文章编号: 1001-0920 (2013) 03-0402-05

一种量子行为进化算法及应用

李盼池, 施光尧, 王海英
(东北石油大学 计算机与信息技术学院，黑龙江 大庆 163318)

摘 要: 为了提高进化算法的优化能力, 提出一种量子行为进化算法. 该算法基于Bloch球面建立搜索机制, 首先用量子位描述个体, 用泡利矩阵建立旋转轴, 用量子位在Bloch球面上的绕轴旋转实现进化搜索; 然后用Hadamard门实现个体变异, 以避免早熟收敛. 这种旋转可使当前量子位沿着Bloch球面上的大圆逼近目标量子位, 从而可加速优化进程. 以函数极值优化为例, 实验结果表明该算法具有较高的优化能力和优化效率.

关键词: 量子计算；Bloch 球坐标；泡利矩阵；旋转矩阵；算法设计
中图分类号: TP18 **文献标志码:** A

A quantum-behaved evolutionary algorithm with applications

LI Pan-chi, *SHI Guang-yao*, *WANG Hai-ying*
(School of Computer & Information Technology，Northeast Petroleum University，Daqing 163318，China. Correspondent：LI Pan-chi，E-mail：lipanchi@vip.sina.com

Abstract: In order to improve the ability of the optimization of the evolutionary algorithm, a quantum-behaved evolutionary algorithm is proposed. In this algorithm, the search mechanism is built based on the Bloch sphere. Firstly, the individuals are expressed with qubits, the axis of revolution is established with Pauli matrix, and the evolution search is realized with the rotation of qubits in the Bloch sphere. Then, in order to avoid premature convergence, the mutation of individuals is achieved with Hadamard gates. Such rotation can make the current qubit approximate the target qubit along with the biggest circle on the Bloch sphere, which can accelerate the optimization process. Taking the function extreme value optimization as an example, the experimental results show that the proposed algorithm has higher optimization ability and optimization efficiency.

Key words: quantum computing；Bloch spherical coordinates；Pauli matrix；rotation matrix；algorithm design

0 引 言

量子计算是信息科学和量子力学相结合的新兴交叉学科, 它与智能优化算法的融合始于20世纪90年代. 1996年, Ajit Narayanan 等[1]将量子多宇宙的概念引入进化计算, 提出了量子衍生遗传算法, 并成功地用它解决了TSP问题, 开创了量子计算与进化计算融合的新方向. 从算法机理上看, 它与一种隔离小生境的遗传算法很相似, 其量子行为并不明显. 文献 [2] 提出了一种遗传量子算法, 该方法将量子位的态矢量表达引入遗传编码, 利用量子旋转门实现染色体基因的调整, 并给出了一种基因调整策略. 文献 [3] 提出了一种求解组合优化问题的并行量子遗传算法, 在该算法中, 染色体采用量子位描述, 由于量子位的状态具有概率性质, 量子染色体能够表示多个近似解的叠加态. 在文献 [3] 的基础上, 文献 [4] 引入了种群迁移机制, 并将算法更名为量子衍生进化算法. 与传统进化算法相比, 其优点是具有更好的保持种群多样性的能力. 文献 [5] 提出了一种新的量子衍生遗传算法用于优化求解旅行商问题. 文献 [6-9] 提出的各种量子进化算法均是上述几种算法的简单修补. 这些算法主要适用于组合优化, 但存在如下问题. 首先, 通过测量量子位的状态获得二进制解, 这一模拟量子位坍缩的过程具有概率性, 因此在种群进化的同时, 部分个体将不可避免地产生退化; 其次, 二进制编码虽然适合于组合优化, 但对于连续优化, 由于频繁解码操作加大了计算量, 且优化精度受位数限制, 严重降低了优化效率; 第三, 对于量子旋转门的转角方向, 目前几乎都是基于最初在文献 [2] 中提出的查询表或其

收稿日期: 2011-11-11；**修回日期:** 2012-04-28.
基金项目: 国家自然科学基金项目 (61170132).
作者简介: 李盼池 (1969−), 男, 教授, 博士, 从事量子智能优化算法的研究；施光尧 (1989−), 男, 硕士生, 从事量子智能优化算法的研究.

