文章编号: 1001-0920 (2012) 11-1607-09

具有状态时滞的离散时间切换系统的 H_∞ 滤波器设计: 依赖状态的切换方法

李 娇[1,2], 赵 军[1b]

(1. 东北大学 a. 流程工业综合自动化国家重点实验室，b. 信息科学与工程学院，沈阳 110819；2. 河北北方学院 理学院，河北 张家口 075000)

摘 要: 讨论一类时滞离散时间切换系统的 H_∞ 滤波器的设计问题. 首先, 当所有子系统都稳定时, 基于切换 Lyapunov 函数和 Finsler 引理, 得到了滤波误差系统渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件, 即使切换系统的每个子系统均不稳定, 通过利用多 Lyapunov 函数方法和依赖状态的切换技术仍能保证切换系统稳定; 然后, 设计了 H_∞ 滤波器, 并得到滤波误差系统满足指定的 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件; 最后, 通过数值算例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 离散时间切换系统；H_∞ 滤波器；切换 Lyapunov 函数；多 Lyapunov 函数；切换律

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

H_∞ filtering for discrete-time switched systems with state delays: A state-dependent switching method

LI Jiao[1,2], *ZHAO Jun*[1b]

(1a. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries，1b. College of Information Science and Engineering，Northeastern University，Shenyang 110819，China；2. School of Science，Hebei North University, Zhangjiakou 075000，China. Correspondent：LI Jiao，E-mail：lijiao198107@yahoo.com.cn)

Abstract: The problem of H_∞ filtering for a class of discrete-time switched systems with delays is considered. When all the subsystems are stable, a sufficient condition for the asymptotic stability with the prescribed H_∞ performance γ of filtering error systems is obtained based on switched Lyapunov function technique and Finsler lemma. Though each subsystem of the switched system is not stable, a stable switched system can be guaranteed by utilizing multiple Lyapunov functions method and state-dependent switching technique. Then, a desired H_∞ filter can be designed and a sufficient condition with prescribed H_∞ performance γ of filtering error systems is obtained. Finally, a numerical example is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed design method.

Key words: discrete-time switched systems；H_∞ filter；switched Lyapunov function；multiple Lyapunov functions; switching law

1 引 言

切换系统是混杂动态系统中颇具代表性的一类系统. 它在机器人控制[1]、信号处理[2]、网络控制[3]等很多实际系统中有着十分广泛的应用, 且由于切换系统的研究方法和结果可以为一般混杂系统的研究提供理论和方法上的借鉴和启示, 使得切换系统的研究倍受重视[4-9]. 尤其是近些年来, 人们对切换系统的数学建模、稳定分析和控制设计问题都进行了深入的研究. 文献 [4] 利用多 Lyapunov 函数方法给出了切换系统稳定性的结果. 文献 [5] 定义了一种拓广的多 Lyapunov 函数方法, 放松了在切换点处对 Lyapunov 函数值非增的要求, 并基于该方法, 研究了一类非线性切换系统的稳定性问题和 L_2-增益性能. 针对离散时间切换系统, 文献 [6] 提出了切换 Lyapunov 函数方法, 并利用该方法研究了离散时间切换系统的稳定性和控制综合问题. 文献 [10] 给出了最大域函数切换策略, 结合多 Lyapunov 函数讨论了一类连续时间线性切换系统的切换镇定问题. 此外,

收稿日期: 2011-10-29；**修回日期:** 2012-01-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61233002, 61174073).

作者简介: 李娇(1981−), 女, 博士生, 从事切换系统的稳定性、跟踪控制及可靠控制的研究；赵军(1957−), 男, 教授, 博士生导师, 从事切换系统、非线性系统及动态网络等研究.

还有平均驻留时间方法[11-13]、分段 Lyapunov 函数方法[14]等. 当切换信号依赖于系统状态时, 离散时间切换系统在发生切换时与连续时间切换系统的情况不同, 前者不一定是在切换面上发生切换, 这使得已有的一些关于连续切换系统的方法和结果不能简单地直接用于离散切换系统上, 因此, 关于离散时间切换系统的切换镇定问题变得非常复杂. 文献 [15] 利用最大域函数切换策略研究了离散时间线性切换系统的切换镇定问题和 l_2 增益性能. 关于切换系统更加全面的阐述, 可以参见文献 [16-18].

对于一个实际系统, 其状态在某种程度上一般都将受到噪声的干扰, 要获得真实信号, 需要通过滤波的方法. H_∞ 滤波方法在实际中得到了广泛的应用. 关于切换系统的 H_∞ 滤波问题已有不少成果[19-26]. 利用切换 Lyapunov 函数方法和 LMI 技术, 文献 [27] 为一类具有状态时滞的离散切换系统设计了 H_∞ 滤波器. 通过引入新的矩阵变量, 减少了设计的保守性. 基于平均驻留时间方法, 文献 [28] 得到了异步滤波器存在的条件, 并设计出模型依赖的全阶滤波器. 对于时滞离散时间切换系统, 文献 [29] 通过选取一个新的 Lyapunov-Krasovskii 函数, 利用切换 Lyapunov 函数方法和线性化技术, 设计了时滞依赖 H_∞ 滤波器. 以上这些文献几乎都是考虑在所有子系统均是稳定的或可镇定的情况下, 得到稳定的滤波误差动态. 那么对于每个子系统都不稳定或不可镇定的离散时间切换系统是否也能得到一个稳定的滤波误差动态? 本文回答了这个问题. 但关于这方面的研究结果却鲜有报道, 这是本文研究的动机之一.

本文针对具有状态时滞的离散时间切换系统的 H_∞ 滤波器的设计问题进行了研究. 首先利用切换 Lyapunov 函数方法, 当所有子系统都稳定时, 在任意切换律下得到了滤波误差系统渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件. 通过求解 LMIs 设计出了 H_∞ 滤波器. 然后, 基于多 Lyapunov 函数方法, 对于一个所有子系统均可以不稳定的切换系统, 通过设计一个适当的依赖系统状态的切换律来保证切换系统渐近稳定, 进而设计出 H_∞ 滤波器, 使得到的滤波误差系统满足指定的 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件.

2 问题描述与预备知识

考虑下面时滞离散时间切换系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_{\sigma(k)}x_k + A_{d\sigma(k)}x_{k-d} + B_{\sigma(k)}\omega(k), \\ y_k = C_{\sigma(k)}x_k + C_{d\sigma(k)}x_{k-d} + D_{\sigma(k)}\omega(k), \\ z_k = G_{\sigma(k)}x_k. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x_k \in R^n$ 是状态向量, $y_k \in R^r$ 是测量输出向量, $z_k \in R^q$ 是待估计的信号向量; $\omega_k \in R^p$ 是扰动输入向量, 满足 $\omega_k \in l_2[0,\infty)$; 正整数 d 表示已知的状态时滞; $\sigma(k) : [0,+\infty) \to \underline{M} = \{1,2,\cdots,N\}$ 是切换信号; $A_i, A_{di}, B_i, C_i, C_{di}, D_i, G_i$ 是适当维数的实常矩阵.

本文设计如下的滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_{f\sigma(k)}\hat{x}_k + B_{f\sigma(k)}y_k, \\ \hat{z}_k = C_{f\sigma(k)}\hat{x}_k. \end{cases} \tag{2}$$

其中: $\hat{x}_k \in R^n$, $\hat{z}_k \in R^q$ 及 $A_{f\sigma(k)}, B_{f\sigma(k)}, C_{f\sigma(k)}$ 是将要被设计的.

由系统 (1) 和滤波器 (2), 可以得到如下的滤波误差系统:

$$\begin{cases} \tilde{x}_{k+1} = \tilde{A}_{\sigma(k)}\tilde{x}_k + \tilde{A}_{d\sigma(k)}\tilde{x}_{k-d} + \tilde{B}_{\sigma(k)}\omega_k, \\ e_k = \tilde{C}_{\sigma(k)}\tilde{x}_k. \end{cases} \tag{3}$$

其中

$$\tilde{x}_k = [\ x_k^{\mathrm{T}} \ \ \hat{x}_k^{\mathrm{T}}\ ]^{\mathrm{T}},\ e_k = z_k - \hat{z}_k,$$

$$\tilde{A}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} A_{\sigma(k)} & 0 \\ B_{f\sigma(k)}C_{\sigma(k)} & A_{f\sigma(k)} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} B_{\sigma(k)} \\ B_{f\sigma(k)}D_{\sigma(k)} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A}_{d\sigma(k)} = \begin{bmatrix} A_{d\sigma(k)} & 0 \\ B_{f\sigma(k)}C_{d\sigma(k)} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_{\sigma(k)} = [\ G_{\sigma(k)} \ \ -C_{f\sigma(k)}\ ].$$

本文的任务可描述为: 给定切换系统 (1) 和 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$, 分别针对系统 (1) 的每个子系统均稳定和每个子系统均可以不稳定的情形, 分别设计 H_∞ 滤波器 (2), 在任意切换律和所设计的依赖于状态的切换律 $\sigma(x_k)$ 作用下, 分别都能保证滤波误差系统 (3) 渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ.

