文章编号: 1001-0920 (2013) 02-0201-04

大型空间飞行器的高阶滑模姿态控制律设计

马 克 茂
(哈尔滨工业大学 航天学院，哈尔滨 150080)

摘 要: 针对大型空间飞行器的大角度姿态控制问题, 考虑航天器惯量矩阵中的不确定性和外部扰动力矩, 应用高阶滑模控制方法设计了姿态跟踪控制律. 采用的二阶滑模控制方法改善了系统针对不确定性及外部扰动的鲁棒性, 并减弱了振颤现象. 针对所设计的控制器进行了仿真验证, 并与一阶滑模控制进行了对比, 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

关键词: 航天器；姿态控制；鲁棒控制；高阶滑模控制；振颤现象
中图分类号: TP273　　**文献标志码:** A

Design of higher order sliding mode attitude control laws for large-scale spacecraft

MA Ke-mao
(School of Astronautics，Harbin Institute of Technology，Harbin 150080，China．E-mail：makemao@hit.edu.cn)

Abstract: For the large angle attitude control of large-scale spacecraft with uncertainties in the inertial matrices of spacecraft and the external disturbance torques, attitude tracking control laws are designed based on the higher-order sliding mode control technique. With the second-order sliding mode control used in the design, the robustness of the system with respect to uncertainties and external disturbances is improved, and the chattering phenomena are attenuated. For the designed controllers, numerical simulations are carried out, and compared with first-order sliding mode controllers. The simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: spacecraft；attitude control；robust control；higher order sliding mode control；chattering phenomenon

0 引 言

在控制系统设计时有针对性地引入非光滑环节或非连续环节, 可以有效地改善系统的性能, 典型的例子是广泛使用的滑模控制 (SMC)[1], 可以在改善系统响应特性的同时, 使闭环系统针对系统的参数摄动、外部干扰等不确定性具有很强的鲁棒性和适应性. 常规滑模控制的一个主要缺点是, 控制指令的快速切换由于受到实际执行机构特性的影响, 在系统中会产生高频振颤现象[2], 这可能会激起系统中的高频未建模动态特性, 影响系统的控制品质, 甚至使系统失稳. 对于空间站等大型空间飞行器而言, 由于存在太阳能帆板等挠性部件, 系统频带较低, 在应用滑模控制时必须解决振颤问题.

常规滑模控制只能实现系统状态的一阶滑动模态运动, 即滑动变量 s 相对于系统的相对阶为 1, 系统状态进入滑动运动后只能保证滑动变量为零, 但其导数是非光滑的, 因此容易产生振颤现象. 针对常规滑模控制存在的振颤问题, 人们提出了连续化处理、观测器等多种抑制振颤的方法[3], 其中近年来讨论较多的是高阶滑模控制[4]. 对于 $r(r > 1)$ 阶滑模控制, 滑动变量 s 的相对阶为 r, 系统进入滑动运动后, 可以保证 $s = \dot{s} = \cdots = s^{(r-1)} = 0$, 只有 $s^{(r)}$ 是非光滑的. 因为控制中的非光滑因素只在 s 的高阶导数中出现, 因此可以有效地减弱振颤现象. 文献 [5-7] 讨论了高阶滑模控制的设计方法, 文献 [8] 将文献 [7] 中提出的准连续高阶滑模控制应用于空间飞行器的姿态跟踪机动控制, 但由于选择的滑动变量不合适, 实际上只能实现常规的一阶滑模控制[9].

本文将文献 [7,10] 中提出的准连续二阶滑模控制应用于大型空间飞行器的大角度机动姿态控制, 考虑了飞行器中存在的模型不确定性和外部干扰, 设计了二阶滑模鲁棒姿态控制器, 并进行了仿真验证. 仿

收稿日期: 2011-10-24；**修回日期:** 2012-03-13.
基金项目: 国家自然科学基金项目(61174001).
作者简介: 马克茂(1970−), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、飞行器制导控制等研究.