变种, 由于涉及到多路条件判断, 导致算法效率受到影响; 第四, 由于优化空间的选取依赖于具体问题, 导致难以制定统一的优化策略; 第五, 量子位采用平面上单位圆上的点描述, 只有一个可变量, 量子特性被削弱. 文献 [10] 提出了一种基于量子位 Bloch 坐标的量子衍生进化算法, 该算法显示了良好的优化性能, 但其量子位的两个参数采用了分别进化的方式, 没有解决两个参数调整量之间的协调问题, 从而使优化效率受到影响.

基于以上问题, 本文提出一种量子行为进化算法 (QBEA), 该算法采用泡利矩阵建立旋转轴, 采用量子位在 Bloch 球面上绕轴旋转的方法实施优化搜索. 该方法可以实现量子位两个参数的调整量之间的最佳匹配. 实验结果验证了所提出算法的有效性.

1 QBEA 基本原理

1.1 量子比特的球面表示

在量子计算中, 一个量子比特是一个可以在二维复希尔伯特空间中描述的两能级量子体系, 根据叠加原理, 量子比特的任何态都可以写成

$$|\varphi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle. \tag{1}$$

其中: $0 \leqslant \theta \leqslant \pi, 0 \leqslant \phi \leqslant 2\pi$.

量子比特可以借助 Bloch 球描述, 如图 1 所示. 图 1 中: $x = \cos\phi\sin\theta$, $y = \sin\phi\sin\theta$, $z = \cos\theta$. 这样, 量子态 $|\varphi\rangle$ 可以写成

$$|\varphi\rangle = \left[\sqrt{\frac{1+z}{2}}, \frac{x+\mathrm{i}y}{\sqrt{2(1+z)}}\right]^{\mathrm{T}}, \tag{2}$$

因此, Bloch 球面上的任意一点 $P(x, y, z)$ 与一个量子比特 $|\psi\rangle$ 一一对应.

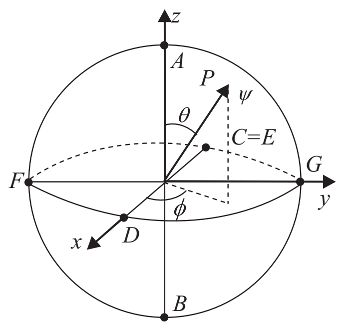

图 1　一个量子比特的 Bloch 球面表示

1.2 QBEA 的编码方式

在 QBEA 中, 待优化的个体采用基于 Bloch 球面描述的量子比特编码. 设种群为 m, 优化空间为 n 维, 则第 i 个个体可编码为

$$p_i = [|\varphi_{i,1}\rangle, |\varphi_{i,2}\rangle, \cdots, |\varphi_{i,n}\rangle]. \tag{3}$$

其中

$$|\varphi_{i,j}\rangle = \left[\cos\frac{\theta_{i,j}}{2}, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{i,j}}\sin\frac{\theta_{i,j}}{2}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$i = 1, 2, \cdots, m,\ j = 1, 2, \cdots, n,$$

$$0 \leqslant \theta_{i,j} \leqslant \pi,\ 0 \leqslant \phi_{i,j} \leqslant 2\pi.$$

1.3 QBEA 的种群评估

1.3.1 量子位的投影测量

根据量子计算原理, 一个量子位的 Bloch 坐标 (x, y, z) 可利用量子位 $|\varphi\rangle$ 在计算基矢上的泡利矩阵 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 通过投影测量获得, 即

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix},\ \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

对于第 i 个个体上的第 j 个量子位 $|\varphi_{i,j}\rangle$, 其坐标的投影测量计算式为

$$x_{i,j} = \langle\varphi_{i,j}|\sigma_x|\varphi_{i,j}\rangle = \left\langle\varphi_{i,j}\right| \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \left|\varphi_{i,j}\right\rangle, \tag{5}$$

$$y_{i,j} = \langle\varphi_{i,j}|\sigma_y|\varphi_{i,j}\rangle = \left\langle\varphi_{i,j}\right| \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \left|\varphi_{i,j}\right\rangle, \tag{6}$$

$$z_{i,j} = \langle\varphi_{i,j}|\sigma_z|\varphi_{i,j}\rangle = \left\langle\varphi_{i,j}\right| \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \left|\varphi_{i,j}\right\rangle. \tag{7}$$