下面给出本文要用到的引理.

引理 1 (Finsler 引理)[22] 假设 $\xi \in R^n$, $P = P^{\mathrm{T}} \in R^{n\times n}$, $H \in R^{m\times n}$ 且 $\mathrm{rank}(H) = r < n$, 则下面的命题是等价的:

1) $\xi^{\mathrm{T}}P\xi < 0,\ \forall H\xi = 0,\ \xi \neq 0$;

2) $\exists X \in R^{n\times m} : P + XH + H^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}} < 0$.

引理 2[15] 如果对于每一个 $x \in R^n$, 有

$$\sum_{i=1}^{N}\theta_i x^{\mathrm{T}}Q_i x \geqslant 0,\ 则 \bigcup_{i=1}^{N}\varOmega_i = R^n.$$

其中: $\theta_i \geqslant 0$, $i \in \underline{M}$, $\varOmega_i = \{x \in R^n |\ x^{\mathrm{T}}Q_i x \geqslant 0\}$, Q_i 是对称矩阵.

3 主要结果

本节首先利用切换 Lyapunov 函数方法, 在任意切换律下, 推导出 H_∞ 滤波器存在的条件. 所设计的滤波器能满足相应的滤波误差系统渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ.

定义指标函数 $\alpha(k) = [\alpha_1(k), \alpha_2(k), \cdots, \alpha_N(k)]^{\mathrm{T}}$, 且满足

$$\alpha_i(k)=\begin{cases}1,\ \sigma(k)=i;\\0,\ \text{otherwise}.\end{cases}$$

则滤波误差系统 (3) 可以写成如下形式:

$$\begin{cases}\tilde{x}_{k+1}=\sum\limits_{i=1}^{N}\alpha_i(k)\tilde{A}_i\tilde{x}_k+\sum\limits_{i=1}^{N}\alpha_i(k)\tilde{A}_{di}\tilde{x}_{k-d}+\\ \qquad\sum\limits_{i=1}^{N}\alpha_i(k)\tilde{B}_i\omega_k,\\ e_k=\sum\limits_{i=1}^{N}\alpha_i(k)\tilde{C}_i\tilde{x}_k.\end{cases}\tag{4}$$

定理 1　给定性能指标 $\gamma>0$, 如果存在对称矩阵 $P_i>0,\ P_j>0,\ Q_i>0,\ Q_l>0\ (i,\ j,\ l\in\underline{M})$ 及矩阵 $G_{ii},\ F_{ii}$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\vartheta_{ij}^{11} & 0 & \tau_i^{13} & G_{ii}\tilde{B}_i & G_{ii}\tilde{A}_{di}\\ 0 & -I & \tilde{C}_i & 0 & 0\\ (\tau_i^{13})^{\mathrm{T}} & \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} & \vartheta_i^{33} & F_{ii}\tilde{B}_i & F_{ii}\tilde{A}_{di}\\ \tilde{B}_i^{\mathrm{T}}G_{ii}^{\mathrm{T}} & 0 & \tilde{B}_i^{\mathrm{T}}F_{ii}^{\mathrm{T}} & -\gamma^2 I & 0\\ \tilde{A}_{di}^{\mathrm{T}}G_{ii}^{\mathrm{T}} & 0 & \tilde{A}_{di}^{\mathrm{T}}F_{ii}^{\mathrm{T}} & 0 & -Q_l\end{bmatrix}<0,\tag{5}$$

则滤波误差系统 (4) 渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ. 其中: $\vartheta_{ij}^{11}=P_j-G_{ii}-G_{ii}^{\mathrm{T}},\tau_i^{13}=G_{ii}\tilde{A}_i-F_{ii}^{\mathrm{T}},\vartheta_i^{33}=-P_i+Q_i+F_{ii}\tilde{A}_i+\tilde{A}_i^{\mathrm{T}}F_{ii}^{\mathrm{T}}$.

证明　首先考虑滤波误差系统 (4) 的渐近稳定性. 当 $\omega_k=0$ 时, 滤波误差系统 (4) 变为

$$\tilde{x}_{k+1}=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k)\tilde{A}_i\tilde{x}_k+\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k)\tilde{A}_{di}\tilde{x}_{k-d}.\tag{6}$$

定义 Lyapunov 函数

$$V_k=\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k)P_i\Big)\tilde{x}_k+\sum_{s=k-d}^{k-1}\tilde{x}_s^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(s)Q_i\Big)\tilde{x}_s,$$

则

$$\begin{aligned}\Delta V(k)=&\\ &\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k+1)P_i\Big)\tilde{x}_{k+1}-\\ &\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k)P_i\Big)\tilde{x}_k+\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k)Q_i\Big)\tilde{x}_k-\\ &\tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k-d)Q_i\Big)\tilde{x}_{k-d}=\\ &\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}P_j\tilde{x}_{k+1}-\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}P_i\tilde{x}_k+\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}Q_i\tilde{x}_k-\tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}Q_l\tilde{x}_{k-d}.\end{aligned}$$

其中

$$P_i=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k)P_i,\ P_j=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k+1)P_i,$$

$$Q_i=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k)Q_i,\ Q_l=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(k-d)Q_i.$$

对不等式 (5) 进行合同变换, 可得

$$\begin{bmatrix}\vartheta_{ij}^{11} & \tau_i^{13} & 0 & G_{ii}\tilde{B}_i & G_{ii}\tilde{A}_{di}\\ (\tau_i^{13})^{\mathrm{T}} & \vartheta_i^{33} & \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} & F_{ii}\tilde{B}_i & F_{ii}\tilde{A}_{di}\\ 0 & \tilde{C}_i & -I & 0 & 0\\ \tilde{B}_i^{\mathrm{T}}G_{ii}^{\mathrm{T}} & \tilde{B}_i^{\mathrm{T}}F_{ii}^{\mathrm{T}} & 0 & -\gamma^2 I & 0\\ \tilde{A}_{di}^{\mathrm{T}}G_{ii}^{\mathrm{T}} & \tilde{A}_{di}^{\mathrm{T}}F_{ii}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -Q_l\end{bmatrix}<0.\tag{7}$$

显然, 由式 (7) 有

$$P+XH+H^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}}<0,\tag{8}$$

其中

$$P=\begin{bmatrix}P_j & 0 & 0\\ 0 & -P_i+Q_i & 0\\ 0 & 0 & -Q_l\end{bmatrix},\ X=\begin{bmatrix}G_{ii}\\ F_{ii}\\ 0\end{bmatrix},$$

$$H=[\,-I\ \ \tilde{A}_i\ \ \tilde{A}_{di}\,].$$

而

$$H\xi=[\,-I\ \ \tilde{A}_i\ \ \tilde{A}_{di}\,]\begin{bmatrix}\tilde{x}_{k+1}\\ \tilde{x}_k\\ \tilde{x}_{k-d}\end{bmatrix}=0.$$

根据 Finsler 引理, 若不等式 (8) 成立, 则对于所有的 $\xi\neq 0,\ H\xi=0,\ \xi^{\mathrm{T}}P\xi<0$ 一定成立, 即

$$\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}P_j\tilde{x}_{k+1}+\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}(-P_i+Q_i)\tilde{x}_k-\tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}Q_l\tilde{x}_{k-d}<0,\quad \forall(i,j,l)\in\underline{M},\tag{9}$$

所以 $\Delta V_k<0$. 根据 Lyapunov 稳定性理论, 滤波误差系统 (4) 渐近稳定.

