

文章编号: 1001-0920(2013)05-0763-06

非线性不对称系统的模型预测控制

罗雄麟, 韦明辉, 许 锋, 冯爱祥

(中国石油大学 自动化研究所, 北京 102249)

摘要: 针对基于正反方向上的两个线性模型分别设计PID控制器的缺陷, 提出根据正反方向上的线性模型分别设计相应的状态反馈预测控制器. 采用输入输出约束策略保证模型准确, 并通过可行性分析确定最终的控制作用. pH值控制的仿真实验表明, 其对不对称非线性系统的控制效果明显优于传统的基于单一线性模型的预测控制及正反方向分别采用PID控制的控制效果.

关键词: 非线性不对称系统; 状态反馈预测控制; 可行性分析; pH值控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Model predictive control for nonlinear unsymmetrical systems

LUO Xiong-lin, WEI Ming-hui, XU Feng, FENG Ai-xiang

(Research Institute of Automation, China University of Petroleum, Beijing 102249, China. Correspondent: LUO Xiong-lin, E-mail: luoxl@cup.edu.cn)

Abstract: In order to handle the problem of double PID controller based on positive-negative linear models, state feedback model predictive controller based on the positive-negative linear models is designed. The constraints of input and output are used to ensure the accuracy of the model, and the ultimate control action is determined through the feasibility analysis. The simulation of pH control shows the better control performance than the traditional predictive control and two PID parameter control.

Key words: nonlinear unsymmetrical systems; state feedback predictive control; feasibility analysis; pH control

0 引言

不对称系统属于特殊的一类非线性系统, 当控制作用增加或减少时, 系统呈现出完全不同的动态响应过程, 在平衡点附近表现出明显不对称的动态特性^[1], 使得基于一阶泰勒展开的单一线性化模型设计的控制器性能不佳, 控制品质很难得到保证.

不对称过程在工业中有很多实例, 如热系统^[2]、机械系统^[3]、化工系统^[4]等, 但其理论研究则进展比较缓慢^[5]. Godfrey等^[6]最先介绍了不对称过程, 将其命名为“direction-dependent processes”, 并给出了这类系统的辨识方法. Hagglund等^[7]采用控制作用增加和减小方向上的两个低阶的线性模型来近似这类系统, 并将这类过程描述为“unsymmetrical process”. Rosenqvist等^[8]分析了采用控制作用增加和减小方向上的两个线性模型来近似不对称过程时其输入输出可控性. Gentili等^[9]和 DeFrancisci等^[10]介绍了机械臂和机器人中不对称系统的理论研究. Tan等^[5,11]采用

多种辨识方法及线性化方法对不对称系统进行匹配, 并将不对称动态模型描述分为A、B、C三类. 而在不对称过程的控制方面, Turner等^[12]采用神经网络方法来设计控制器, 对不对称动态特性有一定的补偿. Chen等^[13]针对阀控非对称缸的不对称动态特性采用模糊控制的方法进行了仿真研究, 取得了不错的控制效果. 根据偏差的变化率或者当前已知输出所在的位置来决定采用某个模型, 并对加热炉不对称过程进行控制的方法, 虽然效果可行, 但理论上比较牵强^[14]. Wang等^[2]针对不对称动态过程利用正反方向的线性模型分别设计PID控制器并根据 Δu 的方向进行切换, 但不同的PID参数得到的 Δu 的方向可能是不同的, 所以此方法在理论上有一定的局限性. 由以上可以看出, 对于不对称过程的研究大多集中在如何通过正反方向上的两个线性模型更好地匹配不对称过程方面, 而在控制器设计方面的研究仍很不完善.

在前人工作的基础上, 针对各个平衡点正反方

收稿日期: 2011-12-07; 修回日期: 2012-02-15.

基金项目: 国家973计划项目(2012CB720500); 国家自然科学基金项目(21006127).

作者简介: 罗雄麟(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事过程控制、化工系统工程等研究; 韦明辉(1986—), 男, 硕士生, 从事过程控制的研究.

向上不同的线性模型,分别设计各自的状态反馈预测控制器,根据约束预测控制可行性分析来确定最终的控制器输出,以此建立较完善的不对称过程正反模型控制方法. pH 值控制仿真结果表明,与基于单一线性化模型的预测控制及文献[2]的正反模型分别采用 PID 控制方法相比,系统的动态特性和控制品质得到极大的改善.

