

文章编号: 1001-0920(2013)07-1113-04

## 推力矢量飞机纵向鲁棒动态逆控制

刘 凯, 朱纪洪, 余 波

(清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

**摘 要:** 针对推力矢量飞机大迎角飞行纵向控制, 提出一种鲁棒动态逆方法. 对时标分离非线性动态逆的内外回路控制结构进行修改, 通过坐标变换得到一个弱非线性系统; 然后对该系统模型的已知部分和不确定部分同时进行小扰动线性化, 转化得到线性不确定系统; 在此基础上利用  $\mu$  综合方法设计鲁棒控制器. 该方法能够为非线性动态逆控制提供鲁棒稳定性和鲁棒性能保证, 并可回避时标分离问题. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 鲁棒控制; 非线性动态逆; 大迎角; 结构奇异值综合; 时标分离

中图分类号: TP273; V249

文献标志码: A

## Longitudinal control of aircraft with thrust vectoring using robust dynamic inversion

LIU Kai, ZHU Ji-hong, YU Bo

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: LIU Kai, E-mail: k-liu@mails.tsinghua.edu.cn)

**Abstract:** A robust dynamic inversion approach is proposed for the longitudinal control of an aircraft with thrust vectoring at high angles of attack. The inner-loop-outer-loop control structure of the nonlinear dynamic inversion via time-scale separation is modified, and a system with weak nonlinearity is obtained through coordination transformation. Then, the model of this system, including both known and unknown parts, is linearized through little perturbation and translated into a linear uncertain system, on this basis a robust controller is designed by using the  $\mu$ -synthesis method. The proposed approach can guarantee the robust stability and the robust performance of nonlinear dynamic inversion control, and it can also avoid the need for time-scale separation. Simulation results show the effectiveness of the control approach.

**Key words:** robust control; nonlinear dynamic inversion; high angle of attack; structure singular value synthesis; time-scale separation

### 0 引 言

先进战斗机要求具备过失速机动能力. 在大迎角过失速状态, 飞机动力学非线性特性严重, 控制律设计难以应用传统小扰动线性化方法. 非线性动态逆是飞控领域研究应用最广泛的一种非线性控制方法, 在工程中也有实际应用, 如 X-35 JSF 控制律的设计<sup>[1]</sup>. X-31A 推力矢量飞机的控制律中包含惯性耦合补偿、角速度指令等非线性前馈单元<sup>[2]</sup>, 与动态逆方法有一定近似性.

动态逆方法对模型不确定性较为敏感, 大量文献研究了其鲁棒性问题<sup>[3-9]</sup>. 文献[3]利用  $\mu$  综合方法保证时标分离动态逆控制的鲁棒性, 实现了推力矢量飞机的纵向迎角控制, 但时标分离导致必须针对内外回

路分别进行  $\mu$  综合, 不利于系统整体分析. 文献[4-5]也基于  $\mu$  方法, 但均不涉及时标分离问题. 文献[6]使用回路成形方法设计了线性鲁棒动态逆控制器. 文献[7]根据随机鲁棒性指标对动态逆控制器参数进行了优化. 文献[8]提出了基于蒙特卡罗仿真的随机鲁棒性评估方法. 文献[9]利用增量动态逆思想提高了控制鲁棒性.

飞机在大迎角飞行时, 一般采用基于迎角指令的控制方式, 许多文献在设计动态逆控制器时都使用了基于时标分离的内外回路结构. 本文对这一结构进行修改, 并用  $\mu$  综合方法设计鲁棒控制器, 能够对系统整体鲁棒性进行设计和分析, 并可回避时标分离问题. 针对某型推力矢量飞机进行仿真研究, 验证了

收稿日期: 2011-11-09; 修回日期: 2012-10-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974142).

作者简介: 刘凯(1984—), 男, 博士生, 从事非线性飞行控制、自适应控制的研究; 朱纪洪(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制理论与应用、飞行控制等研究.

所设计方法的有效性.