下面考虑滤波误差系统 (4) 的 H_∞ 性能. 将不等式 (5) 写成如下形式:

$$P+XH+H^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}}<0.\tag{10}$$

其中

$$P=\begin{bmatrix}P_j & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & I & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -P_i+Q_i & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Q_l\end{bmatrix},$$

$$X=\begin{bmatrix}G_{ii} & 0\\ 0 & I\\ F_{ii} & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ H=\begin{bmatrix}-I & 0 & \tilde{A}_i & \tilde{B}_i & \tilde{A}_{di}\\ 0 & -I & \tilde{C}_i & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

而

$$H\xi=\begin{bmatrix}-I & 0 & \tilde{A}_i & \tilde{B}_i & \tilde{A}_{di}\\ 0 & -I & \tilde{C}_i & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{x}_{k+1}\\ e_k\\ \tilde{x}_k\\ \omega_k\\ \tilde{x}_{k-d}\end{bmatrix}=0.$$

同理, 由 Finsler 引理知

$$\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}} P_j \tilde{x}_{k+1} + \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}(-P_i + Q_i)\tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}} Q_l \tilde{x}_{k-d} - \gamma^2 \omega_k^{\mathrm{T}} \omega_k + e_k^{\mathrm{T}} e_k < 0 \quad (11)$$

一定成立. 显然 $\Delta V_k < \gamma^2 \omega_k^{\mathrm{T}} \omega_k - e_k^{\mathrm{T}} e_k$.

对上式两端同时关于指标 k 从 0 到 ∞ 求和, 则在零初始条件 $\tilde{x}(0) = 0$ 下, 对于任意 $\omega_k \in l_2[0, \infty)$, 不等式 $0 \leqslant V(\infty) < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \omega_k^{\mathrm{T}} \omega_k - \sum_{k=0}^{\infty} e_k^{\mathrm{T}} e_k$ 成立, 即 $\|e_k\|_2 < \gamma \|\omega_k\|_2$. 因此, 滤波误差系统 (4) 满足 H_∞ 性能. □

定理 1 中的条件 (5) 不是 LMI 形式, 因此不容易利用 Matlab 求解. 下面的定理中, 运用分解矩阵的方法, 条件 (5) 被转化成容易求解的 LMI 形式; 同时给出了 H_∞ 滤波器的参数矩阵.

定理 2 给定性能指标 $\gamma > 0$, 如果存在对称矩阵 $P_{i11} > 0$, $P_{i22} > 0$, $P_{j11} > 0$, $P_{j22} > 0$, $Q_{i11} > 0$, $Q_{i22} > 0$, $Q_{l11} > 0$, $Q_{l22} > 0$ 及矩阵 P_{i12}, P_{j12}, Q_{i12}, Q_{l12}, G_{i11}, G_{i21}, G_{i2}, F_{i11}, F_{i21}, $\hat{A}_{fi}$, $\hat{B}_{fi}$, $C_{fi}(\forall (i, j, l) \in \underline{M})$ 满足 LMIs

$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & 0 & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} \\ 0 & -I & \pi_{23} & 0 & 0 \\ \pi_{13}^{\mathrm{T}} & \pi_{23}^{\mathrm{T}} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} \\ \pi_{14}^{\mathrm{T}} & 0 & \pi_{34}^{\mathrm{T}} & -\gamma^2 I & 0 \\ \pi_{15}^{\mathrm{T}} & 0 & \pi_{35}^{\mathrm{T}} & 0 & \pi_{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

则存在形如式 (2) 的滤波器使得滤波误差系统 (4) 渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ. 滤波器的参数矩阵可由下式求得:

$$A_{fi} = G_{i2}^{-1} \hat{A}_{fi},\ B_{fi} = G_{i2}^{-1} \hat{B}_{fi},\ C_{fi} = C_{fi},\ \forall i \in \underline{M}.$$

其中

$$\pi_{11} = \begin{bmatrix} P_{j11} - G_{i11} - G_{i11}^{\mathrm{T}} & P_{j12} - G_{i2} - G_{i21}^{\mathrm{T}} \\ P_{j12}^{\mathrm{T}} - G_{i21} - G_{i2}^{\mathrm{T}} & P_{j22} - G_{i2} - G_{i2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$

$$\pi_{13} = \begin{bmatrix} G_{i11} A_i + \hat{B}_{fi} C_i - F_{i11}^{\mathrm{T}} & \hat{A}_{fi} - F_{i21}^{\mathrm{T}} \\ G_{i21} A_i + \hat{B}_{fi} C_i - G_{i2}^{\mathrm{T}} & \hat{A}_{fi} - G_{i2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$

$$\pi_{14} = \begin{bmatrix} G_{i11} B_i + \hat{B}_{fi} D_i \\ G_{i21} B_i + \hat{B}_{fi} D_i \end{bmatrix},$$

$$\pi_{15} = \begin{bmatrix} G_{i11} A_{di} + \hat{B}_{fi} C_{di} & 0 \\ G_{i21} A_{di} + \hat{B}_{fi} C_{di} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\pi_{23} = [\, G_i \ \ -C_{fi} \,],\ \pi_{33} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12}^{\mathrm{T}} & \rho_{22} \end{bmatrix},$$

$$\pi_{34} = \begin{bmatrix} F_{i11} B_i + \hat{B}_{fi} D_i \\ F_{i21} B_i + \hat{B}_{fi} D_i \end{bmatrix},$$

$$\pi_{35} = \begin{bmatrix} F_{i11} A_{di} + \hat{B}_{fi} C_{di} & 0 \\ F_{i21} A_{di} + \hat{B}_{fi} C_{di} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\pi_{55} = \begin{bmatrix} -Q_{l11} & -Q_{l12} \\ -Q_{l12}^{\mathrm{T}} & -Q_{l22} \end{bmatrix},$$

$$\rho_{11} = F_{i11} A_i + A_i^{\mathrm{T}} F_{i11}^{\mathrm{T}} + \hat{B}_{fi} C_i + (\hat{B}_{fi} C_i)^{\mathrm{T}} - P_{i11} + Q_{i11},$$

$$\rho_{12} = \hat{A}_{fi} + A_i^{\mathrm{T}} F_{i21}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi} C_i)^{\mathrm{T}} - P_{i12} + Q_{i12},$$

$$\rho_{22} = \hat{A}_{fi} + \hat{A}_{fi}^{\mathrm{T}} - P_{i22} + Q_{i22}.$$

证明 将 Lyapunov 矩阵 P_i, P_j, Q_i, Q_l 写成块矩阵形式

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{i11} & P_{i12} \\ P_{i12}^{\mathrm{T}} & P_{i22} \end{bmatrix},\ P_j = \begin{bmatrix} P_{j11} & P_{j12} \\ P_{j12}^{\mathrm{T}} & P_{j22} \end{bmatrix},$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} Q_{i11} & Q_{i12} \\ Q_{i12}^{\mathrm{T}} & Q_{i22} \end{bmatrix},\ Q_l = \begin{bmatrix} Q_{l11} & Q_{l12} \\ Q_{l12}^{\mathrm{T}} & Q_{l22} \end{bmatrix},$$

$$\forall (i, j, l) \in \underline{M}. \quad (13)$$

其中: $P_{i11} = P_{i11}^{\mathrm{T}} > 0$, $P_{i22} = P_{i22}^{\mathrm{T}} > 0$, $Q_{i11} = Q_{i11}^{\mathrm{T}} > 0$, $Q_{i22} = Q_{i22}^{\mathrm{T}} > 0$.

受文献 [30] 启发, 松弛变量 G_{ii} 和 F_{ii} 取如下结构:

$$G_{ii} = \begin{bmatrix} G_{i11} & G_{i2} \\ G_{i21} & G_{i2} \end{bmatrix},\ F_{ii} = \begin{bmatrix} F_{i11} & G_{i2} \\ F_{i21} & G_{i2} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

令 $G_{i2} A_{fi} = \hat{A}_{fi}, G_{i2} B_{fi} = \hat{B}_{fi}$, 将式 (13) 和 (14) 代入 (5) 即可得式 (12). □

注 1 与已有结果[27]相比较, 定理 2 给出的 H_∞ 滤波器的设计条件引入了更多的松弛矩阵变量, 这些松弛变量可以使得 LMIs 更容易存在可行解.

然而, 如果一个切换系统的每个子系统均不稳定, 是否也能设计出一个稳定的 H_∞ 滤波器? 下面的定理讨论了这个问题. 首先利用多 Lyapunov 函数方法设计一个适当的切换律以保证切换系统渐近稳定; 然后对稳定的切换系统设计 H_∞ 滤波器.