1 不对称系统的数学描述

为了直观地描述不对称过程,在图 1 中给出了 pH 系统在平衡点 8.5 附近对原系统正反方向上施加阶跃作用和通过一阶泰勒展开得到的近似线性化模型施加阶跃作用的差别.

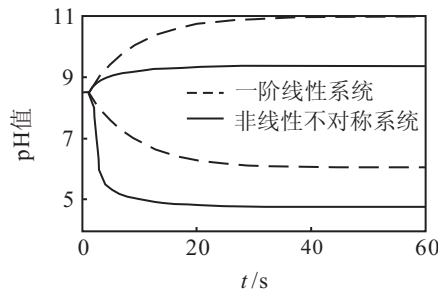


图 1 在正反方向分别施加阶跃作用的输出曲线

为简化问题的表述,考虑如下离散时间不对称系统 Σ :

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x(k), u(k)), \\ y(k) = g(x(k), u(k)). \end{cases} \quad (1)$$

本文重点讨论不对称过程,所以定义系统 Σ 为 SISO 系统,并且状态 X 也是一维的,即 $X(k) \in \mathbf{R}^1$, $Y(k) \in \mathbf{R}^1$, $U(k) \in \mathbf{R}^1$,下文中所有讨论的问题皆为 SISO 系统.考虑系统 Σ ,将其输入输出和状态写成增量形式 $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$, $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, $\Delta y(k) = y(k) - y(k-1)$,采用辨识方法^[5,8,11]或者改进的近似线性化方法^[15],得到不对称系统 Σ 在正反两个方向上的增量线性表达式

$$\begin{cases} \Delta x(k+1) = A^{\sigma(k)} \Delta x(k) + B^{\sigma(k)} \Delta u(k), \\ \Delta y(k) = C^{\sigma(k)} \Delta x(k). \end{cases} \quad (2)$$

模型决定函数 $\sigma(k)$ 按如下方式定义:

$$\sigma(k) = \begin{cases} +, & \Delta u(k) \geq 0; \\ -, & \Delta u(k) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

文献[8,11]中将这种表示方法称为 A 类不对称系统.式(3)也可根据 $\Delta y(k)$ 的方向来决定正反模型,文献[8]称其为 B 类不对称系统.本文只讨论 A 类不对称系统.

由式(2)可以求得其传递函数为

$$G^{\sigma}(z) = \frac{\Delta y(z)}{\Delta u(z)} \Big|_{\sigma} = (C^{\sigma})^T |I - A^{\sigma} z^{-1}|^{-1} B^{\sigma}. \quad (4)$$

这样,可根据由式(4)求得的离散传递函数设计正反

线性模型的 PID 控制器或模型预测控制器,或者根据式(2)的状态空间模型对正反模型分别设计状态反馈预测控制器.

2 基于不对称模型的状态反馈预测控制

2.1 PID 控制方法控制不对称过程的局限性

根据式(4)可以求得正反模型的稳态增益为

$$K^{\sigma} = \lim_{z \rightarrow 1} (C^{\sigma})^T |I - A^{\sigma} z^{-1}|^{-1} B^{\sigma}. \quad (5)$$

对于不对称过程,其正反模型的稳态增益差别很大,采用相同的 PID 参数无法获得满意的控制效果.文献[2]针对正反方向上的两个线性模型分别设计 PID 控制器,并根据 Δu 的方向进行两个控制器间的切换,即

$$c = \begin{cases} c^+, & \Delta u^+(k) \geq 0; \\ c^-, & \Delta u^-(k) < 0. \end{cases} \quad (6)$$

c 为控制器,即若当前采用 c^+ 求得 $\Delta u^+ < 0$,则切换到 c^- .由于 PID 控制器求得的控制作用 Δu 是偏差 $e(k)$ 的解析解,但控制过程是一个动态过程,当前时刻偏差 $e(k)$ 的改变 Δu 的方向不一定改变,并且同样的偏差经过不同控制器得到的控制作用的方向可能是不同的^[16].例如出现以下情况:

$$c = \begin{cases} c^+, & \Delta u^+(k) < 0; \\ c^-, & \Delta u^-(k) \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

便无法解决,并且不对称过程正反方向的增益差别很大,选错控制作用方向将会给控制效果带来很大影响.

另外系统产生不对称动态过程的原因是多样的,上节中是根据 Δu 的方向决定不对称过程,但有时过程的不对称性不仅与 Δu 的方向有关,还与 Δu 大小有关,所以通过辨识等方法得到的正反方向上的两个线性模型与原模型有一定失配^[5,11],采用 PID 控制算法得到的控制效果可能不佳.