1.3.2 解空间变换

在 QBEA 中, 每个个体均包含 3 组 (x 组, y 组, z 组) Bloch 坐标, 每组坐标代表一个优化解. 由于 Bloch 坐标位于区间 $[-1, 1]$, 需要进行解空间变换. 记待优化问题第 j 维变量的取值区间为 $[\min(j), \max(j)]$, 则解空间变换为

$$X_{i,j} = \frac{1}{2}[\min(j)(1 - x_{i,j}) + \max(j)(1 + x_{i,j})], \tag{8}$$

$$Y_{i,j} = \frac{1}{2}[\min(j)(1 - y_{i,j}) + \max(j)(1 + y_{i,j})], \tag{9}$$

$$Z_{i,j} = \frac{1}{2}[\min(j)(1 - z_{i,j}) + \max(j)(1 + z_{i,j})]. \tag{10}$$

1.3.3 QBEA 的种群评估

将个体对应的 3 组解 $(X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j})$ 分别代入适应度函数计算该个体的适应度. 令 $\mathrm{gfit}_{\mathrm{best}}$ 为到目前为止获得的最佳适应度, $\mathrm{gp}_{\mathrm{best}}$ 为相应的最佳个体. 记

$$\mathrm{fit}(p_i) = \max(\mathrm{fit}(X_i), \mathrm{fit}(Y_i), \mathrm{fit}(Z_i)),$$

$$\mathrm{fit}_{\mathrm{best}} = \max_{1 \leqslant i \leqslant m}(\mathrm{fit}(p_i)).$$

若 $\mathrm{gfit}_{\mathrm{best}} < \mathrm{fit}_{\mathrm{best}}$, 则有

$$\mathrm{gfit}_{\mathrm{best}} = \mathrm{fit}_{\mathrm{best}},\ \mathrm{gp}_{\mathrm{best}} = p_{\mathrm{best}}.$$

1.4 QBEA 的种群进化

在目前大多数量子进化算法中, 进化机制均采用量子旋转门实现. 这种旋转实质上是基于平面上的单位圆建立搜索机制, 且仅仅改变量子比特的一个参数 θ, 因此量子特性被削弱. 在 QBEA 中, 本文将基于 Bloch 球面建立搜索机制, 使量子比特在 Bloch 球面上绕着某一固定轴旋转. 这种旋转可同时改变量子比特的两个参数 θ 和 ϕ, 从而可更好地模拟量子行为.

1.4.1 旋转轴的确定

定理 1 记

$$\boldsymbol{p}_{\text{best},j}=[x_{\text{best},j},y_{\text{best},j},z_{\text{best},j}],$$

$$\boldsymbol{p}_{i,j}=[x_{i,j},y_{i,j},z_{i,j}],$$

则由 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 转向 $\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$ 的旋转轴为 $\boldsymbol{q}=\boldsymbol{p}_{i,j}\times\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$.

证明 因为两点间的球面距离, 以过该两点的球大圆上的劣弧最短, 所以, 为了使 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 旋转后逼近 $\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$, 应使 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 沿着球大圆的劣弧移动. 而向量 $\boldsymbol{q}$ 为 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 和 $\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$ 的向量积, 由向量积的定义, $\boldsymbol{q}$ 的方向为垂直于 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 和 $\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$ 组成的平面, 且其指向与 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 和 $\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$ 的指向满足右手定则, 即右手四指以小于 π 的角度从 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 握向 $\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$, 拇指指向即为 $\boldsymbol{q}$ 的方向, 如图 2 所示. 因此, 若使 $\boldsymbol{p}_{i,j}$ 绕着轴 $\boldsymbol{q}$ 旋转, 其轨迹恰好为 Bloch 球大圆上的劣弧, 即旋转轴为 $\boldsymbol{q}$. □