真验证中, 为了对比控制效果, 建立了执行机构的数学模型. 仿真结果表明, 所设计的滑模控制器能够实现大型空间飞行器的姿态跟踪控制, 并可以有效地减弱振颤现象.

1 问题描述

考虑大角度机动的姿态控制, 首先给出利用四元数表示的空间飞行器姿态控制数学模型. 记三阶单位矩阵为 I_3, 对于 $\boldsymbol{R}^3$ 中的向量 $[a_1\ \ a_2\ \ a_3]^{\mathrm{T}}$, 定义

$$[a\times]=\begin{bmatrix}0 & -a_3 & a_2\\ a_3 & 0 & -a_1\\ -a_2 & a_1 & 0\end{bmatrix}.$$

飞行器姿态四元数为 $Q=[q_1\ \ q_2\ \ q_3\ \ q_4]^{\mathrm{T}}$, 满足如下的约束条件:

$$\|Q\|=\Big(\sum_{i=1}^{4}q_i^2\Big)^{1/2}=1. \tag{1}$$

记 $q=[q_1\ \ q_2\ \ q_3]^{\mathrm{T}}$, 并将飞行器的姿态角速度向量表示为 $\omega=[\omega_1\ \ \omega_2\ \ \omega_3]^{\mathrm{T}}$, 则飞行器姿态运动学和动力学方程为

$$\dot q=\frac{1}{2}T(Q)\omega, \tag{2}$$

$$\dot q_4=-\frac{1}{2}q^{\mathrm{T}}\omega, \tag{3}$$

$$J\dot\omega=-[\omega\times]J\omega+u+d. \tag{4}$$

其中: $T(Q)=(q_4I_3+[q\times])$; $u=[u_1\ \ u_2\ \ u_3]^{\mathrm{T}}$ 为姿态控制力矩, 受到执行机构的限制, 有如下约束条件:

$$|u_i(t)|\leqslant B_u,\ 1\leqslant i\leqslant 3,\ B_u>0; \tag{5}$$

$d=[d_1\ \ d_2\ \ d_3]^{\mathrm{T}}$ 为有界的外部干扰力矩, 满足

$$|d_i(t)|\leqslant B_d,\ 1\leqslant i\leqslant 3,\ B_d>0; \tag{6}$$

$J=J_0+\Delta J$ 为飞行器的惯量矩阵, J_0 为标称惯量矩阵, ΔJ 为惯量矩阵中的不确定性. 按照飞行器的惯性主轴建立飞行器的体坐标系, 则 J_0 为三阶对角矩阵.

考虑到式 (1) 给出的约束条件, 描述飞行器姿态运动的四元数 q 和 q_4 中只有 3 个独立变量, 因此取 $x=[q^{\mathrm{T}}\ \ \omega^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为系统的状态变量. 相应地, 只考虑式 (2) 和 (4), 则可以将姿态控制系统的数学模型描述为如下不确定仿射非线性系统的形式:

$$\begin{aligned}\dot x=&f(x)+\Delta f(x)+(g(x)+\Delta g(x))(u+d)=\\ &f(x)+\Delta f(x)+\sum_{i=1}^{3}(g_i(x)+\Delta g_i(x))(u_i+d_i).\end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$f(x)=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{2}T(Q)\\ -J_0^{-1}[\omega\times]J_0\end{bmatrix}\omega,\ g(x)=\begin{bmatrix}0\\ J_0^{-1}\end{bmatrix},$$

$\Delta f(x)$ 和 $\Delta g(x)$ 为系统中由 ΔJ 引起的不确定性, 根据矩阵求逆引理[11]

$$\begin{aligned}&(A_{11}-A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})^{-1}=\\ &A_{11}^{-1}+A_{11}^{-1}A_{12}(A_{22}-A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1}A_{21}A_{11}^{-1},\end{aligned}$$

可得如下表达式:

$$\Delta f(x)=\begin{bmatrix}0\\ \Delta\bar f(x)\end{bmatrix},\ \Delta g(x)=\begin{bmatrix}0\\ \Delta\bar g(x)\end{bmatrix}.$$

