

文章编号: 1001-0920(2013)03-0369-05

一类多智能体系统分组一致控制协议的设计与分析

王 强, 王玉振, 杨仁明

(山东大学 控制科学与工程学院, 济南 250061)

摘 要: 在连通二部图拓扑结构下, 针对一阶多智能体系统, 研究了时滞和时无滞两种情形下系统的分组一致问题, 给出了一个基于竞争的控制协议设计方法. 首先, 根据二部图的特性设计控制协议, 研究了时无滞系统的分组一致问题, 给出了该情形下系统的收敛状态; 其次, 研究了时滞情形下系统的分组一致问题, 给出了系统实现分组一致时所能容许的最大时滞; 最后, 通过仿真实例验证了所提出方法的正确性.

关键词: 多智能体系统; 二部图; 分组一致; 空间分解

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Design and analysis of group-consensus protocol for a class of multi-agent systems

WANG Qiang, WANG Yu-zhen, YANG Ren-ming

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China. Correspondent: WANG Qiang, E-mail: q.wang@mail.sdu.edu.cn)

Abstract: Under the connected bipartite graph topology, the group-consensus protocol design problem is investigated for a class of first-order multi-agent systems with and without time delay respectively, and several new results are presented. Firstly, based on the properties of the bipartite graph, a control protocol is designed and the group-consensus problem is studied for the systems without time delay, and the final convergence states are given with respect to the initial conditions. Then, the group-consensus problem of the systems with time delay is investigated, and the maximum allowed delay is obtained. Finally, the simulation result shows the correctness of the proposed method.

Key words: multi-agent systems; bipartite graph; group consensus; state-space decomposition

0 引 言

多智能体系统是分布式系统的一个重要分支, 各个智能体通过相互之间的通讯、合作、协调和竞争实现系统的特定功能. 该系统不仅具备一般分布式系统所具有的资源共享、分布性高、协调性好、自主性强等特点, 而且能够通过各智能体相互之间的协作来解决大规模的复杂性问题, 从而使得该类系统具有很强的鲁棒性和可靠性. 由于该类问题在分布式计算、分子生物学、医学、机器人学等领域有着广泛的应用前景^[1-3], 在最近的二三十年, 多智能体系统已为不同领域大量学者所关注^[4-12].

在多智能体系统的诸多研究领域, 一致性问题在许多学者长时间以来广泛研究的一个课题. 一致性问题, 即各个智能体通过通信得到其邻居的信息, 并

根据所得到的信息调整自身状态, 最终使得各个智能体的某种特征趋于一致, 如鸟群和多个机器人的编队问题^[13-15]、分布式传感器数据融合问题^[1-2, 16-18]、特定时刻在指定点聚集问题^[3]. 一致性问题对于多智能体系统的协调控制具有重要的研究价值.

众所周知, 在多智能体系统的研究过程中, 图论发挥着重要作用, 图论中的 Laplacian 矩阵所具有的性质特别适合描述多智能体的合作与协调关系. 迄今为止, 关于多智能体系统的很多研究都是基于图论中 Laplacian 矩阵展开的. 然而, 现实中广泛存在着如下情形: 相互有联系的智能体之间不是合作, 而是竞争的一种关系, 或既有合作亦有竞争的一种关系. 如生态学关于食物链的捕食与被捕食问题、两个物种生存竞争问题, 这类问题的最终结果是系统达到

收稿日期: 2011-10-31; 修回日期: 2011-12-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074068, 61174036, 61034007); 中国高等教育博士后项目(200804220028).

作者简介: 王强(1982—), 男, 博士, 从事多智能体系统协调控制的研究; 王玉振(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统控制、Hamilton 控制系统等研究.