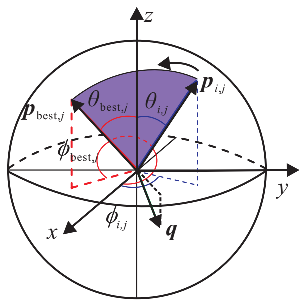

图 2 量子比特的 Bloch 球面旋转轴

1.4.2 旋转操作

根据量子计算原理, 在 Bloch 球面上, 绕一个沿单位矢量 $\boldsymbol{n}=[n_x,n_y,n_z]$ 的轴旋转角度 δ 的矩阵为

$$R_{\boldsymbol{n}}(\delta)=\cos\frac{\delta}{2}I-\mathrm{i}\sin\frac{\delta}{2}(\boldsymbol{n\sigma}), \tag{11}$$

其中: $\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z]$. 因此, 根据定理 1, 当前量子比特 $|\varphi_{i,j}\rangle$ 在 Bloch 球面上, 绕轴 $\boldsymbol{q}$ 向 $|\varphi_{\text{best},j}\rangle$ 旋转 δ 的旋转矩阵为

$$R_{\boldsymbol{q}}(\delta)=\cos\frac{\delta}{2}I-i\sin\frac{\delta}{2}\Big(\frac{\boldsymbol{q\sigma}}{\|\boldsymbol{q}\|}\Big), \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{q}=\boldsymbol{p}_{i,j}\times\boldsymbol{p}_{\text{best},j}$.

当前量子比特 $|\varphi_{i,j}\rangle$ 在 Bloch 球面上向目标量子比特 $|\varphi_{\text{best},j}\rangle$ 旋转 δ 角度的旋转操作为

$$|\varphi_{i,j}\rangle=R_{\boldsymbol{q}}(\delta)|\varphi_{i,j}\rangle, \tag{13}$$

其中旋转角度一般可取为 $\delta\leqslant 0.05\pi$.

1.4.3 变异操作

在 QBEA 中, 本文提出基于 Hadamard 门的个体量子位变异方法. Hadamard 门的定义如下:

$$H=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1&1\\1&-1\end{bmatrix}. \tag{14}$$

由

$$-\mathrm{i}H=\cos\frac{\pi}{2}I-\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{2}\Big(\frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_x+0\sigma_y+\frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_z\Big)$$

可知, 除了一个没有观测效应的整体相位之外, Hadamard 门是一个在 Bloch 球面上绕轴 $\boldsymbol{n}=\Big(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\Big)$ 作角度为 $\delta=\pi$ 的旋转. 该旋转不与最佳个体比较且幅度较大, 因此易于增加种群多样性, 进而突破早熟收敛.

1.4.4 算法流程

QBEA 的算法流程如图 3 所示.

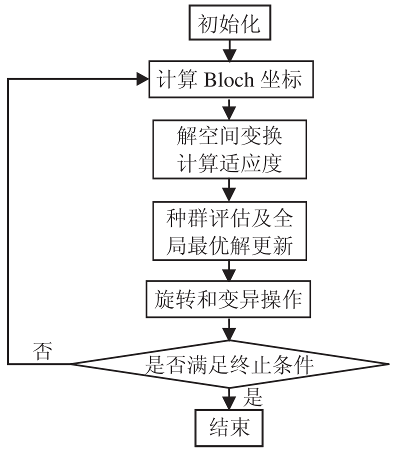

图 3 QBEA 流程

2 收敛性分析

令 $Q_t=\{p_1^t,p_2^t,\cdots,p_m^t\}$ 为 QBGA 的第 t 代种群, 其中第 i 个个体定义为

$$p_i^t=\left[\begin{array}{c|c|c}\cos\dfrac{\theta_{i,1}^t}{2} & \cdots & \cos\dfrac{\theta_{i,n}^t}{2}\\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{i,1}^t}\sin\dfrac{\theta_{i,1}^t}{2} & & \mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{i,n}^t}\sin\dfrac{\theta_{i,n}^t}{2}\end{array}\right]. \tag{15}$$

关于 QBEA 的收敛性, 有如下结论.

定理 2 QBEA 是以概率 1 收敛的.