定理 3 给定性能指标 $\gamma > 0$, 常数 $\mu_i \geqslant 0$, $\mu_{ij} \geqslant 0$, $\theta_i \geqslant 0$, 如果存在对称矩阵 $P_i > 0, P_j > 0$, $S > 0$, 矩阵 G_{ii}, F_{ii}, H_{ii}, M_{ii}, G_{ij}, F_{ij}, H_{ij}, M_{ij} 以及具有如下结构:

$$Q_i = \begin{bmatrix} Q_{i11} & Q_{12} \\ Q_{12}^{\mathrm{T}} & Q_{22} \end{bmatrix},\ Q_j = \begin{bmatrix} Q_{j11} & Q_{12} \\ Q_{12}^{\mathrm{T}} & Q_{22} \end{bmatrix}$$

的对称矩阵 Q_i, Q_j 使得不等式 $(i, j \in \underline{M}, i \neq j)$

$$\begin{bmatrix} \tau_i^{11} & 0 & \tau_i^{13} & \tau_i^{14} & \tau_i^{15} \\ 0 & -I & \tilde{C}_i & 0 & 0 \\ (\tau_i^{13})^{\mathrm{T}} & \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} & \tau_i^{33} & \tau_i^{34} & \tau_i^{35} \\ (\tau_i^{14})^{\mathrm{T}} & 0 & (\tau_i^{34})^{\mathrm{T}} & \tau_i^{44} & \tau_i^{45} \\ (\tau_i^{15})^{\mathrm{T}} & 0 & (\tau_i^{35})^{\mathrm{T}} & (\tau_i^{45})^{\mathrm{T}} & \tau_i^{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{ij}^{11} & 0 & \tau_{ij}^{13} & \tau_{ij}^{14} & \tau_{ij}^{15} \\ 0 & -I & \tilde{C}_i & 0 & 0 \\ (\tau_{ij}^{13})^{\mathrm T} & \tilde{C}_i^{\mathrm T} & \tau_{ij}^{33} & \tau_{ij}^{34} & \tau_{ij}^{35} \\ (\tau_{ij}^{14})^{\mathrm T} & 0 & (\tau_{ij}^{34})^{\mathrm T} & \tau_{ij}^{44} & \tau_{ij}^{45} \\ (\tau_{ij}^{15})^{\mathrm T} & 0 & (\tau_{ij}^{35})^{\mathrm T} & (\tau_{ij}^{45})^{\mathrm T} & \tau_{ij}^{55} \end{bmatrix} \leqslant 0, \tag{16}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \theta_i Q_i \geqslant 0 \tag{17}$$

成立, 则在切换律

$$\sigma(x_k) = \arg\{\max_{i\in \underline{M}} x_k^{\mathrm T} Q_{i11} x_k\} \tag{18}$$

的作用下, 滤波误差系统 (3) 渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ. 其中

$\tau_i^{11} = P_i - G_{ii} - G_{ii}^{\mathrm T},\ \tau_i^{13} = G_{ii}\tilde{A}_i - F_{ii}^{\mathrm T},$

$\tau_i^{14} = G_{ii}\tilde{B}_i - M_{ii}^{\mathrm T},\ \tau_i^{15} = G_{ii}\tilde{A}_{di} - H_{ii}^{\mathrm T},$

$\tau_i^{33} = -P_i + \mu_i Q_i + S + F_{ii}\tilde{A}_i + \tilde{A}_i^{\mathrm T} F_{ii}^{\mathrm T},$

$\tau_i^{34} = F_{ii}\tilde{B}_i + \tilde{A}_i^{\mathrm T} M_{ii}^{\mathrm T},\ \tau_i^{35} = F_{ii}\tilde{A}_{di} + \tilde{A}_i^{\mathrm T} H_{ii}^{\mathrm T},$

$\tau_i^{44} = -\gamma^2 I + M_{ii}\tilde{B}_i + \tilde{B}_i^{\mathrm T} M_{ii}^{\mathrm T},$

$\tau_i^{45} = M_{ii}\tilde{A}_{di} + \tilde{B}_i^{\mathrm T} H_{ii}^{\mathrm T},$

$\tau_i^{55} = H_{ii}\tilde{A}_{di} + \tilde{A}_{di}^{\mathrm T} H_{ii}^{\mathrm T} - S,$

$\tau_{ij}^{11} = P_j - G_{ij} - G_{ij}^{\mathrm T} + \mu_{ij} Q_j,\ \tau_{ij}^{13} = G_{ij}\tilde{A}_i - F_{ij}^{\mathrm T},$

$\tau_{ij}^{14} = G_{ij}\tilde{B}_i - M_{ij}^{\mathrm T},\ \tau_{ij}^{15} = G_{ij}\tilde{A}_{di} - H_{ij}^{\mathrm T},$

$\tau_{ij}^{33} = -P_i + \mu_{ij} Q_i + S + F_{ij}\tilde{A}_i + \tilde{A}_i^{\mathrm T} F_{ij}^{\mathrm T},$

$\tau_{ij}^{34} = F_{ij}\tilde{B}_i + \tilde{A}_i^{\mathrm T} M_{ij}^{\mathrm T},\ \tau_{ij}^{35} = F_{ij}\tilde{A}_{di} + \tilde{A}_i^{\mathrm T} H_{ij}^{\mathrm T},$

$\tau_{ij}^{44} = -\gamma^2 I + M_{ij}\tilde{B}_i + \tilde{B}_i^{\mathrm T} M_{ij}^{\mathrm T},$

$\tau_{ij}^{45} = M_{ij}\tilde{A}_{di} + \tilde{B}_i^{\mathrm T} H_{ij}^{\mathrm T},$

$\tau_{ij}^{55} = H_{ij}\tilde{A}_{di} + \tilde{A}_{di}^{\mathrm T} H_{ij}^{\mathrm T} - S.$

证明　由 $\mu_i \geqslant 0$ 和 S-procedure 引理知, 式 (15) 成立, 则可得如下结论:

当 $\xi^{\mathrm T} \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&Q_i&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \xi \geqslant 0$, 且 $\xi \neq 0$ 时, 有下式成立:

$$\xi^{\mathrm T} \begin{bmatrix} \tau_i^{11} & 0 & \tau_i^{13} & \tau_i^{14} & \tau_i^{15} \\ 0 & -I & \tilde{C}_i & 0 & 0 \\ (\tau_i^{13})^{\mathrm T} & \tilde{C}_i^{\mathrm T} & \tau_i^{33} - \mu_i Q_i & \tau_i^{34} & \tau_i^{35} \\ (\tau_i^{14})^{\mathrm T} & 0 & (\tau_i^{34})^{\mathrm T} & \tau_i^{44} & \tau_i^{45} \\ (\tau_i^{15})^{\mathrm T} & 0 & (\tau_i^{35})^{\mathrm T} & (\tau_i^{45})^{\mathrm T} & \tau_i^{55} \end{bmatrix} \xi < 0, \tag{19}$$

其中 $\xi = [\ \tilde{x}_{k+1}^{\mathrm T}\ \ e_k^{\mathrm T}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm T}\ \ \omega_k^{\mathrm T}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm T}\ ]^{\mathrm T}$.

令 $\Omega_i = \{\tilde{x}_k \in R^n \,|\, \tilde{x}_k^{\mathrm T} Q_i \tilde{x}_k \geqslant 0\}$, 根据引理 2 及定理 3 中的式 (17) 可知, $\bigcup_{i=1}^{N} \Omega_i = R^n$. 因为 $\tilde{x}_k^{\mathrm T} Q_i \tilde{x}_k = x_k^{\mathrm T} Q_{i11} x_k + \hat{x}_k^{\mathrm T} Q_{12}^{\mathrm T} x_k + x_k^{\mathrm T} Q_{12} \hat{x}_k + \hat{x}_k^{\mathrm T} Q_{22} \hat{x}_k$, 所以

$$\max_{i\in \underline{M}}\{\tilde{x}_k^{\mathrm T} Q_i \tilde{x}_k\} =$$
$$\max_{i\in \underline{M}}\{x_k^{\mathrm T} Q_{i11} x_k\} + \hat{x}_k^{\mathrm T} Q_{12}^{\mathrm T} x_k + x_k^{\mathrm T} Q_{12} \hat{x}_k + \hat{x}_k^{\mathrm T} Q_{22} \hat{x}_k.$$

显然, 由式 (18) 知, 切换律满足

$$\sigma(x_k) = \arg\max_{i\in \underline{M}}\{x_k^{\mathrm T} Q_{i11} x_k\} = \arg\max_{i\in \underline{M}}\{\tilde{x}_k^{\mathrm T} Q_i \tilde{x}_k\} = \sigma(\tilde{x}_k).$$

如果 $\sigma(x_k) = \arg\max_{i\in \underline{M}}\{x_k^{\mathrm T} Q_{i11} x_k\} = i$, 则此时 $\tilde{x}_k \in \Omega_i$, 即第 i 个子系统被激活.