某种平衡,然而这类平衡有别于一致性问题,表现为一个集合内的智能体趋于一致,而不同集合间的智能体保持一定的距离.根据这一现象,本文研究一类新的问题——智能体的分组一致问题.除生态系统外,研究该类问题对于智能体的队形控制 also 具有重要意义.文献[19]将图的着色分解理论应用于多智能体的分组一致问题,并给出了一种控制协议设计方法.文献[20]研究了特殊拓扑结构下具有相同自动态和不同自动态智能体的分组一致问题,并分别针对这两种情形给出了一些相应的结果.文献[21-22]研究了无向拓扑及有向拓扑结构下系统收敛的若干判据.文献[23-24]考虑了系统中含有切换、时滞等情形,通过设计控制协议,利用双树转化思想对原系统进行降阶,给出了系统实现分组一致的一些条件.然而,基于竞争机制设计多智能体系统分组一致的研究,目前尚未见到相关的文献报道.

本文的工作主要包括如下 3 部分: 1) 对于多智能体之间的分组一致问题,提出一种基于竞争的控制协议设计方法; 2) 利用连通二部图结构矩阵的性质,针对系统中有无时滞两种情形设计一类新的控制协议,并给出了该协议下系统的最终收敛状态以及时滞情形下达到分组一致时系统所能容许的最大时滞; 3) 给出了研究该类问题的一个新的方法——状态空间分解,通过将原系统进行分解,得出系统实现分组一致与其一子系统渐近稳定相互等价,进而建立了系统分组一致与渐近稳定的内部联系.

1 问题描述与预备知识

在给出问题的描述以及相应的控制协议之前,首先给出图论中相关的一些预备知识.

考虑 n 个智能体,智能体间的拓扑关系用无向图 $\mathcal{G} := \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 表示. 其中: $\mathcal{V} := \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示图的顶点集(即智能体的集合), $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示图的边集(即智能体间通信关系集). 为方便起见,本文不考虑系统有自环的情况,即对于任意的顶点 $v_i, e_{ii} \notin \mathcal{E}$. 如果对于任意 $v_i, v_j \in \mathcal{V}$, 矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 满足 $a_{ij} \geq 0$, 并且 $a_{ij} > 0$ 当且仅当 $j \in \mathcal{N}_i$, 其中 $\mathcal{N}_i = \{j | e_{ij} = (v_i, v_j) \in \mathcal{E}\}$, 则称矩阵 $\mathbf{A}$ 为图 $\mathcal{G}$ 的邻接矩阵. 对于无向图, $a_{ij} = a_{ji}$, 因为本文所考虑的拓扑结构没有自环, 所以 $a_{ii} = 0, i = 1, 2, \dots, n$. 图 $\mathcal{G}$ 的度矩阵为 $\mathbf{D} = [d_{ij}]_{n \times n}$, 其中

$$d_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \in \mathcal{N}_i} a_{ik}, & j = i; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

显然,度矩阵 $\mathbf{D}$ 为对角矩阵,且对于无向图而言,邻接矩阵 $\mathbf{A}$ 为对称矩阵.

在无向图中,如果顶点 v_i 与 v_j 之间存在一个无

向序列 $(v_i, v_{i1}), (v_{i1}, v_{i2}), \dots, (v_{ir}, v_j)$, 则称顶点 v_i 与 v_j 是连通的. 如果图中任意 2 个顶点都是连通的, 则称该图为连通图.

下面给出二部图的定义,二部图对于本文的研究具有非常重要的意义.

定义 1 (二部图^[25]) 设 $\mathcal{G} := \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 是一个无向图, 如果顶点集 $\mathcal{V}$ 可分割为 2 个互不相交的子集 $\{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$, 使得每条边 (v_i, v_j) 所关联的 2 个顶点 v_i 和 v_j 分别属于这 2 个不同的顶点集 ($v_i \in \mathcal{A}, v_j \in \mathcal{B}$), 则称图 $\mathcal{G}$ 为二部图, 如图 1 所示.

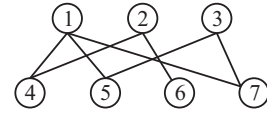


图 1 7 个顶点的二部图

基于图论中上述预备知识,本文考虑如下 n 个智能体的一阶动态模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = u_i, \\ x_i(0) = x_i^{(0)}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

其中: $x_i \in \mathbf{R}$ 为第 i 个智能体的状态; $u_i \in \mathbf{R}$ 为针对第 i 个智能体的控制规则 (u_i 仅用到自身与邻居的信息), $x_i(0) = x_i^{(0)}$ 为相应的初始条件, $i = 1, 2, \dots, n$.