预测控制算法能较好地解决模型失配问题,具有将输入变量、输出变量的约束条件直接纳入其求解控制律的优化问题的优势.本文通过有约束的预测控制算法对不对称系统进行控制,针对正反模型分别设计预测控制器,通过加入输入约束

$$0 \leq \Delta u^+ \leq \Delta u_{\max}, \quad -\Delta u_{\max} \leq \Delta u^- \leq 0$$

来保证在 P 步内的预测模型与控制作用的匹配,并通过输出约束的调整来解决上面所提到的无解情况.

2.2 基于状态方程的状态反馈预测控制

采用线性预测控制的方法,分别针对正、反模型建立相应的预测控制器.基于线性状态空间模型,采用状态反馈来预测控制算法^[17-18].

对于控制作用为正方向的预测模型

$$\begin{cases} \Delta x(k+1) = A^+ \Delta x(k) + B^+ \Delta u(k), \\ \Delta y(k) = C^+ \Delta x(k), \end{cases} \quad (8)$$

为了操作方便, 结合式(1)和(8), 定义

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}$$

为新的状态变量, 则原系统模型可转化为如下状态空间形式:

$$\begin{cases} X(k+1) = \hat{A}^+(k)X(k) + \hat{B}^+(k)\Delta u(k), \\ y(k) = \hat{C}^+X(k). \end{cases} \quad (9)$$

其中: 系数矩阵

$$\hat{A}^+ = \begin{bmatrix} A^+ & 0 \\ C^+ & 1 \end{bmatrix}, \hat{B}^+ = \begin{bmatrix} B^+ \\ C^+B^+ \end{bmatrix}, \hat{C}^+ = [0 \ 1].$$

同理, 反方向模型为

$$\begin{cases} X(k+1) = \hat{A}^-(k)X(k) + \hat{B}^-(k)\Delta u(k), \\ y(k) = \hat{C}^-X(k). \end{cases} \quad (10)$$

系数矩阵

$$\hat{A}^- = \begin{bmatrix} A^- & 0 \\ C^- & 1 \end{bmatrix}, \hat{B}^- = \begin{bmatrix} B^- \\ C^-B^- \end{bmatrix}, \hat{C}^- = [0 \ 1].$$

先以正模型为例说明. 设预测时域为 P , 控制时域为 M , 假设 $M \leq P$, 当 $i \geq M$ 时, $\Delta u(k+i) = 0$, 输出第 P 个采样时刻预测值为

$$\hat{y}^+(k+P) = \hat{C}^+\hat{A}^+P^X(k) + \sum_{j=1}^P \hat{C}^+\hat{A}^{+j-1}\hat{B}^+\Delta U^+(k), \quad (11)$$

其中

$$\Delta U^+(k) = \begin{bmatrix} \Delta u^+(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u^+(k+M-1|k) \end{bmatrix}.$$

对预测输出进行反馈修正, 得

$$\hat{y}_c^+(k+P) = \hat{y}^+(k+P) + [y(k) - \hat{y}(k)], \quad (12)$$

其中 $\hat{y}(k)$ 为采用相同预测时域时, 历史控制作用对当前预测输出的预测值. 预测控制率是通过极小化目标函数得到的, 一般形式的目标函数如下:

$$\min J = \sum_{i=1}^P \|\hat{Y}_c^+(k+i) - Y_s(k)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \|\Delta U(k+i|k)\|_R^2; \quad (13)$$

$$\text{s.t. } -\Delta U_{\max} \leq \Delta U(k) \leq \Delta U_{\max},$$

$$Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}.$$

其中

$$\Delta U_{\min} = [\Delta u_{\min}^T, \dots, \Delta u_{\min}^T]_M^T,$$

$$\Delta U_{\max} = [\Delta u_{\max}^T, \dots, \Delta u_{\max}^T]_M^T;$$

$$Y_{\min} = [y_{\min}^T, \dots, y_{\min}^T]_P^T,$$

$$Y_{\max} = [y_{\max}^T, \dots, y_{\max}^T]_P^T;$$

$$Y_s(k) = \begin{bmatrix} y_s(k+1) \\ y_s(k+2) \\ \vdots \\ y_s(k+P) \end{bmatrix}, \hat{Y}_c(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_c(k+1) \\ \hat{y}_c(k+2) \\ \vdots \\ \hat{y}_c(k+P) \end{bmatrix};$$

Q, R 分别为输出预测偏差和控制作用增量的加权系数; $Y_s(k)$ 为预测控制的设定值. 为了方便计算, 这里取预测时域 P 步内所有设定值为

$$y_s(k+i) = \alpha y(k) + (1-\alpha)Y_r. \quad (14)$$

其中: $0 \leq \alpha \leq 1$ 为权重, 表示在设定值中当前时刻输出所占比重; Y_r 为最终的目标值, 使预测控制求得的控制作用能使系统向目标值逼近. 此时的设定值已不是常数值, 但可根据需求调整 α 进行调整.