证明 令种群规模为 m, 优化空间为 n 维. 设 θ 和 ϕ 的位数分别为 v_1 和 v_2, 则种群 Q_t 所在的状态空间大小为 $(v_1v_2)^{nm}$. 由种群更新策略可知, Q_{t+1} 仅与 Q_t 有关, 故迭代序列 $\{Q_t,t\geqslant 1\}$ 是有限齐次马尔可夫链. 记

$$\mathrm{bp}_k=\max_{p_i^k\in Q_k}\{\mathrm{fit}(p_i^k),\ i=1,2,\cdots,n\}$$

为种群 Q_k 中的最佳个体,

$$s^*=\{\mathrm{bp}|\max_{1\leqslant k\leqslant(v_1v_2)^{nm}}\mathrm{fit}(\mathrm{bp}_k)=\mathrm{fit}^*\}$$

为全局最优解集, fit^* 为全局最佳适应度. 令 $I=\{i|\,\mathrm{bp}_i\bigcap s^*=\phi\}$, $Q_t^i(i=1,2,\cdots,(v_1v_2)^{nm})$ 表示种群经过 t 次迭代后处于状态空间中的第 i 个状态. 下面计算随机过程 $\{Q_t,t\geqslant 1\}$ 的一步转移概率 $P_t(i\to j)=P(Q_t^i\to Q_{t+1}^j)$.

因为 QBEA 中采用了精英保留策略, 所以 $\mathrm{fit}(Q_{t+1}^j)\geqslant\mathrm{fit}(Q_t^i)$. 因此当 $i\notin I,j\in I$ 时, $P_t(i\to j)=0$, 当 $i\in I,j\notin I$ 时, $P_t(i\to j)\geqslant 0$.

设 $P_t(i)$ 为种群 Q_t 处于状态 i 的概率, 记 $P_t=$

$\sum_{i\in I} P_t(i)$. 由马尔可夫链的性质可知, Q_{t+1} 处于状态 $j\in I$ 的概率为

$$P_{t+1}=\sum_{i\in I}\sum_{j\in I}P_t(i)P_t(i\to j)+\sum_{i\notin I}\sum_{j\in I}P_t(i)P_t(i\to j).$$

由

$$P_t=\sum_{i\in I}\sum_{j\in I}P_t(i)P_t(i\to j)+\sum_{i\in I}\sum_{j\notin I}P_t(i)P_t(i\to j)$$

可得

$$P_{t+1}=P_t-\sum_{i\in I}\sum_{j\notin I}P_t(i)P_t(i\to j)\leqslant P_t.$$

故

$$\lim_{t\to\infty}P_t=0,$$

$$\lim_{t\to\infty}P(\mathrm{fit}(\mathrm{bp}_t)=\mathrm{fit}^*)=$$
$$1-\lim_{t\to\infty}\sum_{i\in I}P_t(i)=1-\lim_{t\to\infty}P_t=1.$$

即 QBEA 是以概率 1 收敛的. □

3 实验结果分析

本节以函数极值优化为例, 并通过与文献 [10] 中的量子衍生进化算法 (BQEA)、文献 [4] 中的量子衍生进化算法 (QIEA), 以及带精英保留策略的遗传算法 (EGA) 进行对比, 以验证 QBEA 的高效性.

3.1 测试函数

1) Shaffer's F5 函数为

$$f(x_i)=\frac{1}{500}+\sum_{j=1}^{25}\frac{1}{j+\sum\limits_{i=1}^{2}(x_i-a_{ij})^6}. \tag{16}$$

其中

$$x_i\in(-65.536,65.536),$$

$$(a_{ij}^k)=\begin{bmatrix}-32 & -16 & 0 & 16 & 32\\ -32+16k & -32+16k & -32+16k & -32+16k & -32+16k\end{bmatrix},$$

$$(a_{ij})=[\,a_{ij}^0\ \ a_{ij}^1\ \ a_{ij}^2\ \ a_{ij}^3\ \ a_{ij}^4\,],$$

$$i=1,2,\ j=1,2,\cdots,25,\ k=0,1,\cdots,4.$$

此函数的全局极大值点为 $(-32,-32)$, 全局极大值为 1.002, 当优化结果大于 1.000 时认为算法收敛.

2) Shaffer's F6 函数为

$$f(x,y)=0.5-\frac{\sin^2\sqrt{x^2+y^2}-0.5}{(1+0.001(x^2+y^2))^2}, \tag{17}$$

其中 $x,y\in(-100,100)$. 此函数的全局极大值点为 (0,0), 全局极大值为 1, 当优化结果大于 0.995 时认为算法收敛.