其中

$$\begin{aligned}&\Delta\bar f(x)=\\ &-J_0^{-1}[\omega\times]J_0\Delta J\omega+\\ &J_0^{-1}\Delta J(I+J_0^{-1}\Delta J)^{-1}J_0^{-1}[\omega\times](J_0+\Delta J)\omega,\\ &\Delta\bar g(x)=J_0^{-1}\Delta J(I+J_0^{-1}\Delta J)^{-1}J_0^{-1}.\end{aligned}$$

本文针对式 (2) ∼ (4) 给出的飞行器姿态控制系统数学模型研究姿态跟踪控制问题, 外部参考姿态输入信号根据 $q(t)$ 给出, 即假设已知参考输入信号

$$q_d(t)=\begin{bmatrix}q_{d1}(t)\\ q_{d2}(t)\\ q_{d3}(t)\end{bmatrix}, \tag{8}$$

设计姿态控制律 $u(t)$, 使得

$$\lim_{t\to\infty}(q(t)-q_d(t))=0. \tag{9}$$

2 二阶滑模控制律设计

根据式 (9) 给出的姿态控制要求, 定义二阶滑模控制的滑模变量为

$$s(q,t)=\begin{bmatrix}s_1(t)\\ s_2(t)\\ s_3(t)\end{bmatrix}=q(t)-q_d(t). \tag{10}$$

对于由式 (7) 和 (10) 组成的系统, 计算可得

$$L_{g_i}s_j(q,t)=0,\ 1\leqslant i\leqslant 3,\ 1\leqslant j\leqslant 3, \tag{11}$$

$$\det\begin{bmatrix}L_{g_1}L_fs_1 & L_{g_2}L_fs_1 & L_{g_3}L_fs_1\\ L_{g_1}L_fs_2 & L_{g_2}L_fs_2 & L_{g_3}L_fs_2\\ L_{g_1}L_fs_3 & L_{g_2}L_fs_3 & L_{g_3}L_fs_3\end{bmatrix}\neq 0. \tag{12}$$

容易验证, 式 (7) 中的模型不确定性满足如下的匹配条件:

$$\Delta f(x)\in\mathrm{Span}\{g_1(x),g_2(x),g_3(x)\},$$

$$\Delta g_i(x)\in\mathrm{Span}\{g_1(x),g_2(x),g_3(x)\},\ i=1,2,3,$$

而且外部扰动 d 和控制输入 u 以相同的形式输入系统, 因此系统中不确定性的存在不影响系统的相对阶向量. 进而, 由式 (11) 和 (12) 可以得到系统 (7) 和 (10) 的相对阶向量 $r=[2\ \ 2\ \ 2]$, 满足二阶滑模存在的必要条件.

由式 (2) ∼ (4) 和 (10) 可得

$$\begin{aligned}\ddot s=&-\frac{1}{4}q^{\mathrm{T}}\omega\omega-\frac{1}{4}[\omega\times]T(Q)\omega+\\ &\frac{1}{2}T(Q)\dot\omega-\ddot q_d.\end{aligned} \tag{13}$$

控制输入 u 通过式 (13) 中的 $\dot\omega$ 影响 $\ddot s(q,t)$, 为此设计

如下控制律:

$$u = u_e + 2J_0T^{-1}(Q)v. \tag{14}$$

其中

$$u_e = [\omega\times]J_0\omega + \frac{1}{2}J_0T^{-1}(Q)(q^{\mathrm{T}}\omega\omega + [\omega\times]T(Q)\omega + 4\ddot{q}_d),$$

$v \in \boldsymbol{R}^3$待定. 将控制律 (14) 和式 (4) 代入 (13), 并考虑上一节中关于系统不确定性的描述, 可得如下微分包含式:

$$\ddot{s} \in \begin{bmatrix} [-1,1] \\ [-1,1] \\ [-1,1] \end{bmatrix} F(x) + [1, 1+G(x)]I_3v. \tag{15}$$