当 $\tilde{x}_k \in \Omega_i$ 时, 选择 Lyapunov 函数

$$V_i(\tilde{x}_k) = \tilde{x}_k^{\mathrm T} P_i \tilde{x}_k + \sum_{s=k-d}^{k-1} \tilde{x}_s^{\mathrm T} S\, \tilde{x}_s, \tag{20}$$

则

$$\begin{aligned} \Delta V_i(\tilde{x}_k) = V_i(\tilde{x}_{k+1}) - V_i(\tilde{x}_k) = \\ \tilde{x}_{k+1}^{\mathrm T} P_i \tilde{x}_{k+1} + \sum_{s=k+1-d}^{k} \tilde{x}_s^{\mathrm T} S\, \tilde{x}_s - \\ \tilde{x}_k^{\mathrm T} P_i \tilde{x}_k - \sum_{s=k-d}^{k-1} \tilde{x}_s^{\mathrm T} S\, \tilde{x}_s = \\ \tilde{x}_{k+1}^{\mathrm T} P_i \tilde{x}_{k+1} - \tilde{x}_k^{\mathrm T} P_i \tilde{x}_k + \\ \tilde{x}_k^{\mathrm T} S\, \tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm T} S\, \tilde{x}_{k-d}. \end{aligned} \tag{21}$$

首先, 考虑滤波误差系统 (3) 的渐近稳定性. 当 $\omega_k = 0$ 时, 由式 (19) 可得

$$\begin{aligned} [\ \tilde{x}_{k+1}^{\mathrm T}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm T}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm T}\ ](P + XH + H^{\mathrm T} X^{\mathrm T}) \times \\ [\ \tilde{x}_{k+1}^{\mathrm T}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm T}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm T}\ ]^{\mathrm T} < 0, \end{aligned} \tag{22}$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} P_i & 0 & 0 \\ 0 & -P_i + S & 0 \\ 0 & 0 & -S \end{bmatrix},\ X = \begin{bmatrix} G_{ii} \\ F_{ii} \\ H_{ii} \end{bmatrix},$$

$$H = [\ -I\ \ \tilde{A}_i\ \ \tilde{A}_{di}\ ].$$

而

$$H\xi = [\ -I\ \ \tilde{A}_i\ \ \tilde{A}_{di}\ ] \begin{bmatrix} \tilde{x}_{k+1} \\ \tilde{x}_k \\ \tilde{x}_{k-d} \end{bmatrix} = 0.$$

由 Finsler 引理可知, 若式 (22) 成立, 则对于所有的 $\xi \neq 0$, $H\xi = 0$, $\xi^{\mathrm T} P \xi < 0$ 一定成立, 即

$$\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm T} P_i \tilde{x}_{k+1} - \tilde{x}_k^{\mathrm T} P_i \tilde{x}_k + \tilde{x}_k^{\mathrm T} S\, \tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm T} S\, \tilde{x}_{k-d} < 0.$$

因此, 当 $\tilde{x}_k \in \Omega_i$ 时, $\Delta V_i(\tilde{x}_k) < 0$.

假设在 $k+1$ 时刻发生切换, 由第 i 个子系统切换到第 j 个子系统, 即 $\tilde{x}_{k+1} \in \Omega_j$, $\tilde{x}_k \in \Omega_i$, 而

$$\begin{aligned}&V_j(\tilde{x}_{k+1})-V_i(\tilde{x}_k)=\\&\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}P_j\tilde{x}_{k+1}-\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}P_i\tilde{x}_k-\\&\sum_{s=k-d}^{k-1}\tilde{x}_s^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_s+\sum_{s=k+1-d}^{k}\tilde{x}_s^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_s=\\&\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}P_j\tilde{x}_{k+1}-\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}P_i\tilde{x}_k+\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_k-\tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_{k-d}.\end{aligned}\tag{23}$$

同理, 由 $\mu_{ij}\geqslant 0$ 和 S-procedure 引理知, 式 (16) 成立, 则可得如下结论:

当 $\xi^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}Q_j&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&Q_i&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}\xi\geqslant 0$, 且 $\xi\neq 0$ 时, 有下式成立:

$$\xi^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\tau_{ij}^{11}-\mu_{ij}Q_j&0&\tau_{ij}^{13}&\tau_{ij}^{14}&\tau_{ij}^{15}\\0&-I&\tilde{C}_i&0&0\\(\tau_{ij}^{13})^{\mathrm{T}}&\tilde{C}_i^{\mathrm{T}}&\tau_{ij}^{33}-\mu_{ij}Q_i&\tau_{ij}^{34}&\tau_{ij}^{35}\\(\tau_{ij}^{14})^{\mathrm{T}}&0&(\tau_{ij}^{34})^{\mathrm{T}}&\tau_{ij}^{44}&\tau_{ij}^{45}\\(\tau_{ij}^{15})^{\mathrm{T}}&0&(\tau_{ij}^{35})^{\mathrm{T}}&(\tau_{ij}^{45})^{\mathrm{T}}&\tau_{ij}^{55}\end{bmatrix}\xi\leqslant 0,\tag{24}$$

其中 $\xi=[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ e_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \omega_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}}$.

当 $\omega_k=0$ 时, 由式 (24) 可得

$$\begin{aligned}&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,](P+XH+H^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}})\times\\&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}}\leqslant 0,\end{aligned}\tag{25}$$

其中

$$P=\begin{bmatrix}P_j&0&0\\0&-P_i+S&0\\0&0&-S\end{bmatrix},\ X=\begin{bmatrix}G_{ij}\\F_{ij}\\H_{ij}\end{bmatrix},$$

$$H=[\,-I\ \ \tilde{A}_i\ \ \tilde{A}_{di}\,].$$

而

$$H\xi=[\,-I\ \ \tilde{A}_i\ \ \tilde{A}_{di}\,]\begin{bmatrix}\tilde{x}_{k+1}\\\tilde{x}_k\\\tilde{x}_{k-d}\end{bmatrix}=0.$$

由 Finsler 引理可知, $\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}P_j\tilde{x}_{k+1}-\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}P_i\tilde{x}_k+\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_k-\tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_{k-d}\leqslant 0$ 一定成立. 因此, $V_j(\tilde{x}_{k+1})\leqslant V_i(\tilde{x}_k)$, $\tilde{x}_{k+1}\in\Omega_j$, $\tilde{x}_k\in\Omega_i$. 故当 $\omega_k=0$ 时, 滤波误差系统 (3) 是渐近稳定的.

下面考虑滤波误差系统 (3) 的 H_∞ 性能. 将式 (19) 写成如下等价形式:

$$\begin{aligned}&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ e_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \omega_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,](P+XH+H^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}})\times\\&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ e_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \omega_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}}<0,\end{aligned}\tag{26}$$

其中

$$P=\begin{bmatrix}P_i&0&0&0&0\\0&I&0&0&0\\0&0&-P_i+S&0&0\\0&0&0&-\gamma^2I&0\\0&0&0&0&-S\end{bmatrix},$$

$$X=\begin{bmatrix}G_{ii}&0\\0&I\\F_{ii}&0\\M_{ii}&0\\H_{ii}&0\end{bmatrix},\ H=\begin{bmatrix}-I&0&\tilde{A}_i&\tilde{B}_i&\tilde{A}_{di}\\0&-I&\tilde{C}_i&0&0\end{bmatrix}.$$

而

$$\begin{aligned}&H\xi=\begin{bmatrix}-I&0&\tilde{A}_i&\tilde{B}_i&\tilde{A}_{di}\\0&-I&\tilde{C}_i&0&0\end{bmatrix}\times\\&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ e_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \omega_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}}=0.\end{aligned}$$

则 $\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}P_i\tilde{x}_{k+1}+e_k^{\mathrm{T}}e_k-\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}P_i\tilde{x}_k+\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_k-\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k-\tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_{k-d}<0$ 一定成立. 因此, 当 $\tilde{x}_k\in\Omega_i$ 时

$$\Delta V_i(\tilde{x}_k)<\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k-e_k^{\mathrm{T}}e_k.$$

对上式两端同时关于指标 k 从 0 到 ∞ 求和, 则在零初始条件 $\tilde{x}(0)=0$ 下, 对于任意 $\omega_k\in l_2[0,\ \infty)$, 不等式 $0\leqslant V_i(\infty)<\gamma^2\sum\limits_{k=0}^{\infty}\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k-\sum\limits_{k=0}^{\infty}e_k^{\mathrm{T}}e_k$ 成立, 即当 $\tilde{x}_k\in\Omega_i$ 时, $\|e_k\|_2<\gamma\|\omega_k\|_2$.