此处采用正反模型的预测控制, 为了保证在 P 步内采用的预测模型与控制作用相匹配, 将式(13)中的第1个约束条件进行修正, 若采用正模型, 则 $0 \leq \Delta U^+ \leq \Delta U_{\max}$; 若采用反模型, 则 $-\Delta U_{\max} \leq \Delta U^- \leq 0$.

式(13)中第2个约束是输出约束, 此处将其上下限设定在 $[y_s(k+P) - \varepsilon, y_s(k+P) + \varepsilon]$ 范围内. ε 为正实数, 其值根据具体情况而确定. 这样最优化问题(13)变为

$$\min J^+ = \sum_{i=1}^P \|\hat{Y}_c^+(k+i) - Y_s(k)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \|\Delta U^+(k+i|k)\|_R^2; \quad (15)$$

$$\text{s.t. } 0 \leq \Delta U^+(k) \leq U_{\max},$$

$$Y_s(k+P) - \varepsilon \leq Y(k) \leq Y_s(k+P) + \varepsilon.$$

其中

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \vdots \\ \varepsilon \end{bmatrix}_{P \times 1}, \hat{Y}_c^+(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_c^+(k+1) \\ \hat{y}_c^+(k+2) \\ \vdots \\ \hat{y}_c^+(k+P) \end{bmatrix}$$

为采用正模型时 P 步内的预测输出.

采用二次规划算法求解式(15)并取第1个控制作用, 便得到采用正方向线性模型时的控制作用 $\Delta u^+(k)$. 式(15)中的第1个约束是保证采用正模型时, 所采用的模型都与求得的控制作用相匹配; 而第2个约束的作用为保证在当前约束下, 得到的控制作用在 P 步内能使系统尽量逼近设定值. 与常规的线性模型预测控制的约束存在不同之处, 其作用将在下节讨论.

通过以上分析可以求得采用正模型时的控制作用 $\Delta u^+(k)$; 同理, 也可求得采用反方向模型时的控制作用 $\Delta u^-(k)$, 此时求解的优化问题为

Step 4: 若正反模型均无可行解, 则增加当前时刻输出在设定值中所占的权重对优化问题 (15) 进行软约束调整, 返回 Step 1.

基于正反模型的状态反馈预测控制器的结构框图如图 2 所示.

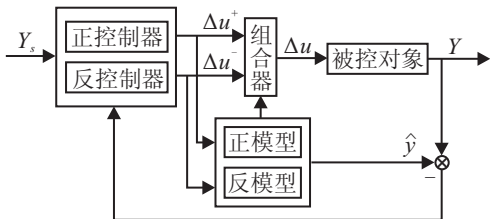


图 2 基于正反模型的非线性预测控制器

3 仿真实例

酸碱中和的 pH 值控制是公认的最难控制的装置之一, 具有强非线性和在某些平衡点附近的强不对称性. 假设强酸强碱溶液在如图 3 所示的连续搅拌式反应器 (CSTR) 中进行中和反应, 其液位控制稳定, 通过机理分析建立 CSTR 中酸碱中和过程的数学模型如下:

$$\begin{cases} V \frac{dy(t)}{dt} = u(t)[b - y(t)] - F(t)[a + y(t)], \\ \text{pH}(t) = \lg \frac{y(t) + \sqrt{y^2(t) + 4K_w}}{2K_w}. \end{cases} \quad (21)$$

其中: $u(t)$ 为碱溶液的流量, $F(t)$ 为酸溶液的流量, V 为反应器的容积, $y(t)$ 为 $[\text{OH}^-]$ 和 $[\text{H}^+]$ 之差, a 为酸的浓度, b 为碱的浓度, $K_w = 10^{-14}$ 为水平衡常数. 碱流量 u 为控制变量, pH 值为输出被控变量, 酸流量 F 为干扰.