称 $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$ ($k > 1$) 为集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的一个分割, 如果 $X_i \neq \emptyset, X_i \cap X_j = \emptyset$, 且 $\bigcup_{i=1}^k X_i = X$. 此外, 对于 $x_i \in X$, 本文用 $X_{\hat{i}}$ 表示 x_i 所在的分组, 亦即对于任意 x_i , 有 $x_i \in X_{\hat{i}}, 1 \leq \hat{i} \leq k$. 显然, 如果 x_i 和 x_j 属于相同的分组, 则 $\hat{i} = \hat{j}$.

考虑系统(1), 并假设 $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$ 为所有智能体的一个分割. 下面给出分组一致的定义.

定义 2 (分组一致^[24]) 对于给定的初始条件 $\mathbf{x}(0) = [x_1(0), \dots, x_n(0)]^T$, 其中 $x_i(0) \in \mathbf{R}$, 如果存在一个分割 $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$ 使得当 $\hat{i} = \hat{j}$ 时, $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_i(t) - x_j(t)| = 0$, $\hat{i} \neq \hat{j}$ 时 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_i(t) - x_j(t)| > 0$, 则称系统(1)可实现分组一致.

本文的目标是, 研究系统(1)的分组一致问题, 通过智能体之间的相互竞争, 使得同一集合的智能体趋于一致.

针对多智能体系统(1), 考虑如下两种情形.

1) 系统(1)无时滞. 此时设计控制协议如下:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i(t) + x_j(t)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

2) 系统(1)有时滞. 此时设计控制协议具有如下形式:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_i(t-\tau) + x_j(t-\tau)),$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

其中 τ 表示系统的时滞.

将协议(2)代入系统(1),有

$$\dot{x}_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_i + x_j), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

式(4)可写为

$$\dot{\mathbf{x}} = -(\mathbf{D} + \mathbf{A})\mathbf{x}. \quad (5)$$

其中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, $\mathbf{D}$ 为智能体间拓扑结构所对应的度矩阵, $\mathbf{A}$ 为相应的邻接矩阵.

2 主要结果

下面对多智能体系统(1)无时滞和有时滞两种情形进行研究分析,使得系统最终能够实现分组一致.为此,首先给出两个引理,然后在这两个引理的基础上,研究系统最终的收敛状态以及含有时滞时系统达到分组一致所能容许的最大时滞.

2.1 无时滞情形下系统的分组一致

本节研究系统(1)在无时滞情形下的分组一致问题.首先,给出两个引理.

引理1 [25] 如果系统拓扑结构图 $\mathcal{G}$ 为一二部图,则在适当的排序下,图 $\mathcal{G}$ 所对应的邻接矩阵 $\mathbf{A}$ 可表示为如下形式:

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

引理2 如果拓扑结构图 $\mathcal{G}$ 为一连通二部图,则矩阵 $\mathbf{D} + \mathbf{A}$ 的秩为 $n - 1$,且该矩阵非零特征根为正实数.

证明 由于拓扑结构图 $\mathcal{G}$ 为二部图,不失一般性,令 $\mathcal{A} = \{v_1, \dots, v_r\}$, $\mathcal{B} = \{v_{r+1}, \dots, v_n\}$,则由引理1可知,矩阵 $\mathbf{A}$ 可表示为

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{r \times r} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{0}_{(n-r) \times (n-r)} \end{bmatrix}.$$

根据矩阵 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{A}$ 的定义,令

$$\boldsymbol{\xi} = [\underbrace{1, \dots, 1}_r, \underbrace{-1, \dots, -1}_{n-r}]^T,$$

则 $(\mathbf{D} + \mathbf{A})\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}$.