类似地, 式 (24) 可以等价写成

$$\begin{aligned}&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ e_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \omega_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,](P+XH+H^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}})\times\\&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ e_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \omega_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}}\leqslant 0,\end{aligned}\tag{27}$$

其中

$$P=\begin{bmatrix}P_j&0&0&0&0\\0&I&0&0&0\\0&0&-P_i+S&0&0\\0&0&0&-\gamma^2I&0\\0&0&0&0&-S\end{bmatrix},$$

$$X=\begin{bmatrix}G_{ij}&0\\0&I\\F_{ij}&0\\M_{ij}&0\\H_{ij}&0\end{bmatrix},\ H=\begin{bmatrix}-I&0&\tilde{A}_i&\tilde{B}_i&\tilde{A}_{di}\\0&-I&\tilde{C}_i&0&0\end{bmatrix}.$$

而

$$\begin{aligned}&H\xi=\begin{bmatrix}-I&0&\tilde{A}_i&\tilde{B}_i&\tilde{A}_{di}\\0&-I&\tilde{C}_i&0&0\end{bmatrix}\times\\&[\,\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}\ \ e_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_k^{\mathrm{T}}\ \ \omega_k^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}}=0.\end{aligned}$$

则 $\tilde{x}_{k+1}^{\mathrm{T}}P_j\tilde{x}_{k+1}-\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}P_i\tilde{x}_k+\tilde{x}_k^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_k-\tilde{x}_{k-d}^{\mathrm{T}}S\,\tilde{x}_{k-d}+e_k^{\mathrm{T}}e_k-\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k\leqslant 0$ 一定成立. 因此, 当 $\tilde{x}_{k+1}\in\Omega_j$, $\tilde{x}_k\in\Omega_i$ 时, $V_j(\tilde{x}_{k+1})-V_i(\tilde{x}_k)\leqslant\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k-e_k^{\mathrm{T}}e_k$.

同理, 当 $\tilde{x}_{k+1}\in\Omega_j,\tilde{x}_k\in\Omega_i$ 时, $\|e_k\|_2<\gamma\|\omega_k\|_2$,

故滤波误差系统 (3) 在切换律 $\sigma(x_k)$ 作用下渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ. □

同上文的方法, 可将条件 (15), (16) 转化成容易求解的 LMI 形式, 并且给出 H_∞ 滤波器的参数矩阵.

定理 4 给定性能指标 $\gamma > 0$ 及常数 $\mu_i \geqslant 0$, $\mu_{ij} \geqslant 0$, $\theta_i \geqslant 0\,(i,j \in \underline{M},\ i \neq j)$, 如果存在对称矩阵 $P_{i11} > 0,\ P_{i22} > 0,\ P_{j11} > 0,\ P_{j22} > 0,\ S_{11} > 0,\ S_{22} > 0$, 对称矩阵 Q_{i11}, Q_{j11}, Q_{22} 及矩阵 $P_{i12},\ P_{j12},\ S_{12},\ Q_{12},\ G_{i11},\ G_{i21},\ F_{i11},\ F_{i21},\ H_{i11},\ H_{i21},\ M_{i11},\ G_{i2},\ G_{ij11},\ G_{ij21},\ F_{ij11},\ F_{ij21},\ H_{ij11},\ H_{ij21},\ M_{ij11}$ 使得 LMIs

$$\begin{bmatrix} \varphi_i^{11} & 0 & \pi_{13} & \varphi_i^{14} & \varphi_i^{15} \\ 0 & -I & \pi_{23} & 0 & 0 \\ \pi_{13}^{\mathrm{T}} & \pi_{23}^{\mathrm{T}} & \varphi_i^{33} & \varphi_i^{34} & \varphi_i^{35} \\ (\varphi_i^{14})^{\mathrm{T}} & 0 & (\varphi_i^{34})^{\mathrm{T}} & -\gamma^2 I + \varphi_i^{44} & \varphi_i^{45} \\ (\varphi_i^{15})^{\mathrm{T}} & 0 & (\varphi_i^{35})^{\mathrm{T}} & (\varphi_i^{45})^{\mathrm{T}} & \varphi_i^{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \varsigma_{ij}^{11} & 0 & \varsigma_{ij}^{13} & \varsigma_{ij}^{14} & \varsigma_{ij}^{15} \\ 0 & -I & \pi_{23} & 0 & 0 \\ (\varsigma_{ij}^{13})^{\mathrm{T}} & \pi_{23}^{\mathrm{T}} & \varsigma_{ij}^{33} & \varsigma_{ij}^{34} & \varsigma_{ij}^{35} \\ (\varsigma_{ij}^{14})^{\mathrm{T}} & 0 & (\varsigma_{ij}^{34})^{\mathrm{T}} & -\gamma^2 I + \varsigma_{ij}^{44} & \varsigma_{ij}^{45} \\ (\varsigma_{ij}^{15})^{\mathrm{T}} & 0 & (\varsigma_{ij}^{35})^{\mathrm{T}} & (\varsigma_{ij}^{45})^{\mathrm{T}} & \varsigma_{ij}^{55} \end{bmatrix} \leqslant 0, \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \theta_i Q_i \geqslant 0 \quad (30)$$

成立, 则在切换律 (18) 作用下, 滤波误差系统 (3) 渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ. 此外, 滤波器的参数矩阵可由下式求得:

$$A_{fi} = G_{i2}^{-1}\hat{A}_{fi},\ B_{fi} = G_{i2}^{-1}\hat{B}_{fi},$$
$$C_{fi} = C_{fi},\ \forall i \in \underline{M}.$$

其中

$$\varphi_i^{11} = \begin{bmatrix} P_{i11} - G_{i11} - G_{i11}^{\mathrm{T}} & P_{i12} - G_{i2} - G_{i21}^{\mathrm{T}} \\ P_{i12}^{\mathrm{T}} - G_{i21} - G_{i2}^{\mathrm{T}} & P_{i22} - G_{i2} - G_{i2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_i^{14} = \begin{bmatrix} G_{i11}B_i + \hat{B}_{fi}D_i - M_{i11}^{\mathrm{T}} \\ G_{i21}B_i + \hat{B}_{fi}D_i \end{bmatrix},$$

$$\varphi_i^{15} = \begin{bmatrix} G_{i11}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} - H_{i11}^{\mathrm{T}} & -H_{i21}^{\mathrm{T}} \\ G_{i21}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} - G_{i2}^{\mathrm{T}} & -G_{i2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_i^{33} = \begin{bmatrix} \upsilon_i^{11} & \upsilon_i^{12} \\ (\upsilon_i^{12})^{\mathrm{T}} & \upsilon_i^{22} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_i^{34} = \begin{bmatrix} F_{i11}B_i + \hat{B}_{fi}D_i + A_i^{\mathrm{T}}M_{i11}^{\mathrm{T}} \\ F_{i21}B_i + \hat{B}_{fi}D_i \end{bmatrix},$$

$$\varphi_i^{35} = \begin{bmatrix} \Delta_i^{11} & \Delta_i^{12} \\ \Delta_i^{21} & \hat{A}_{fi}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},\ \varphi_i^{44} = M_{i11}B_i + (M_{i11}B_i)^{\mathrm{T}},$$