其中

$$F(x) = \frac{\|T(Q)\|}{2}\max\{\|\Delta\bar{f}\| + \|\Delta\bar{g}\|(\|u_e\| + B_d)\},$$

$$G(x) = \mathrm{cond}(T(Q))\|J_0\|\max\{\|\Delta\bar{g}\|\}.$$

针对微分包含 (15), 选取

$$v_i = -\alpha(x)\frac{\dot{s}_i + \beta|s_i|^{1/2}\mathrm{sgn}(s_i)}{|\dot{s}_i| + \beta|s_i|^{1/2}},\ i = 1,2,3, \tag{16}$$

其中

$$\beta > 0, \tag{17}$$

且存在常数 $\rho > \beta$, 使得下式成立:

$$\alpha(x) - F(x) - 2\alpha(x)\frac{\beta}{\rho+\beta} - \frac{1}{2}\rho^2 > 0, \tag{18}$$

并有如下结论.

定理 1　针对系统 (2) ∼ (4) 和式 (8) 给定的参考输入信号, 控制律 (14) 和 (16) 可在有限时间内实现式 (9) 要求的姿态跟踪控制.

证明　由式 (14) 可得微分包含 (15). 将式 (16) 代入 (15), 类似于文献 [10] 中的讨论, 可知在给定的控制律下, 当条件 (17) 和式 (18) 成立时, 系统状态将在有限时间内收敛到如下集合:

$$\bar{S} = \{s(q,t) = \dot{s}(q,t) = 0\}.$$

因此, 对于系统 (2) ∼ (4) 而言, 二阶滑模存在. 因为系统的相对阶向量为 $r = [2\ \ 2\ \ 2]$, 其元素之和与系统的阶次相等, 因此系统状态进入滑动运动后不存在零动态子系统, 系统状态向集合 $\bar{S}$ 收敛的过程即为系统状态向期望轨迹收敛的过程, 滑模的收敛性条件 (17) 和 (18) 保证了系统状态跟踪过程的稳定性. □

当 $x \notin \bar{S}$ 时, 由式 (14) 和 (16) 给出的控制律是连续的, 但 $x \in \bar{S}$ 时控制律不连续. 为了改善系统状态进入滑动运动后的控制效果, 类似于常规一阶滑模控制采用的处理方法, 可按照如下方式对式 (16) 进行连续化处理:

$$v_i = -\alpha(x)\frac{\dot{s}_i + \beta|s_i|^{1/2}\mathrm{sgn}(s_i)}{|\dot{s}_i| + \beta|s_i|^{1/2} + \varepsilon},\ i = 1,2,3, \tag{19}$$

其中 $\varepsilon > 0$ 为小的常数.

3　仿真验证

选取飞行器的标称惯量 (单位: $\mathrm{kg\cdot m^2}$) 矩阵为

$$J_0 = \begin{bmatrix} 1\,200 & 0 & 0 \\ 0 & 2\,200 & 0 \\ 0 & 0 & 3\,100 \end{bmatrix},$$

式 (5) 中控制力矩的最大幅值取 $B_u = 150\,\mathrm{N\cdot m}$. 因为空间飞行器受到的干扰力矩主要来自外层空间中稀薄气体分子产生的气动力矩和重力梯度力矩, 幅值较小, 因此式 (6) 中外部干扰力矩的最大幅值取为 $B_d = 0.5\,\mathrm{N\cdot m}$. 对于大型空间飞行器而言, 姿态控制的执行机构一般为喷气装置和控制力矩陀螺, 具有较快的响应速度, 因此将控制力矩执行机构的动态特性模型描述为

$$\dot{u}_i = -\frac{1}{T_u}u_i + \frac{1}{T_u}B_u\mathrm{sat}\left(\frac{u_{ci}}{B_u}\right),\ i = 1,2,3. \tag{20}$$

其中: sat 函数用来保证式 (5) 给出的约束条件; T_u 为执行机构的响应时间常数, 仿真中取 $T_u = 0.01\,\mathrm{s}$; u_i 为实际作用于飞行器上的控制力矩; u_{ci} 为控制器给出的控制力矩指令. 仿真中将式 (14) 中所设计的控制律 u_i 赋予 u_{ci}, 将式 (20) 的输出 u_i 赋予模型中的 u_i, 即在闭环系统的仿真模型中包含由式 (20) 给出的动态过程, 以此来模拟执行机构的动态特性.

