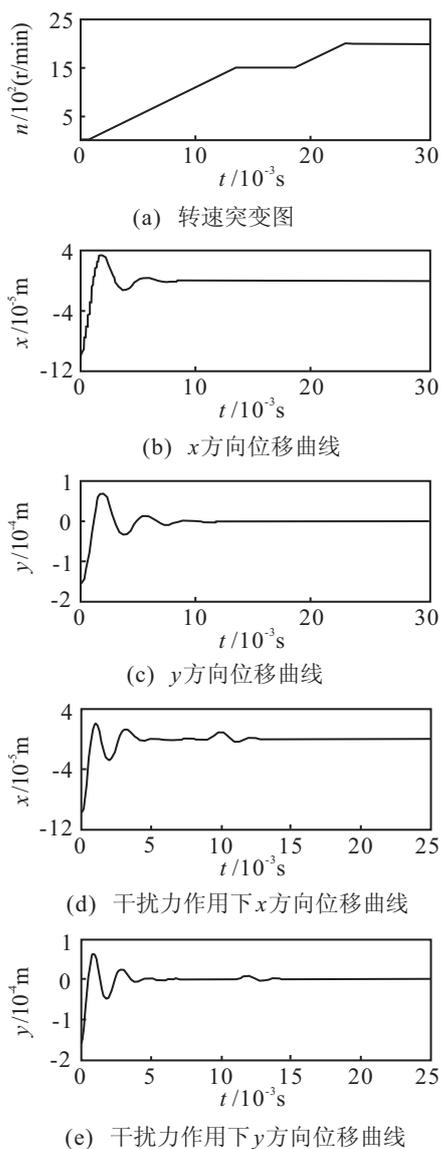


图5 无轴承同步磁阻电机系统仿真结果

图5(d)和图5(e)分别为无轴承同步磁阻电机在外界干扰力作用下的 $x$ 、 $y$ 位移响应曲线.在转速为1500 r/min下,分别在不同时刻给 $x$ 、 $y$ 方向上施加干扰力:在0.009 s时给 $x$ 方向上施加98 N的干扰力;在0.011 s时给 $y$ 方向上施加大小为98 N的干扰力.从仿真结果图5(d)和图5(e)可以看出,所施加的力只对该方向上的位移有微小影响,不会影响到另外一方向上的位移曲线.闭环控制可使转子迅速回复到平衡位置并稳定悬浮,可见径向悬浮力垂直方向之间实现了动态解耦控制.从以上仿真曲线及给出的仿真数据可以看出该方法实现了系统解耦,并具有较好的动态性能.

## 5 结论

针对无轴承同步磁阻电机这一复杂的多变量、非线性、强耦合系统,本文给出了一种基于最小二乘

支持向量机的解耦控制方法,并得到如下结论:

1) 无轴承同步磁阻电机是一个3输入3输出的5阶非线性、强耦合系统,并且系统是可逆的.

2) 基于LS-SVM的逆模型应用于无轴承同步磁阻电机的解耦控制,在不依赖于精确的数学模型的情况下,通过对样本集多次训练,能够得到辨识效果比较理想的逆模型.

3) 基于最小二乘支持向量机的解耦控制方法,将无轴承同步磁阻电机这个多变量、强耦合系统解耦成基本线性化的伪线性系统,通过设计闭环控制器,实现无轴承同步磁阻电机转速、 $x$ 轴径向位移和 $y$ 轴径向位移之间的动态解耦控制,并且系统超调小、响应速度快,具有良好的动静态特性.

## 参考文献(References)

- [1] Chiba A, Rahman M, Fukao T, et al. Radial force in a bearingless reluctance motor[J]. IEEE Trans on Magnetics, 1991, 27(2): 786-790.
- [2] Chiba A, Fukao T, Ichikawa O, et al. Magnetic bearings and bearingless drives[M]. Boston: Elsevier Newnes Press, 2005: 239-249.
- [3] Vapnik V N. An overview of statistical learning theory[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1999, 10(5): 988-999.
- [4] Suykens J A K, Vandewalle J. Multiclass least squares support vector machines[C]. Proc of Int Joint Conf on Neural Networks. Washington, 1999: 900-903.
- [5] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers[J]. Neural Processing Letter, 1999, 9(3): 293-300.
- [6] 程启明, 杜许锋, 郭瑞青, 等. 基于最小二乘支持向量机的多变量逆系统控制方法及应用[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(35): 96-101.  
(Cheng Q M, Du X F, Guo R Q, et al. Decoupling compound control method based on least squares support vector machines multivariable inverse system and its application[J]. Proc of the CSEE, 2008, 28(35): 96-101.)
- [7] 宋夫华, 李平. 支持向量机 $\alpha$ 阶逆系统解耦控制方法[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2007, 41(2): 226-229.  
(Song F H, Li P.  $\alpha$ th-order inverse decoupling control method based on support vector machines[J]. J of Zhejiang University: Engineering Science, 2007, 41(2): 226-229.)
- [8] 宋夫华. 支持向量机逆系统方法及其应用研究[D]. 杭州: 浙江大学信息科学与工程学院, 2006.  
(Song F H. Study on support vector machine inverse system method and its application[D]. Hangzhou: College of Information Science and Engineering, Zhejiang University, 2006.)