另外,由于拓扑图 $\mathcal{G}$ 为无向图,矩阵 $\mathbf{A}$ 为对称矩阵,亦即对于任意的 $1 \leq i, j \leq n$, $a_{ij} = a_{ji}$.因此

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T(\mathbf{D} + \mathbf{A})\mathbf{x} &= \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}x_i x_j + \sum_{i=1}^n d_{ii}x_i^2 &= \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}x_i x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}x_i^2 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}(2x_i x_j + x_i^2 + x_j^2) &= \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n a_{ij}(x_i + x_j)^2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

拓扑 $\mathcal{G}$ 为连通二部图,结合矩阵 $\mathbf{A}$ 的构造, $\mathbf{x}^T(\mathbf{D} + \mathbf{A})\mathbf{x} = 0$ 有非零解当且仅当

$$x_1 = x_2 = \dots = x_r = -x_{r+1} = \dots = -x_n,$$

因此,秩 $(\mathbf{D} + \mathbf{A}) = n - 1$.

此外,对于任意的 $1 \leq i \leq n$, $d_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$,根据圆盘定理[26],矩阵 $(\mathbf{D} + \mathbf{A})$ 的特征根 λ 满足

$$|\lambda - d_{ii}| \leq \sum_{j \neq i} |a_{ij}| = d_{ii}, \quad (7)$$

故矩阵 $\mathbf{D} + \mathbf{A}$ 的非零特征根为正实数. $\square$

在引理2的基础上,有如下定理.

定理1 假设系统的拓扑结构可以表示为连通二部图,则在控制协议(2)下,系统(1)能够实现分组一致.

证明 考虑多智能体系统(5), $\dot{\mathbf{x}} = -(\mathbf{D} + \mathbf{A})\mathbf{x}$,记矩阵 $-(\mathbf{D} + \mathbf{A})$ 的特征根分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, $m \leq n$,并记相应的特征向量为 $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dots, \boldsymbol{\eta}_m$.由引理2可知,矩阵 $-(\mathbf{D} + \mathbf{A})$ 的零特征根为单根,其余特征根为负实数.不妨令 $\lambda_1 = 0$, $\lambda_i < 0$, $i = 2, 3, \dots, m$, $\boldsymbol{\eta}_1 = \boldsymbol{\xi}$,并构造矩阵 $\mathbf{T} := [\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dots, \boldsymbol{\eta}_m]$,则有

$$-\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{A})\mathbf{T} = \text{diag}\{0, \lambda_2 \mathbf{I}, \dots, \lambda_m \mathbf{I}\} := \boldsymbol{\Lambda}. \quad (8)$$

取坐标变换 $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$,则在新的坐标变换下,系统(5)可写为

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{z}, \quad (9)$$

其中 $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 为变换后的坐标.

记 $\mathbf{z}_e = [z_2, \dots, z_n]^T \in \mathbf{R}^{n-1}$,则 $\mathbf{z} = [z_1, \mathbf{z}_e^T]^T$,由此系统(9)可写为

$$\dot{z}_1 = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_e = \boldsymbol{\Lambda}_e \mathbf{z}_e, \quad (11)$$

其中 $\boldsymbol{\Lambda}_e = \text{diag}\{\lambda_2 \mathbf{I}, \lambda_3 \mathbf{I}, \dots, \lambda_m \mathbf{I}\} \in \mathbf{R}^{(n-1) \times (n-1)}$.

考虑子系统(11),由于矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_e$ 为负定矩阵,易得 $\mathbf{z}_e \rightarrow 0$.另外, $\dot{z}_1(t) \equiv 0$ 意味着 $z_1(t) \equiv z_1(0)$.因此,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\mathbf{z}(t) \rightarrow [z_1(0), 0, \dots, 0]^T$.由式 $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ 及矩阵 $\mathbf{T}$ 的构造,当 $t \rightarrow \infty$ 时,有

$$\mathbf{x}(t) \rightarrow z_1(0)\boldsymbol{\eta}_1, \quad (12)$$

其中 $[z_1(0), z_2(0), \dots, z_n(0)]^T = \mathbf{z}(0) = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}(0)$.由 $\boldsymbol{\eta}_1$ 的定义可知,系统可实现分组一致. $\square$

注1 由定理1的证明可知,在控制协议(2)下,系统(1)不仅能够实现分组一致,而且最终的收敛状态为 $z_1(0)\boldsymbol{\eta}_1$.