## 1 推力矢量飞机纵向模型

研究对象为某型推力矢量战斗机的纵向模型,与控制律设计相关的部分如下所示<sup>[10]</sup>:

$$\dot{\alpha} = (1/mV)(-L - T_x \sin \alpha + T_z \cos \alpha + G_{za}) + q, \quad (1)$$

$$\dot{q} = (M_a + M_t)/I_y. \quad (2)$$

其中:  $\alpha, q, V$  分别为飞机迎角、俯仰角速度和空速大小;  $\delta_e, \delta_{pv}$  分别为升降舵偏角和发动机矢量喷口纵向偏角;  $L, M_a$  分别为气动升力和俯仰力矩, 有

$$L = 1/2\rho V^2 S(C_{L0} + C_{Lq}\bar{q} + C_{Le}\delta_e),$$

$$M_a = 1/2\rho V^2 S\bar{c}(C_{m0} + C_{mq}\bar{q} + C_{me}\delta_e);$$

$T$  为发动机总推力,  $T_x = T \cos \delta_{pv}$ ,  $T_z = -T \sin \delta_{pv}$ ,  $M_t = T_z x_t$  分别为推力分量和俯仰力矩;  $m, I_y$  为质量和惯量;  $\rho$  为空气密度;  $S$  为参考面积;  $x_t$  为喷口到重心距离. 为方便控制律设计, 将式 (1) 和 (2) 重写为

$$\dot{\alpha} = f_1(\alpha) + g_1(\alpha)q + g_{1e}(\alpha)\delta_e + g_{1p}(\delta_{pv}), \quad (3)$$

$$\dot{q} = f_2(\alpha) + m_q(\alpha)q + g_{2e}(\alpha)\delta_e + g_{2p}(\delta_{pv}). \quad (4)$$

考虑模型误差, 设飞机已知模型为  $\hat{f}_1(\alpha), \hat{g}_1(\alpha), \hat{f}_2(\alpha), \hat{m}_q(\alpha), \hat{g}_{2e}(\alpha)$ . 设计目标是在一定的模型不确定性范围内, 使迎角  $\alpha$  以确定飞行品质跟踪指令  $\alpha_c$ .

## 2 内环控制器设计方法

### 2.1 控制分配

控制分配的作用是在存在冗余操纵器时对期望控制转矩进行分配, 本文采用基于链式法则的分配方法, 设一个伪控制量

$$u = \delta_e + g_{2p}(\delta_{pv})/g_{2e}(\alpha), \quad (5)$$

其中  $\delta_e$  的偏转范围为  $[b_l, b_u]$ . 则分配算法可写为

$$\delta_e = \begin{cases} u, & b_l \leq u \leq b_u; \\ b_l, & u < b_l; \\ b_u, & u > b_u. \end{cases} \quad (6)$$

$$\delta_{pv} = g_{2p}^{-1}(\hat{g}_{2e}(\alpha)(u - \delta_e)). \quad (7)$$

将式 (5) 代入 (3) 和 (4) 可得

$$\dot{\alpha} = f_1(\alpha) + g_1(\alpha)q + g_{1u}(\alpha, u), \quad (8)$$

$$\dot{q} = f_2(\alpha) + m_q(\alpha)q + g_{2e}(\alpha)u, \quad (9)$$

其中  $g_{1u}(\alpha, u) = g_{1e}(\alpha)\delta_e + g_{1p}(\delta_{pv})$ .

### 2.2 动态逆控制器设计

针对式 (8) 和 (9) 进行伪控制量  $u$  的设计. 典型时标分离动态逆控制器可设计为

$$q_c = \hat{g}_1(\alpha)^{-1}[-\hat{f}_1(\alpha) + k_1(\alpha - \alpha_c)], \quad (10)$$

$$u = \hat{g}_{2e}(\alpha)^{-1}[-\hat{f}_2(\alpha) - \hat{m}_q(\alpha)q + k_2(q - q_c)]. \quad (11)$$

其中:  $q_c$  为俯仰角速度指令;  $k_1, k_2$  为控制增益. 为方便鲁棒控制器设计和回避时标分离问题, 将上述控制律修改为

$$q_e = \hat{g}_1(\alpha)^{-1}[-\hat{f}_1(\alpha)], \quad (12)$$

$$u_e = \hat{g}_{2e}(\alpha)^{-1}[-\hat{f}_2(\alpha) - \hat{m}_q(\alpha)q_e], \quad (13)$$

$$u_{pc} = \hat{g}_{2e}(\alpha)^{-1}[k_2(q - q_e) - k_2\hat{g}_1(\alpha)^{-1}k_1(\alpha - \alpha_c)], \quad (14)$$

$$u_{rc} = \hat{g}_{2e}(\alpha)^{-1}v_{rc}, \quad (15)$$

$$u = u_e + u_{pc} + u_{rc}. \quad (16)$$

其中:  $u_{pc}, u_{rc}$  分别为  $u$  的比例和鲁棒分量;  $v_{rc}$  为后文将设计的鲁棒伪控制量;  $q_e, u_e$  的作用是抵消非线性项, 获得一个易于鲁棒设计的内环系统.