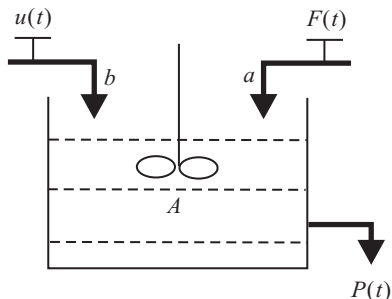


图 3 酸碱中和过程的 CSTR 反应器

采用文献 [15] 中的方法来建立正反方向的线性状态空间模型

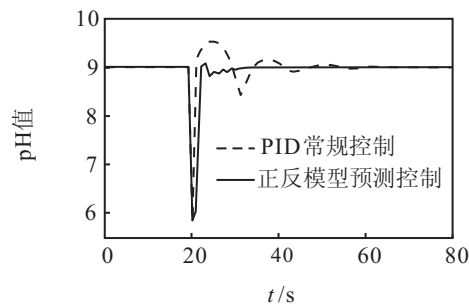
$$\begin{cases} \Delta y(k+1) = A^\sigma(k) \Delta y(k) + B^\sigma(k) \Delta u(k), \\ \Delta \text{pH}(k+1) = \Delta C^\sigma(k) y(k+1). \end{cases} \quad (22)$$

其中

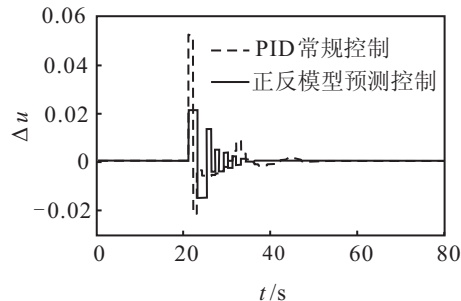
$$\begin{aligned} A^\sigma(k) &= 1 - \frac{T_s}{V} u_0 - \frac{T_s}{V} F_0 + \Psi^\sigma(k), \\ B^\sigma(k) &= \frac{T_s}{V} (b - y_0) + \Phi^\sigma(k), \\ C^\sigma(k) &= \frac{1}{\sqrt{y_0^2 + 4K_w} \ln 10} + \Gamma^\sigma(k). \end{aligned}$$

T_s 为采样时间; u_0, y_0, F_0 为在平衡状态时碱溶液的流量、状态变量和酸溶液的流量; Ψ, Φ, Γ 为正反模型修正因子. 通过式 (22) 可将式 (21) 表示成正反状态空间模型形式.

采用上文的状态反馈预测控制方法对其进行控制. 以酸流量 F 为干扰, 当干扰阶跃增加 20% 时, 采用本文方法和文献 [2] 中在不同方向采用不同 PID 控制器的方法进行仿真, 仿真曲线如图 4 所示. 从仿真结果可以看出, 采用本文方法比采用两个 PID 控制器的控制效果更好, 控制作用也更平稳.



(a) 控制效果响应曲线



(b) 控制作用

图 4 干扰阶跃增加 20% 的控制效果曲线

在文献 [21-22] 中采用多模型预测控制和自适应预测控制方法对 pH 装置进行控制, 控制效果比单一线性模型预测控制有极大改善, 但都没有涉及到此非线性过程的不对称特性. 在系统可能的输出空间中, 取 $\text{pH} = 8.5, 9.0, 9.5, 10.0, 10.5$ 等 5 个平衡点, $i = 1, 2, \dots, 5$ 分别代表这 5 个平衡点. 围绕 5 个平衡点进行线性化, 可获得非线性系统的多模型描述. 采用切换指标函数形式如下^[21,23]:

$$J^{(i)}(k) = \alpha^* [e^{(i)}(k)]^2 + \beta^* \sum_{j=1}^L \exp(-j\lambda) [e^{(i)}(k-j)]^2. \quad (23)$$

其中: $e^{(i)}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_P^{(i)}(k)$ 为模型与系统输出间的误差, L 为匹配误差滚动累计长度, α^* 和 β^* 用来调整当前误差和过去误差对切换指标函数的影响. 根据 $J^{(i)}(k)$ 的最小值确定 k 时刻模型匹配最佳的局部模型, 分别实施基于近似线性化模型和基于不对称正线性模型的多模型预测控制, 仿真曲线如图 5 所示.