2.2 时滞情形下系统的分组一致

下面研究多智能体系统(1)在有时滞情形下的分组一致问题,并考虑系统(1)实现分组一致时所能容许的最大时滞.

考虑系统(1),将协议(3)代入系统(1),得

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_j(t-\tau) + x_i(t-\tau)), \\ i &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)可整理为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = -(\mathbf{D} + \mathbf{A})\mathbf{x}(t-\tau), \quad (14)$$

其中 $\mathbf{x}(t-\tau) = [x_1(t-\tau), x_2(t-\tau), \dots, x_n(t-\tau)]^T$.

不妨记矩阵 $-(\mathbf{D} + \mathbf{A})$ 的特征根满足关系式 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{m-1} \geq \lambda_m$, 则有如下定理.

定理 2 假设系统所对应的拓扑结构为连通二部图, 且时滞 τ 满足 $0 < \tau < \frac{-\pi}{2\lambda_m}$, 则在控制协议(3)下, 系统(1)能够达到分组一致, 而且最终收敛状态为 $z_1(0)\boldsymbol{\eta}_1$, 其中 $z_1(0)$ 见定理 1.

证明 首先用分析的方法给出系统实现分组一致时 τ 的取值范围. 考虑系统(14), 式子两边取拉普拉斯变换, 有

$$\hat{\mathbf{x}}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{x}(0),$$

其中 $\mathbf{G}(s) = [s\mathbf{I}_n + e^{-\tau s}(\mathbf{D} + \mathbf{A})]^{-1}$. 下面定义矩阵 $\mathbf{Z}(s) = \mathbf{G}^{-1}(s) = s\mathbf{I}_n + e^{-\tau s}(\mathbf{D} + \mathbf{A})$, 在此需要找出使得矩阵 $\mathbf{Z}(s)$ 的零点为负实数或 $s = 0$ 的条件. 由于图 $\mathcal{G}$ 为连通二部图, 由引理 2 可知, 矩阵 $-(\mathbf{D} + \mathbf{A})$ 的零特征根为单根, 且其特征根满足 $0 = \lambda_1 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$. 又 $\boldsymbol{\eta}_k$ 为 λ_k 所对应的特征向量, 对于 $s = 0$ 而言, $\mathbf{Z}(0)\boldsymbol{\eta}_1 = (\mathbf{D} + \mathbf{A})\boldsymbol{\eta}_1 = 0$, 故 $s = 0$ 为传递函数 $\mathbf{Z}(s)$ 在 $\boldsymbol{\eta}_1$ 方向上的一个零点. 由 $\mathbf{Z}(s)\boldsymbol{\eta}_k = s\boldsymbol{\eta}_k + e^{-\tau s}(\mathbf{D} + \mathbf{A})\boldsymbol{\eta}_k = (s - e^{-\tau s}\lambda_k)\boldsymbol{\eta}_k = 0$ 和 $\boldsymbol{\eta}_k \neq 0$ 可知, $s - e^{-\tau s}\lambda_k = 0$. 令 $s = jw$, 其中 $j^2 = -1$, 则

$$\begin{aligned} jw - \lambda_k e^{-\tau jw} &= 0, \\ -jw - \lambda_k e^{\tau jw} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

将式(15)中的两式相乘, 得

$$\lambda_k^2 + w^2 + 2\lambda_k w \sin w\tau = 0. \quad (16)$$

由于 $s \neq 0$, 不妨令 $w < 0$, 则式(16)可写为如下形式:

$$(\lambda_k - w)^2 + 2\lambda_k w(1 + \sin w\tau) = 0. \quad (17)$$

因为式(17)的两边都为正定, 所以

$$\begin{aligned} \lambda_k &= w, \\ 1 + \sin w\tau &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

亦即对于所有的 $l = 0, 1, \dots$, 式子 $\lambda_k \tau = -2l\pi - \pi/2$ 成立, 从而最大的 τ 满足 $\lambda_k \tau = -\pi/2$, 有

$$\tau^* = \min_{\tau \lambda_k = -\pi/2 \text{ 且 } k > 1} \{\tau\} = \min_{k > 1} -\frac{\pi}{2\lambda_k} = -\frac{\pi}{2\lambda_m}.$$

同理可证, 当 $w > 0$ 时有相同的结果. 综上所述, 当 $0 < \tau < -\frac{\pi}{2\lambda_m}$ 时, 传递函数 $\mathbf{G}(s)$ 有稳定的极点 ($s = 0$ 除外), 故系统(14)稳定.