设  $\tilde{q} = q - q_e$ , 在式 (8) 等号右边减去和加上  $g_1(\alpha)q_e$ , 将式 (16) 代入 (8) 可得

$$\dot{\alpha} = f_1(\alpha) + g_1(\alpha)\tilde{q} + g_1(\alpha)q_e + g_{1u}(\alpha, u_e + u_{pc} + u_{rc}). \quad (17)$$

在式 (9) 等号两边同时减去  $\dot{q}_e$ , 将式 (16) 代入 (9) 可得  $\dot{\tilde{q}} =$

$$f_2(\alpha) + m_q(\alpha)q + g_{2e}(\alpha)(u_e + u_{pc} + u_{rc}) - \frac{\partial}{\partial \alpha} q_e \dot{\alpha} = f_2(\alpha) + m_q(\alpha)\tilde{q} + m_q(\alpha)q_e + g_{2e}(\alpha)(u_e + u_{pc} + u_{rc}) - \frac{\partial}{\partial \alpha} q_e \dot{\alpha}. \quad (18)$$

假设不存在模型误差并忽略  $g_{1u}$ , 将式 (12) ~ (15) 代入系统 (17) 和 (18) 可得

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 \\ -a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \tilde{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_c \\ v_{rc} \end{bmatrix}.$$

其中:  $a_1 = g_1(\alpha), a_2 = k_2 g_1(\alpha)^{-1} k_1, a_3 = m_q(\alpha) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (g_1(\alpha)^{-1} f_1(\alpha)) g_1(\alpha) + k_2$ .

将上述系统在时不变设计点进行小扰动线性化, 并将不同设计点下方程系数的变化看作摄动参数, 设计鲁棒控制器使系统具有确定的性能. 下面进一步考虑存在模型不确定性的情况.

## 3 外环鲁棒控制器设计方法

### 3.1 性能要求

飞行品质要求以参考模型的形式给出, 即

$$\frac{\alpha_r(s)}{\alpha_c(s)} = \frac{9}{s^2 + 6s + 9} \quad (19)$$

满足一级飞行品质要求. 实际迎角应精确跟踪参考模型输出  $\alpha_r$ .

### 3.2 不确定性模型

将系统 (17) 和 (18) 在时不变设计点  $(\alpha, \tilde{q}, v_{rc}, \alpha_c) = (\alpha_0, 0, 0, \alpha_0)$  处进行小扰动线性化, 设  $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0, \Delta\alpha_c = \alpha_c - \alpha_0$ , 将式 (12) 代入 (17) 并线性化可得

$$\Delta\dot{\alpha} = f_1(\alpha_0) + \frac{\partial}{\partial \alpha} f_1(\alpha_0) \Delta\alpha + g_1(\alpha_0) \tilde{q} - g_1(\alpha_0) \hat{g}_1(\alpha_0)^{-1} \hat{f}_1(\alpha_0) - \frac{\partial}{\partial \alpha} (g_1 \hat{g}_1^{-1})(\alpha_0) \hat{f}_1(\alpha_0) \Delta\alpha -$$

$$\begin{aligned}
& g_1(\alpha_0)\hat{g}_1(\alpha_0)^{-1}\frac{\partial}{\partial\alpha}\hat{f}_1(\alpha_0)\Delta\alpha + g_{1u}(\alpha_0, u_e(\alpha_0)) + \\
& \frac{\partial}{\partial\alpha}g_{1u}(\alpha_0)\Delta\alpha + \frac{\partial}{\partial\tilde{p}}g_{1u}(\alpha_0)\tilde{p} + \\
& \frac{\partial}{\partial v_{rc}}g_{1u}(\alpha_0)v_{rc} + \frac{\partial}{\partial\alpha_c}g_{1u}(\alpha_0)\Delta\alpha_c. \quad (20)
\end{aligned}$$