仿真过程中, 系统状态的初值取为

$$q(0) = [0.2\ \ 0.2\ \ 0.2]^{\mathrm{T}},$$

$$q_4(0) = \sqrt{0.88},$$

$$\omega(0) = [0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}};$$

外部干扰力矩 (单位: $\mathrm{N\cdot m}$) 取为

$$d = \begin{bmatrix} 0.5\sin t \\ 0.5\sin t \\ 0.5\sin t \end{bmatrix};$$

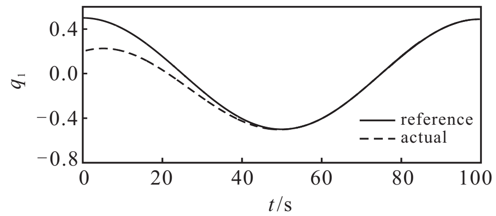
惯量 (单位: $\mathrm{kg\cdot m^2}$) 矩阵的不确定性取为

$$\Delta J = \begin{bmatrix} 0 & 100 & -200 \\ 100 & 0 & 300 \\ -200 & 300 & 0 \end{bmatrix}.$$

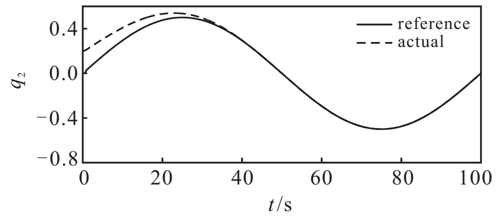
首先针对姿态跟踪控制的情形进行仿真, 式 (8) 中的参考输入信号取为

$$q_d(t) = \begin{bmatrix} 0.5\cos\left(\dfrac{\pi}{50}t\right) \\ 0.5\sin\left(\dfrac{\pi}{50}t\right) \\ -0.5\sin\left(\dfrac{\pi}{50}t\right) \end{bmatrix}.$$

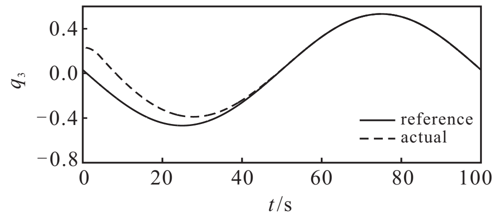
仿真结果如图 1 和图 2 所示. 图 1 给出了姿态四元数中 q_1, q_2 和 q_3 的跟踪效果, 图 2 给出了提供给执行机构的控制力矩指令. 从仿真结果可以看出, 所设计的二阶滑模姿态控制律利用较小的控制力矩实现了飞行器的姿态跟踪.



(a) q_1的跟踪曲线



(b) q_2的跟踪曲线



(c) q_3的跟踪曲线

图 1　姿态跟踪曲线

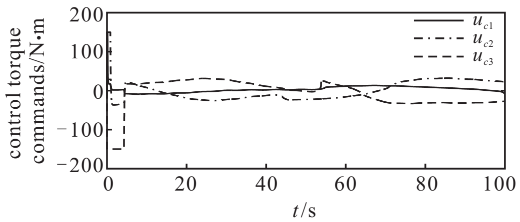
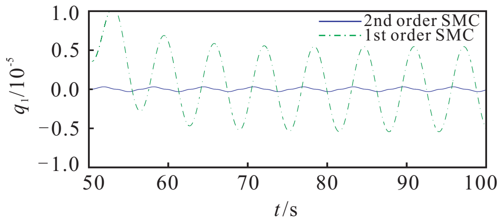
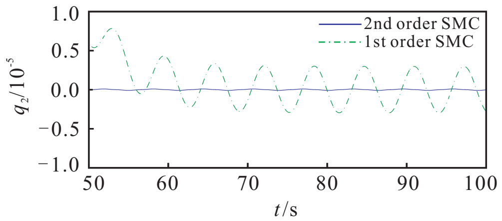