下面证明系统的最终状态为 $z_1(0)\boldsymbol{\eta}_1$. 令 $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$ ($\mathbf{T}$ 的构造见定理 1 的证明), 系统(14)可写为

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t-\tau), \quad (19)$$

其中 $\mathbf{A} = \text{diag}\{0, \lambda_2\mathbf{I}, \dots, \lambda_m\mathbf{I}\}$. 将式(19)两边取拉普拉斯变换, 有

$$\hat{\mathbf{z}}(s) = \mathbf{G}_1(s)\mathbf{z}(0),$$

其中 $\mathbf{G}_1(s) = (s\mathbf{I}_n - e^{-\tau s}\mathbf{A})^{-1}$, 因此当 $s \rightarrow \infty$ 时, $\hat{\mathbf{z}}(s) \rightarrow [z_1(0)/s, 0, \dots, 0]^T$. 两边取反拉普拉斯变换, 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{z}(t) = [z_1(0), 0, \dots, 0]^T,$$

注意到 $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ 以及矩阵 $\mathbf{T}$ 的构造, 可知当 $t \rightarrow \infty$ 时

$$\mathbf{x}(t) \rightarrow z_1(0)\boldsymbol{\eta}_1, \quad (20)$$

其中 $z_1(0)$ 的定义见定理 1, 因此平衡点

$$\mathbf{x}^* = z_1(0)\boldsymbol{\eta}_1.$$

根据 $\boldsymbol{\eta}_1$ 的定义, 系统最终实现分组一致. $\square$

3 举例与仿真

下面给出一个例子来验证所得结果的有效性.

考虑如下智能体系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = u_i, \\ x_i(0) = x_i^{(0)}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 5. \quad (21)$$

其中: $x_i \in \mathbf{R}$ 为第 i 个智能体的状态, $u_i \in \mathbf{R}$ 为第 i 个智能体的控制规则, $x_i^{(0)}$ 为第 i 个智能体的初始状态, $i = 1, 2, \dots, 5$. 系统所对应的拓扑结构如图 2 所示.

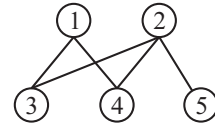


图 2 5 个智能体构成的二部图

设计控制规则如下:

$$u_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i(t)} (x_i + x_j). \quad (22)$$

由定理 1 可知, 在控制协议(22)下, 系统(21)能够实现分组一致.

为验证上述结论的正确性, 给出如下仿真结果. 初始条件为 $x_1(0) = 5, x_2(0) = 8, x_3(0) = 12, x_4(0) = 4, x_5(0) = 2$. 由定理 1 可知

$$\begin{aligned} [x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t)]^T &\rightarrow \\ [-1, -1, 1, 1, 1]^T. \end{aligned}$$

仿真结果如图 3 所示, 它给出了 5 个智能体的状态响应. 由图 3 可知, 对于图 2 所示的拓扑结构, 在控制协议(22)下, 随着时间的增加, 5 个智能体的状态逐渐趋于分组一致, 且模拟与理论结果十分吻合.