$$\varphi_i^{45} = [\ \nabla_i^{11}\ \ \nabla_i^{12}\ ],\ \varphi_i^{55} = \begin{bmatrix} \kappa_i^{11} & \kappa_i^{12} \\ (\kappa_i^{12})^{\mathrm{T}} & -S_{22} \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_{ij}^{11} = \begin{bmatrix} \nu_{ij}^{11} & \nu_{ij}^{12} \\ (\nu_{ij}^{12})^{\mathrm{T}} & \nu_{ij}^{22} \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_{ij}^{13} = \begin{bmatrix} G_{ij11}A_i + \hat{B}_{fi}C_i - F_{ij11}^{\mathrm{T}} & \hat{A}_{fi} - F_{ij21}^{\mathrm{T}} \\ G_{ij21}A_i + \hat{B}_{fi}C_i - G_{i2}^{\mathrm{T}} & \hat{A}_{fi} - G_{i2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_{ij}^{14} = \begin{bmatrix} G_{ij11}B_i + \hat{B}_{fi}D_i - M_{ij11}^{\mathrm{T}} \\ G_{ij21}B_i + \hat{B}_{fi}D_i \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_{ij}^{15} = \begin{bmatrix} G_{ij11}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} - H_{ij11}^{\mathrm{T}} & -H_{ij21}^{\mathrm{T}} \\ G_{ij21}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} - G_{i2}^{\mathrm{T}} & -G_{i2}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_{ij}^{33} = \begin{bmatrix} \upsilon_{ij}^{11} & \upsilon_{ij}^{12} \\ (\upsilon_{ij}^{12})^{\mathrm{T}} & \upsilon_{ij}^{22} \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_{ij}^{34} = \begin{bmatrix} F_{ij11}B_i + \hat{B}_{fi}D_i + A_i^{\mathrm{T}}M_{ij11}^{\mathrm{T}} \\ F_{ij21}B_i + \hat{B}_{fi}D_i \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_{ij}^{35} = \begin{bmatrix} \Delta_{ij}^{11} & \Delta_{ij}^{12} \\ \Delta_{ij}^{21} & \hat{A}_{fi}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},\ \varsigma_{ij}^{44} = M_{ij11}B_i + (M_{ij11}B_i)^{\mathrm{T}},$$

$$\varsigma_{ij}^{45} = [\ \nabla_{ij}^{11}\ \ \nabla_{ij}^{12}\ ],\ \varsigma_{ij}^{55} = \begin{bmatrix} \kappa_{ij}^{11} & \kappa_{ij}^{12} \\ (\kappa_{ij}^{12})^{\mathrm{T}} & -S_{22} \end{bmatrix},$$

$$\upsilon_i^{11} = F_{i11}A_i + A_i^{\mathrm{T}}F_{i11}^{\mathrm{T}} + \hat{B}_{fi}C_i + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}} - P_{i11} + S_{11} + \mu_i Q_{i11},$$

$$\upsilon_i^{12} = \hat{A}_{fi} + A_i^{\mathrm{T}}F_{i21}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}} - P_{i12} + S_{12} + \mu_i Q_{12},$$

$$\upsilon_i^{22} = \hat{A}_{fi} + \hat{A}_{fi}^{\mathrm{T}} - P_{i22} + S_{22} + \mu_i Q_{22},$$

$$\Delta_i^{11} = F_{i11}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} + A_i^{\mathrm{T}}H_{i11}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}},$$

$$\Delta_i^{12} = A_i^{\mathrm{T}}H_{i21}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}},$$

$$\Delta_i^{21} = F_{i21}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} + \hat{A}_{fi}^{\mathrm{T}},$$

$$\nabla_i^{11} = B_i^{\mathrm{T}}H_{i11}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}D_i)^{\mathrm{T}} + M_{i11}A_{di},$$

$$\nabla_i^{12} = B_i^{\mathrm{T}}H_{i21}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}D_i)^{\mathrm{T}},$$

$$\kappa_i^{11} = H_{i11}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} + (H_{i11}A_{di})^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_{di})^{\mathrm{T}} - S_{11},$$

$$\kappa_i^{12} = (H_{i21}A_{di})^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_{di})^{\mathrm{T}} - S_{12},$$

$$\nu_{ij}^{11} = P_{j11} - G_{ij11} - G_{ij11}^{\mathrm{T}} + \mu_{ij}Q_{j11},$$

$$\nu_{ij}^{12} = P_{j12} - G_{i2} - G_{ij21}^{\mathrm{T}} + \mu_{ij}Q_{12},$$

$$\nu_{ij}^{22} = P_{j22} - G_{i2} - G_{i2}^{\mathrm{T}} + \mu_{ij}Q_{22},$$

$$\upsilon_{ij}^{11} = F_{ij11}A_i + A_i^{\mathrm{T}}F_{ij11}^{\mathrm{T}} + \hat{B}_{fi}C_i + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}} - P_{i11} + S_{11} + \mu_{ij}Q_{i11},$$

$$\upsilon_{ij}^{12} = \hat{A}_{fi} + A_i^{\mathrm{T}}F_{ij21}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}} - P_{i12} + S_{12} + \mu_{ij}Q_{12},$$

$$\upsilon_{ij}^{22} = \hat{A}_{fi} + \hat{A}_{fi}^{\mathrm{T}} - P_{i22} + S_{22} + \mu_{ij}Q_{22},$$

$$\Delta_{ij}^{11} = F_{ij11}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} + A_i^{\mathrm{T}}H_{ij11}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}},$$

$$\Delta_{ij}^{12} = A_i^{\mathrm{T}}H_{ij21}^{\mathrm{T}} + (\hat{B}_{fi}C_i)^{\mathrm{T}},$$

$$\Delta_{ij}^{21} = F_{ij21}A_{di} + \hat{B}_{fi}C_{di} + \hat{A}_{fi}^{\mathrm{T}},$$

$$\nabla_{ij}^{11}=B_i^{\mathrm T}H_{ij11}^{\mathrm T}+(\hat B_{fi}D_i)^{\mathrm T}+M_{ij11}A_{di},$$
$$\nabla_{ij}^{12}=B_i^{\mathrm T}H_{ij21}^{\mathrm T}+(\hat B_{fi}D_i)^{\mathrm T},$$
$$\kappa_{ij}^{11}=H_{ij11}A_{di}+\hat B_{fi}C_{di}+(H_{ij11}A_{di})^{\mathrm T}+(\hat B_{fi}C_{di})^{\mathrm T}-S_{11},$$
$$\kappa_{ij}^{12}=(H_{ij21}A_{di})^{\mathrm T}+(\hat B_{fi}C_{di})^{\mathrm T}-S_{12}.$$

证明 将对称正定矩阵 P_i, P_j, S 写成块矩阵形式

$$P_i=\begin{bmatrix}P_{i11}&P_{i12}\\P_{i12}^{\mathrm T}&P_{i22}\end{bmatrix},\ P_j=\begin{bmatrix}P_{j11}&P_{j12}\\P_{j12}^{\mathrm T}&P_{j22}\end{bmatrix},$$
$$S=\begin{bmatrix}S_{11}&S_{12}\\S_{12}^{\mathrm T}&S_{22}\end{bmatrix}.$$

其中: $P_{i11}=P_{i11}^{\mathrm T}>0$, $P_{i22}=P_{i22}^{\mathrm T}>0$, $S_{11}=S_{11}^{\mathrm T}>0$, $S_{22}=S_{22}^{\mathrm T}>0$.

松弛矩阵变量 G_{ii}, F_{ii}, H_{ii}, M_{ii}, G_{ij}, F_{ij}, H_{ij}, M_{ij} 取如下结构:

$$G_{ii}=\begin{bmatrix}G_{i11}&G_{i2}\\G_{i21}&G_{i2}\end{bmatrix},\ F_{ii}=\begin{bmatrix}F_{i11}&G_{i2}\\F_{i21}&G_{i2}\end{bmatrix},$$
$$H_{ii}=\begin{bmatrix}H_{i11}&G_{i2}\\H_{i21}&G_{i2}\end{bmatrix},\ M_{ii}=[\ M_{i11}\ \ 0\ ],$$
$$G_{ij}=\begin{bmatrix}G_{ij11}&G_{i2}\\G_{ij21}&G_{i2}\end{bmatrix},\ F_{ij}=\begin{bmatrix}F_{ij11}&G_{i2}\\F_{ij21}&G_{i2}\end{bmatrix},$$
$$H_{ij}=\begin{bmatrix}H_{ij11}&G_{i2}\\H_{ij21}&G_{i2}\end{bmatrix},\ M_{ij}=[\ M_{ij11}\ \ 0\ ].$$

令 $G_{i2}A_{fi}=\hat A_{fi}$, $G_{i2}B_{fi}=\hat B_{fi}$, 类似于定理2的证明即可得证. □

注 2 文献[24, 27, 29]均是采用切换Lyapunov函数方法, 要求系统矩阵 A_i 必须是稳定的; 而本文主要结果的后半部分内容是利用多Lyapunov函数方法, 不要求系统矩阵 A_i 必须是稳定的. 因此, 定理4可用于已有设计方法失效的情况.