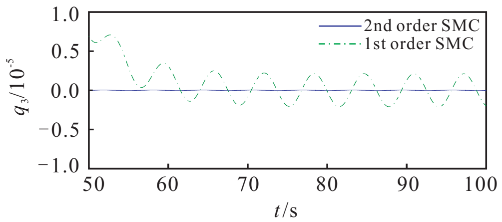
图 2　控制力矩指令



(a) q_1的振颤

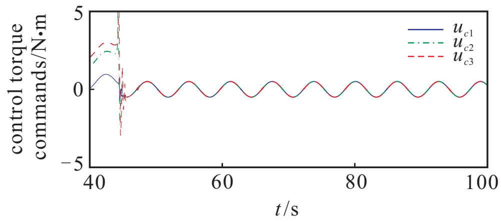


(b) q_2的振颤

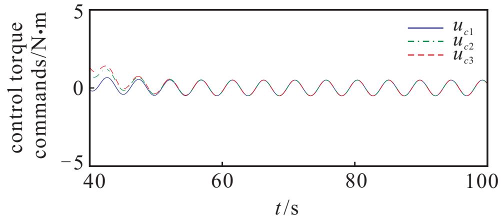


(c) q_3的振颤

图 3　振颤现象



(a) 二阶滑模控制指令



(b) 一阶滑模控制指令

图 4　稳态时的控制力矩指令

下面检验所设计的二阶滑模控制器对振颤的抑制效果. 此时将式(8)中的参考输入信号取为 $q_d(t) = [0\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$, 即考虑姿态镇定时的振颤现象. 为进行对比, 分别对二阶滑模控制器和常规的一阶滑模控制器进行数值仿真, 仿真结果如图 3 和图 4 所示. 图 3 给出了 $q_1(t), q_2(t)$ 和 $q_3(t)$ 进入稳态后的仿真结果, 可以看出, 与一阶滑模控制器相比, 二阶滑模控制器可以将系统振颤的幅值降低一个数量级, 有效地抑制了振颤现象. 图 4 给出了二阶和一阶滑模进入稳态后的控制力矩指令, 可以看出, 采用二阶滑模控制器和常规的一阶滑模控制器, 在进入稳态后所需要的控制力矩是基本相当的.

与一阶滑模控制相比, 二阶滑模控制对振颤的抑制作用主要是由于非光滑控制项出现在滑模变量的高阶导数中, 而在形成传递给执行机构的控制指令时, 与一阶滑模相比并无特殊之处, 因此二阶滑模控制对执行机构、传感器的要求与一阶滑模控制相同, 在能量损耗方面, 与一阶滑模控制相比也是相当的. 在图 4 给出的控制力矩指令的仿真结果中也可以看出这一点, 其中在进入滑模阶段, 二阶滑模的控制指令的幅值及变化率较大, 但并没有超出执行机构的响应范围和饱和约束条件.

4　结　论

本文针对大型空间飞行器, 应用高阶滑模控制方法设计了大角度机动的姿态跟踪控制律. 在设计中考虑了飞行器惯量矩阵中的不确定性和外部干扰力矩的影响, 给出了在干扰和不确定性存在的情况下二阶滑动模态存在的条件, 因此所设计的控制律具有鲁棒性. 仿真结果表明, 所设计的控制器可以实现姿态跟踪控制, 并且与常规的一阶滑模控制相比, 可以有效地减弱振颤现象, 这对于空间站等大型空间飞行器的控制而言是十分重要的.

(下转第210页)