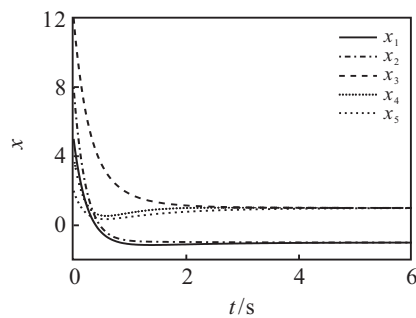


图3 5个智能体的状态响应

4 结 论

本文研究了在连通二部图拓扑结构下一阶多智能体系统的分组一致问题,不同于已有的研究成果^[19-24],本文利用智能体间的竞争关系设计了一类新的分组一致控制协议,并在该协议下研究了系统最终的收敛状态以及在时滞情形下系统实现分组一致时所能容许的最大时滞.数值仿真结果表明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Gao Y P, Wang L. Sampled-data based consensus of continuous-time multi-agent systems with time-varying topology[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(5): 1226-1231.
- [2] Li T, Zhang J F. Mean square average-consensus under measurement noises and fixed topologies: Necessary and sufficient conditions[J]. Automatica, 2009, 45(8): 1929-1936.
- [3] Su H S, Wang X F, Chen G R. Rendezvous of multiple mobile agents with preserved network connectivity[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(5): 313-322.
- [4] Yu W W, Chen G R, Cao M, et al. Second-order consensus for multiagent systems with directed topologies and nonlinear dynamics[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 2010, 40(3): 881-891.
- [5] Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems[J]. Automatica, 2010, 46(6): 1089-1095.
- [6] 张庆杰, 沈林成, 朱华勇. 具有多个通信时延的一类二阶多智能体系统平均一致性[J]. 控制与决策, 2011, 26(10): 1485-1492.
(Zhang Q J, Shen L C, Zhu H Y. Average consensus of a class of second order multi-agent systems with multiple communication delays[J]. Control and Decision, 2011, 26(10): 1485-1492.)
- [7] Hong Y G, Gao L X, Cheng D Z, et al. Lyapunov-based approach to multiagent systems with switching jointly connected interconnection[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(5): 943-948.
- [8] Lin P, Jia Y M. Consensus of second-order discrete-time multi-agent systems with nonuniform time-delays and dynamically changing topologies[J]. Automatica, 2009, 45(9): 1425-1434.
- [9] Li Q, Jiang Z P. Global analysis of multi-agent systems based on Vicsek's model[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(12): 2876-2881.
- [10] Liu Z X, Guo L. Synchronization of multi-agent systems without connectivity assumptions[J]. Automatica, 2009, 45(12): 2744-2753.
- [11] Hu J P, Hong Y G. Leader-following coordination of multi-agent systems with coupling time delays[J]. Physica A, 2007, 374(2): 853-863.
- [12] Liu X W, Lu W L, Chen T P. Consensus of multi-agent systems with unbounded time-varying delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(10): 2396-2401.
- [13] Shi H, Wang L, Chu T G, et al. Flocking of multi-agent systems with a virtual leader[C]. Proc of IEEE Symposium on Artificial Life. Washington: IEEE Computer Society, 2007: 287-294.
- [14] 王强, 王玉振. Hamilton框架下Flocking问题控制协议的设计[J]. 山东大学学报: 理学版, 2011, 46(7): 70-77.
(Wang Q, Wang Y Z. Flocking control protocol design based on a hamiltonian framework[J]. J of Shandong University: Natural Science, 2011, 46(7): 70-77.)
- [15] Su H S, Wang X F, Lin Z L. Flocking of multi-agents with a virtual leader[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 293-307.
- [16] Liu S, Xie L H, Zhang H S. Distributed consensus for multi-agent systems with delays and noises in transmission channels[J]. Automatica, 2011, 47(5): 920-934.
- [17] Zhang Y, Tian Y P. Consensusability and protocol design of multi-agent systems with stochastic switching topology[J]. Automatica, 2009, 45(5): 1195-1201.
- [18] Tian Y P, Liu C L. Consensus of multi-agent systems with diverse input and communication delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(9): 2122-2128.
- [19] Wang Y Z, Zhang C H, Liu Z B. A matrix approach to graph maximum stable set and coloring problems with application to multi-agent systems[J]. Automatica, 2012, 48(7): 1227-1236.
- [20] Xia W G, Cao M. Clustering in diffusively coupled networks[J]. Automatica, 2011, 47(11): 2395-2405.
- [21] Yu J Y, Wang L. Group consensus of multi-agent systems with undirected communication graphs[C]. Proc of the 7th Asian Control Conf. Shanghai, 2009: 105-110.
- [22] Yu J Y, Wang L. Group consensus of multi-agent systems with directed information exchange[J]. Int J of Systems Science, 2012, 43(2): 334-348.