将式(13)代入(18)并线性化可得

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{q}} = & f_2(\alpha_0) + \frac{\partial}{\partial\alpha}f_2(\alpha_0)\Delta\alpha + m_q(\alpha_0)\tilde{q} + m_q(\alpha_0)q_e(\alpha_0) + \\
& \frac{\partial}{\partial\alpha}m_q(\alpha_0)q_e(\alpha_0)\Delta\alpha + m_q(\alpha_0)\frac{\partial}{\partial\alpha}q_e(\alpha_0)\Delta\alpha + \\
& g_{2e}(\alpha_0)\hat{g}_{2e}(\alpha_0)^{-1}[-\hat{f}_2(\alpha_0) - \hat{m}_q(\alpha_0)q_e(\alpha_0)] - \\
& \frac{\partial}{\partial\alpha}(g_{2e}\hat{g}_{2e}^{-1})(\alpha_0)\hat{f}_2(\alpha_0)\Delta\alpha - \\
& g_{2e}(\alpha_0)\hat{g}_{2e}(\alpha_0)^{-1}\frac{\partial}{\partial\alpha}\hat{f}_2(\alpha_0)\Delta\alpha - \\
& \frac{\partial}{\partial\alpha}(g_{2e}\hat{g}_{2e}^{-1}\hat{m}_q)(\alpha_0)q_e(\alpha_0)\Delta\alpha - \\
& g_{2e}(\alpha_0)\hat{g}_{2e}(\alpha_0)^{-1}\hat{m}_q(\alpha_0)\frac{\partial}{\partial\alpha}q_e(\alpha_0)\Delta\alpha + \\
& g_{2e}(\alpha_0)\hat{g}_{2e}(\alpha_0)^{-1}[k_2\tilde{q} - k_2\hat{g}_1(\alpha_0)^{-1}k_1(\Delta\alpha - \Delta\alpha_c)] + \\
& g_{2e}(\alpha_0)\hat{g}_{2e}(\alpha_0)^{-1}v_{rc} - \\
& \frac{\partial}{\partial\alpha}q_e(\alpha_0)\Delta\dot{\alpha} - \frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}q_e(\alpha_0)\dot{\alpha}|_{\alpha_0}\Delta\alpha. \quad (21)
\end{aligned}$$

将式(20)和(21)改写为参数摄动形式, 不确定参数来源于两部分, 一部分来自模型误差, 定义如下:

$$\begin{aligned}
\delta_{f1} &= f_1(\alpha_0) - \hat{f}_1(\alpha_0), \\
\delta_{\partial f1} &= \frac{\partial}{\partial\alpha}f_1(\alpha_0) - \frac{\partial}{\partial\alpha}\hat{f}_1(\alpha_0), \\
\delta_{g1} &= [g_1(\alpha_0) - \hat{g}_1(\alpha_0)]\hat{g}_1(\alpha_0)^{-1}, \\
\delta_{\partial dg1} &= \frac{\partial}{\partial\alpha}(g_1\hat{g}_1^{-1})(\alpha_0), \\
\delta_{\partial f2} &= \frac{\partial}{\partial\alpha}f_2(\alpha_0) - \frac{\partial}{\partial\alpha}\hat{f}_2(\alpha_0), \\
\delta_{mq} &= m_q(\alpha_0) - \hat{m}_q(\alpha_0), \\
\delta_{\alpha} &= \frac{\partial}{\partial\alpha}(m_q - g_{2e}\hat{g}_{2e}^{-1}\hat{m}_q)(\alpha_0), \\
\delta_{\partial dg2e} &= \frac{\partial}{\partial\alpha}(g_{2e}\hat{g}_{2e}^{-1})(\alpha_0).
\end{aligned}$$

另一部分来自设计点的变化, 具体不再列出. 如果在不同设计点分别进行设计, 则最终控制器需要进行调度; 如果将设计点的变化看作不确定性, 则在整个飞行包线内只设计一个鲁棒控制器, 本文也采用这种方式. 虽然该方式会增加控制器的保守性, 但从本文设计和仿真结果看, 能够取得满意的效果. 在不同应用场景, 可能需要在保守性和调度工作量间进行权衡. 系统(20)和(21)中包含常值项, 看作外部扰动  $d(t) \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ . 最终将内环系统改写为如下不确定形式:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\alpha} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \tilde{q} \end{bmatrix} + B[v_{rc} \ \Delta\alpha_c \ d]^T, \quad (22)$$

其中  $A \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ ,  $B \in \mathbf{R}^{2 \times 4}$  包含摄动参数.