3) Goldstein-Price 函数为

$$\begin{aligned}f(x,y)=&[1+(x+y+1)^2(19-14x+3x^2-\\&14y+6xy+3y^2)]\times[30+(2x-3y)^2\times\\&(18-32x+12x^2+48y-36xy+27y^2)],\end{aligned} \tag{18}$$

其中 $x,y\in(-2,2)$. 此函数的全局极小值点为 $(0,-1)$, 全局极小值为 3, 当优化结果小于 3.005 时, 认为算法收敛.

4) Griewank 函数为

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i^2}{4\,000}-\prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)+1, \tag{19}$$

其中 $x_i\in(-60,60)$. 此函数的全局极小值点为 $x_1=x_2=\cdots=x_n=0$, 全局极小值为 0, 当优化结果小于 0.1 时, 认为算法收敛.

5) Ackley 函数为

$$f(x)=20+\mathrm{e}-20\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2}}-\mathrm{e}^{-\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)}, \tag{20}$$

其中 $x_i\in(-16,16)$. 此函数的全局极小值点为 $x_1=x_2=\cdots=x_n=0$, 全局极小值为 0, 当优化结果小于 1.0 时, 认为算法收敛.

3.2 参数设置

对于 Shaffer's F5 和 Goldstein-Price 函数, 4 种模型的种群规模均取 20, 限定代数均取 100; 对于 Shaffer's F6 函数, 4 种模型的种群规模均取 50, 限定代数均取 1 000; 以上 3 个二维函数, QBEA, BQEA, QIEA 的转角步长均取 0.01π; 对于 Griewank 和 Ackley 函数, 维数均取 50, 4 种模型的种群规模均取 100, 限定代数均取 5 000, QBEA, BQEA, QIEA 的转角步长均由 0.05π 随迭代步数线性下降到 0.001π; 对于上述 5 个函数, QBEA, BQEA, QIEA 的变异概率均取 10^{-4}, EGA 的交叉概率取 0.80, 变异概率取 0.05; 对于 QIEA, 每个变量采用 20 个量子位描述, 其中第 1 位为符号位.

3.3 实验结果

为了体现实验结果的客观性, 对于前 3 个 2 维函数, 分别用 4 种算法运行 1 000 次, 对于后两个 50 维函数, 分别用 4 种算法运行 100 次, 然后统计收敛次数、平均步数和平均结果等对比指标. 对于 QBEA 和 BQEA, 进一步统计收敛于 X 解、Y 解和 Z 解的次数. 实验结果如表 1∼表 5 所示.

表 1　Shaffer's F5 函数的优化结果对比

算法	收敛次数	X 解	Y 解	Z 解	平均步数	平均结果
QBEA	816	330	296	190	64.576 0	0.908 4
BQEA	738	247	284	207	65.924 0	0.912 6
QIEA	55	–	–	–	97.433 0	0.541 8
EGA	58	–	–	–	97.323 0	0.371 0

表 2 Shaffer's F6 函数的优化结果对比

算法	收敛次数	X 解	Y 解	Z 解	平均步数	平均结果
QBEA	160	51	103	6	872.011 0	0.991 4
BQEA	65	28	31	6	942.576 0	0.990 7
QIEA	6	–	–	–	997.566 0	0.988 6
EGA	83	–	–	–	960.080 0	0.990 9

表 3 Goldstein-Price 函数的优化结果对比

算法	收敛次数	X 解	Y 解	Z 解	平均步数	平均结果
QBEA	755	338	315	102	71.638 0	3.032 6
BQEA	258	109	104	45	90.503 0	3.056 1
QIEA	2	–	–	–	99.930 0	3.810 2
EGA	54	–	–	–	97.875 0	4.991 2

表 4 Griewank 函数的优化结果对比

算法	收敛次数	X 解	Y 解	Z 解	平均步数	平均结果
QBEA	100	42	58	0	3 786	0.096 5
BQEA	79	40	39	0	4 398	0.113 3
QIEA	0	–	–	–	5 000	8.829 9
EGA	0	–	–	–	5 000	1.277 8