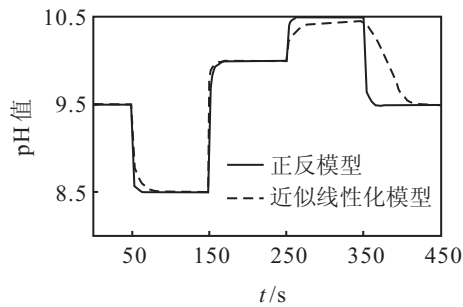


图5 给定值阶跃变化的控制效果曲线

从仿真曲线可以看出,利用平衡点附近的正反方向近似线性化模型后,多模型预测控制的控制效果获得了很大改善。

4 结论

基于不对称系统的正反方向的线性模型,分别设计状态反馈预测控制器,通过输入作用的约束保证了采用控制器的准确,并通过可行性分析确定最终的控制作用,解决了文献[2,14-15]无法解决的问题。pH值控制的仿真结果表明了该控制算法的有效性。

基于预测控制可行性分析、或者采用其他更合理的选取方法进行正反控制输出的选取,可以作为以后研究的重点。另外,本文所研究的不对称系统是单变量的,而多变量不对称系统将更加复杂,将本文不对称系统控制方法在多变量系统进行推广也是未来研究的重要方向。

参考文献(References)

[1] 何仁初, 罗雄麟, 佟世文, 等. 乙烯精馏塔仿真平台的开发与应用[J]. 计算机与应用化学, 2005, 22(10): 909-914. (He R C, Luo X L, Tong S W, et al. Developments and applications of simulation platform for ethylene rectifier[J]. Computers and Applied Chemistry, 2005, 22(10): 909-914.)

[2] Wang Q G, Hang C C, Zou W. Automatic tuning of nonlinear PID controllers for unsymmetrical processes[J]. Computers and Chemical Engineering, 1998, 22(4): 687-694.

[3] Rosenqvist F, Tan A H, Godfrey K R. Direction-dependent system modeling approaches exemplified through an electronic nose system[J]. IEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 14(3): 526-531.

[4] Gardner J W, Bartlett, Pratt P N. Modeling of gas-sensitive conducting polymer devices[J]. IEE Proc of Circuits, Devices and Systems, 1995, 142(5): 321-333.

[5] Tan A H. Identification of direction-dependent processes using maximum length ternary signals[J]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 2003, 150(2): 170-178.

[6] Godfrey K R, Briggs P A N. Identification of processes with direction-dependent dynamic responses[J]. IEE Proc

of the Institution of Electrical Engineers, 1972, 119(12): 1733-1739.

[7] Hagglund T, Tengval A. An automatic tuning procedure for unsymmetrical processes[C]. Proc of the European Control Conf. Rome, 1995: 2450-2455.

[8] Rosenqvist F, Karlström A. Controllability of direction-dependent processes[C]. IEEE Proc of the 42nd Conf on Decision and Control. Maui, 2003, 4: 3384-3389.

[9] Gentili R, Cahouet V, Papaxanthis C. Motor planning of arm movements is direction-dependent in the gravity field[J]. Neuroscience, 2007, 145(1): 20-32.

[10] De Francisci S, Longe D, Muscato G. A direction dependent parametric model for the vacuum adhesion system of the Alicia II robot[C]. IEEE Proc of the 14th Mediterranean Conf on Control and Automation. Ancona, 2006: 1-6.

[11] Tan A H. Direction-dependent systems—A survey[J]. Automatica, 2009, 45(12): 2729-2743.

[12] Turner P, Montague G, Morris J. Nonlinear and direction-dependent dynamic process modeling using neural networks[J]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 1996, 143(1): 44-48.

[13] Chen C Y, Liu L Q, Cheng C C, et al. Fuzzy controller design for synchronous motion in a dual-cylinder electro-hydraulic system[J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(6): 658-673.

[14] 平洋, 罗雄麟. 电加热器温度仿人智能多模型控制[J]. 化工自动化及仪表, 2010, 37(8): 30-33. (Ping Y, Luo X L. Human-simulated intelligent multi-model control of electric heater[J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2010, 37(8): 30-33.)

[15] 许锋, 罗雄麟. 基于自校正模型的非线性系统多模型预测控制[J]. 中国石油大学学报: 自然科学版, 2006, 30(2): 133-137. (Xu F, Luo X L. Multi-model predictive control of nonlinear system based on self-tuning model[J]. J of China University of Petroleum: Edition of Natural Science, 2006, 30(2): 133-137.)

[16] 俞金寿, 蒋慰孙. 过程控制工程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007. (Yu J S, Jiang W S. Process control engineering[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007.)

[17] 袁璞. 生产过程动态数学模型及其在线应用[M]. 北京: 中国石化出版社, 1994. (Yuan P. The dynamic mathematic model for production process and its on-line application[M]. Beijing: Petroleum and Chemistry Press, 1994.)