### 3.3 鲁棒控制器设计

$\mu$  综合方法能够较方便地与飞行品质要求相结合, 因此使用该方法设计鲁棒控制器. 系统结构如图1所示. 图1中, 虚拟舵机的作用是近似舵机的动态特性. 滤波器  $W_\alpha$  和  $W_{act}$  的选取决定了对控制系统输出信号的限制情况.  $W_\alpha$  的稳态增益和带宽分别根据期望的迎角跟踪误差范围和跟踪带宽选取.  $W_{act}$  的设计需要根据舵机饱和限制与控制效率计算鲁棒伪控制信号的饱和限制, 并在此基础上选取恰当的稳态增益和带宽. 设计点信息的引入会导致控制律需要调参, 因此应尽量避免, 不直接使用迎角指令和反馈, 而是选择  $\Delta\alpha - \Delta\alpha_c$ ,  $\Delta\alpha - \alpha_r$  作为控制器输入, 在具体实现中可用  $\alpha - \alpha_c$ ,  $\alpha - \alpha_r$  代替.

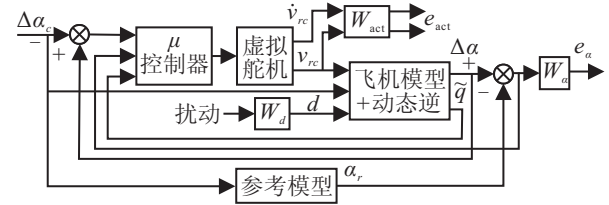


图1  $\mu$ 综合控制器结构

### 4 设计结果与数字仿真

在式(14)中选取比例增益  $k_1 = -2$ ,  $k_2 = -10$ . 针对系统(22), 首先选取  $\alpha_0 = 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  共5个设计点估算气动系数的摄动范围, 并结合不同设计点的模型信息计算系统(22)中不确定参数的范围, 由俯仰角和空速大小变化引起的方程系数变化也看作不确定性. 然后进行D-K迭代求解控制器,  $W_\alpha$  选择一个带宽为1 rad/s、稳态增益为20的低通滤波器, 设计得到一个36阶的控制器, 鲁棒闭环性能边界为0.9597, 满足鲁棒稳定性和鲁棒性能要求. 经过降阶得到一个10阶控制器, 分析可知最差情况下闭环增益上界为0.9443, 满足性能要求.

在气动系数中引入如下模型误差:

$$\hat{C}_{L0} = C_{L0} + \sin\left(\alpha \frac{180}{\pi} \frac{\pi}{10} + \frac{\pi}{2}\right), \quad (23)$$

$$\hat{C}_{m0} = C_{m0} + 0.2 \sin\left(\alpha \frac{180}{\pi} \frac{\pi}{10}\right), \quad (24)$$

$$\hat{C}_{mq} = 4C_{mq}, \quad \hat{C}_{me} = 0.8C_{me}, \quad (25)$$

其中  $\hat{C}_{L0}$ ,  $\hat{C}_{m0}$ ,  $\hat{C}_{mq}$ ,  $\hat{C}_{me}$  为已知气动系数.

对动态逆方法和本文所提出的鲁棒动态逆方法进行仿真. 飞机初始以  $4.5^\circ$  迎角保持平飞, 迎角指令在前5s同配平值; 5s后逐渐增大到  $40^\circ$ , 同时油门指令变为1; 10s后, 迎角指令逐渐恢复到初始配平值. 仿真结果如图2所示. 图2中, DI表示纯粹动态逆控制器的仿真结果, RDI表示鲁棒动态逆控制器的仿真结果, “标称”表示控制律中使用准确飞机模型, “带误差”表示控制律中所使用模型包含如式(23)~(25)