表 5 Ackley 函数的优化结果对比

算法	收敛次数	X 解	Y 解	Z 解	平均步数	平均结果
QBEA	60	25	35	0	4 062	1.220 5
BQEA	33	16	17	0	4 618	1.424 4
QIEA	0	–	–	–	5 000	15.915 1
EGA	0	–	–	–	5 000	5.544 3

3.4 结果分析

由表 1∼表 5 可知, 对于连续优化问题, 4 种模型优化能力的排序是一致的. 由高到低依次为 QBEA, BQEA, EGA 和 QIEA. 对于这种结果可作如下分析.

对于 QIEA, 个体采用基于平面上单位圆描述的量子位编码, 量子位只有一个可调参数, 量子行为不能充分体现, 通过模拟量子态的坍缩过程得到的是二进制解, 因此这类算法适合于组合优化. 当用于连续优化时, 受量子位个数的限制, 加之量子态单位圆描述方法的缺陷, 必然降低搜索能力, 从而使优化效率受到影响, 因此对于连续优化问题, 其优化效率最低.

对于 BQEA, 由于直接采用量子位的 Bloch 坐标对个体编码, 有效避免了 QIEA 中从二进制到十进制的转换, 及二进制位数对优化精度的影响; 由于将量子位的平面单位圆描述拓展到Bloch球面描述, 使量子行为得以充分体现, 因而有效提高了搜索能力, 致使其优化效率明显优于 QEIA 和 EGA. 但在 BQEA 中, 量子位的两个参数 θ 和 ϕ 是分别调整的, 因此存在两个调整量的最佳匹配问题. 而在 BQEA 中, 对 θ 和 ϕ 的调整并没有考虑最佳匹配问题, 反映到 Bloch 球面上, 即是当量子位在 Bloch 球面上向着目标量子位移动时, 经过的不是最短路径.

对于 QBEA, 个体也采用基于 Bloch 球面描述的量子位编码, 因此具有 BQEA 的全部优点. 但是，特别值得指出的是, 在 QBEA 中, 通过使当前量子位绕着某一旋转轴向目标量子位旋转, 可同时调整量子位的 θ 和 ϕ 这两个参数, 并且通过量子位的投影测量可直接得到相应的 Bloch 坐标, 圆满实现了量子位调整中两个参数调整量的最佳匹配. 这种最佳匹配的效果反映在 Bloch 球面上, 即是当量子位在 Bloch 球面上向着目标量子位移动时, 经过的路径为过当前量子位和目标量子位的 Bloch 球大圆上的劣弧. 显然, 这种具有最佳匹配的旋转具有更高的优化效率. 因此 QBEA 的优化效率高于 BQEA, 并且是 4 种模型中优化效率最高的. 以上分析与实验结果是一致的.

4 结 论

本文提出了一种量子行为进化算法, 采用量子位实现个体编码, 采用量子位在 Bloch 球面上的绕轴旋转实现种群进化. 实验结果表明, 基于 Bloch 球面描述的量子位编码方法和使量子位两参数的调整量具有最佳匹配的绕轴旋转进化方法能够提高智能优化算法的优化效率.

参考文献(References)

[1] Ajit N, Mark M. Quantum-inspired genetic algorithms[C]. Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. Nagoya: IEEE Press, 1996: 61-66.

[2] Han K H, Kim J H. Genetic quantum algorithm and its application to combinational optimization problem[C]. Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. La Jolla: IEEE Press, 2000: 1354-1360.

[3] Han K H, Park K H, Lee C H. Parallel quantum-inspired genetic algorithm for combinatorial optimization problem[C]. Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. Seoul: IEEE Press, 2001: 1422-1429.

[4] Han K H, Kim J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 580-593.

[5] Talbi H, Draa A, Batouche M. A new quantum-inspired genetic algorithm for solving the travelling salesman problem[C]. Proc of IEEE Int Conf on Industrial Technology. Constantine: IEEE Press, 2004: 1192-1197.

[6] Wang L, Tang F, Wu H. Hybrid genetic algorithm based on quantum computing for numerical optimization and parameter estimation[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 171(2): 1141-1156.

(下转第412页)