4 数值例子

考虑具有两个子系统的时滞离散切换系统(1), 系统参数分别为

$$A_1=\begin{bmatrix}1.4&1.5\\0&-0.35\end{bmatrix},\ A_{d1}=\begin{bmatrix}0.035&0\\-0.1&-0.25\end{bmatrix},$$
$$B_1=\begin{bmatrix}0.44\\-0.4\end{bmatrix},\ C_1=[\ 0.39\ \ 0.25\ ],$$
$$C_{d1}=[\ 0.03\ \ 0\ ],\ D_1=0.04,\ G_1=[\ 0.24\ \ 0.13\ ],$$
$$A_2=\begin{bmatrix}-1.2&0\\0.8&0.1\end{bmatrix},\ A_{d2}=\begin{bmatrix}0.06&-0.1\\0&0.16\end{bmatrix},$$
$$B_2=\begin{bmatrix}0.1\\-1\end{bmatrix},\ C_2=[\ -0.19\ \ 0.17\ ],$$
$$C_{d2}=[\ 0\ \ 0.018\ ],\ D_2=0.016,\ G_2=[\ 0.2\ \ 0.1\ ].$$

本文的目标是设计一个依赖系统状态的切换律 $\sigma(x_k)$ 和形如式(2)的滤波器, 使滤波误差系统渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ.

给定 H_∞ 性能指标 $\gamma=0.55$. 通过Matlab求解LMIs (28), (29)和(30), 可得滤波器的参数矩阵

$$A_{f1}=\begin{bmatrix}-0.5710&0.0541\\0.0305&-0.7644\end{bmatrix},\ B_{f1}=\begin{bmatrix}-5.4421\\-0.5093\end{bmatrix},$$
$$C_{f1}=\begin{bmatrix}-0.0408&-0.0090\end{bmatrix},$$
$$A_{f2}=\begin{bmatrix}-0.2262&-0.0652\\-0.0669&-0.0011\end{bmatrix},\ B_{f2}=\begin{bmatrix}-0.7772\\0.4451\end{bmatrix},$$
$$C_{f2}=[\ 0.0906\ \ 0.0531\ ].$$

注意到系统(1)中的 A_1 和 A_2 显然是不稳定的. 文献[24, 27]给出的方法对该例子无效, 而本文给出的第2种设计方法是有效的. 由定理4, 在所设计的切换律

$$\sigma(x_k)=\begin{cases}1,\ x_k^{\mathrm T}(Q_{111}-Q_{211})x_k\geqslant 0;\\2,\ x_k^{\mathrm T}(Q_{211}-Q_{111})x_k\geqslant 0\end{cases}\tag{31}$$

的作用下, 可以得到一个稳定的滤波误差动态. 仿真结果见图1和图2. 其中: 初始条件 $x(0)=[17,\ -12]^{\mathrm T}$, $\hat x(0)=[0,\ 0]^{\mathrm T}$, 噪声信号为 $\omega(k)=1/(k+2)\in l_2(0,\infty]$. 图3为滤波误差 $e(k)=z(k)-\hat z(k)$ 的仿真结果. 图4是相应的切换信号.

从图1～图3的仿真曲线可以看出, 在所设计的切换律(31)作用下, 滤波误差系统渐近稳定且满足指定的 H_∞ 性能指标 γ.

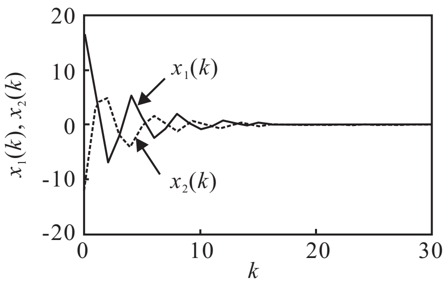

图 1 系统状态 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 的响应

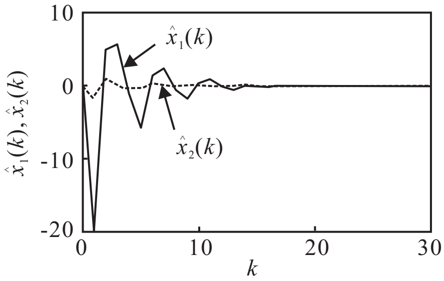

图 2 状态 $\hat x_1(k)$ 和 $\hat x_2(k)$ 的响应

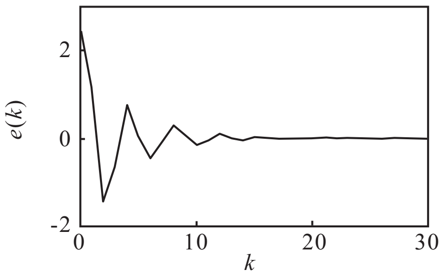

图 3 误差 $e(k)$ 的响应

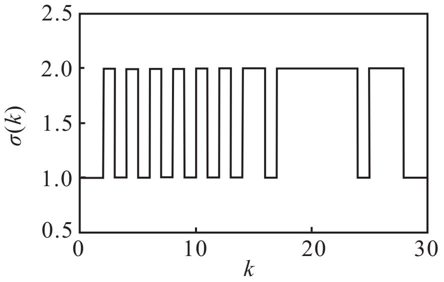

图 4 切换信号 $\sigma(x_k)$

5 结 论

本文研究了一类具有状态时滞的离散切换系统的 H_∞ 滤波器的设计问题. 分别利用切换 Lyapunov 函数方法和多 Lyapunov 函数方法并结合 Finsler 引理, 在任意切换律和所设计的切换律下分别得到了均能保证滤波误差切换系统渐近稳定且具有指定的 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件; 并基于 LMI 技术分别得到了 H_∞ 滤波器的增益矩阵. 此外, 本文的结果可以推广到系统含有范数有界或是线性分式形式的参数不确定的时滞线性离散时间切换系统中.

参考文献(References)

[1] Jeon D, Tomizuka M. Learning hybrid force and position control of robot manipulators[J]. IEEE Trans on Robotics Automation Control, 1996, 9(4): 423-431.

[2] Moision B E, Orlitsly A, Siegel P H. On codes that avoid specified differences[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2001, 47(1): 433-442.

[3] Zhang W A, Yu L. Output feedback stabilization of networked control systems with packet dropouts[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(9): 1705-1710.

[4] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(4): 475-482.

[5] Zhao J, Hill D J. On stability, L_2 - gain and H_∞ control for switched systems[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1220-1232.

[6] Daafouz J, Riedinger P, Iung C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1883-1887.

[7] Geromel J C, Deaecto G S. Switched state feedback control for continuous-time uncertain systems[J]. Automatica, 2009, 45(2): 593-597.

[8] Sun X M, Liu G P, Rees D, et al. Delay-dependent stability for discrete systems with large delay sequence based on switching techniques[J]. Automatica, 2008, 44(11): 2902-2908.

[9] Chiou J S, Cheng C M. Stabilization analysis of the switched discrete-time systems using Lyapunov stability theorem and genetic algorithm[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 42(2): 751-759.

[10] Pettersson S. Synthesis of switched linear systems[C]. Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. New York: IEEE Press, 2003: 5283-5288.

[11] Zhang W A, Yu L. Stability analysis for discrete-time switched time-delay systems[J]. Automatica, 2009, 45(10): 2265-2271.

[12] Sun X M, Liu G P, Wang W, et al. Stability analysis for networked control systems based on average dwell time method[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2010, 20(15): 1774-1784.

[13] Xiang Z R, Chen Q W. Robust reliable control for uncertain switched nonlinear systems with time delay under asynchronous switching[J]. Applied Mathematics and Computation, 2010, 216(3): 800-811.

[14] Johansson M, Rantzer A. Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(4): 555-559.

[15] Lin H, Antsaklis P J. Switching stabilization and l_2 gain performance controller synthesis for discrete-time switched linear systems[C]. Proc of the 45th IEEE Conf on Decision and Control. New York: IEEE Press, 2006: 2673-2678.

[16] Sun Z, Ge S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems[J]. Automatica, 2005, 41(2): 181-195.

[17] Lin H, Antsaklis P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 308-322.

[18] Liberzon D. Switching in systems and control[M]. Boston: Birkhauser, 2003: 61-71.

[19] Zhang L X, Boukas E K, Shi P. Exponential H_∞ filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell time: A dependent approach[J]. Int of J of Robust and Nonlinear Control, 2008, 18(11): 1188-1207.

[20] Liu Y S, Wang Z D, Wang W. Reliable H_∞ filtering for discrete time-delay systems with randomly occurred nonlinearities via delay-partitioning method[J]. Signal Processing, 2011, 91(4): 713-727.

(下转第1620页)