所示的误差。

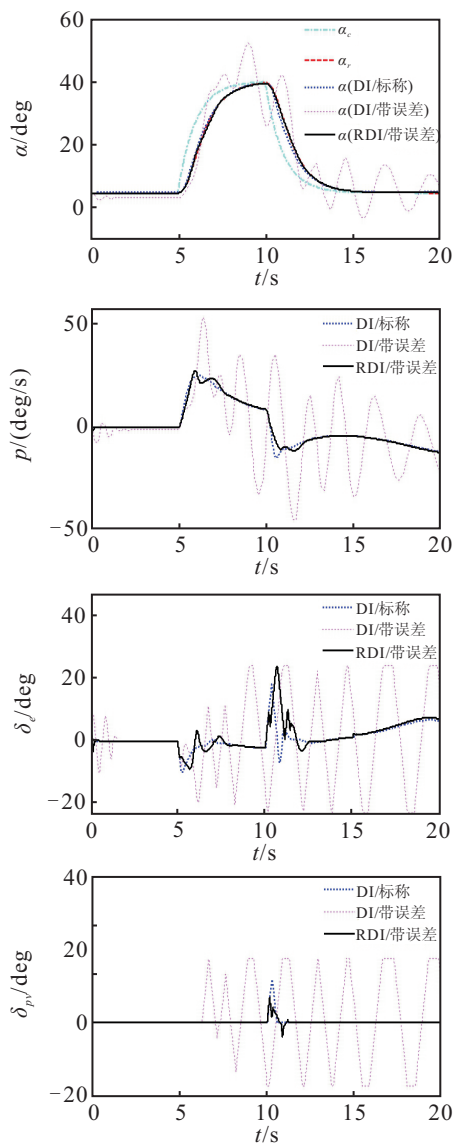


图 2 大迎角飞行仿真曲线

由图 2 中迎角的响应情况可见, 当存在模型误差时, 动态逆控制器效果较差, 并产生振荡, 而鲁棒动态逆控制器的结果与参考迎角基本重合, 满足性能要求。

## 5 结 论

非线性动态逆方法对系统不确定性较为敏感, 且飞控中常用的时标分离方法会使得系统闭环分析难以进行, 因为作为稳定性和性能前提的时标分离假设并没有定量的衡量方法. 本文针对推力矢量飞机的纵

向迎角控制提出了一种鲁棒动态逆方法, 以解决上述两个问题, 并能够提供与飞行品质要求紧密结合的分析途径, 便于工程应用. 该方法可推广至飞机六自由度动力学模型。

## 参考文献(References)

- [1] Balas G G, Hodgkinson J. Control design methods for good flying qualities[C]. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf. Chicago: AIAA, 2009: 1-20.
- [2] Beh H, Hofinger G, Huber P. Control law design of the experimental aircraft X-31A[C]. The 19th Congress of the ICAS. Anaheim: AIAA, 1994: 541-549.
- [3] Reiner J, Balas G J, Garrard W L. Flight control design using robust dynamic inversion and time-scale separation[J]. Automatica, 1996, 32(11): 1493-1504.
- [4] Moghaddam M M, Moosavi S F. Robust maneuvering control design of an aircraft via dynamic inversion and  $\mu$ -synthesis[J]. Proc of IMechE, 2005, 219(1): 11-18.
- [5] Atesoglu Ö, Özgören M K. Control and robustness analysis for a high- $\alpha$  maneuverable thrust-vectoring fighter aircraft[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(5): 1483-1496.
- [6] Papageorgiou G, Polansky M. Tuning a dynamic inversion pitch axis autopilot using McFarlane-Glover loop shaping[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2009, 30(3): 287-308.
- [7] Wang Q, Stengel R F. Robust nonlinear flight control of a high-performance aircraft[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2005, 13(1): 15-26.
- [8] Kawaguchi J, Ninomiya T, Miyazawa Y. Stochastic approach to robust flight control design using hierarchy-structured dynamic inversion[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2011, 34(5): 1573-1577.
- [9] Sieberling S, Chu Q P, Mulder J A. Robust flight control using incremental nonlinear dynamic inversion and angular acceleration prediction[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 33(6): 1732-1742.
- [10] Stevens B L, Lewis F L. Aircraft control and simulation[M]. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 1993: 110-112.

## 下 期 要 目

高斯过程回归方法综述 ..... 何志昆, 等  
 基于几何投影的多目标优化降维方法 ..... 苏远平, 徐立鸿  
 双足机器人自适应常值驱动与传感反馈结合的仿生行走控制 ..... 刘丽梅, 田彦涛  
 不确定飞行控制系统中断故障检测与分离 ..... 王 恒, 等