

文章编号: 1001-0920(2013)06-0920-05

## 船舶轨迹跟踪半全局一致指数稳定观测控制器

付明玉, 张爱华, 徐金龙

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对仅位置和艏向可测量的动力定位船舶非线性输出反馈轨迹跟踪问题, 在大地坐标系中, 建立同时包含科里奥利力向心力和非线性阻尼的非线性船舶操纵性模型. 基于一种具有半全局一致指数稳定性的非线性观测器, 提出船舶轨迹跟踪非线性 Backstepping 观测控制器, 并应用 Lyapunov 方法证明该观测控制器具有半全局一致指数稳定性. 理论分析和仿真结果均表明, 通过调整控制器增益, 系统误差指数收敛到零.

**关键词:** 半全局一致指数稳定; 观测控制器; 轨迹跟踪; 非线性操纵性模型

中图分类号: U674.34

文献标志码: A

## Semi-global uniform exponential stable observer-controller for trajectory tracking of ships

FU Ming-yu, ZHANG Ai-hua, XU Jin-long

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China. Correspondent: ZHANG Ai-hua, E-mail: zhangaihua@hrbeu.edu.cn)

**Abstract:** A nonlinear output feedback trajectory tracking control of dynamic positioning ships with only position and orientation measurements is considered in this paper. In the earth-fixed frame, both of Coriolis and centripetal forces and nonlinear damping are taken into account in ship maneuvering modeling, a nonlinear backstepping observer-controller with semi-global uniform exponential stability is proposed, and the stability is proved by using Lyapunov method. Both of the theoretical analysis and the simulation results show that the system errors converge to zero by tuning controller gains.

**Key words:** semi-global uniform exponential stability; observer-controller; trajectory tracking; nonlinear maneuvering model

### 0 引言

动力定位船舶跟踪控制过程中, 通常只有船舶的位置和艏向可以测量, 且测量值带有大量的测量噪声, 所以在控制过程中必须通过观测器来估计船舶的速度和其他状态变量, 并需要对测量值进行滤波处理, 以保护推进器不受损坏, 减少能量损耗, 提高控制精度. 船舶数学模型具有较强的非线性, 基于通用的低速船舶模型的控制器的无法满足速度较高时对船舶控制精度的要求, 因此本文同时考虑科里奥利力向心力和非线性阻尼的影响, 建立了更接近实际船舶特性的非线性操纵性模型, 但使得常用的观测器和控制器无法保证控制系统的稳定性.

目前, 很多学者在欠驱动船舶跟踪控制问题的研究中作出了贡献<sup>[1-2]</sup>, 但由于物理限制, 欠驱动船舶无法满足一些高精度的工程要求. 传统的动力定位

船舶控制系统基于线性化模型<sup>[3-4]</sup>, 无法保证系统的全局稳定性. 20 世纪 90 年代, 非线性观测器和控制器的引入使得证明控制系统全局稳定成为可能. Fossen 等<sup>[5]</sup>证明了系统的全局指数稳定, 但船舶动力学模型中没有包含科里奥利力向心力和非线性阻尼项的影响. 为了解决船舶动力学模型的非线性问题, Stamnes 等<sup>[6]</sup>从机器人的控制中得到启发, 基于无源性思想, 研究了带有科里奥利力向心力的数学模型, 并证明了误差动态半全局稳定性, 但没有考虑非线性阻尼项的影响. Aamo 等<sup>[7]</sup>在船舶模型中加入非线性阻尼项, 设计了观测控制器, 证明了系统的全局一致渐近稳定, 但假设非线性阻尼具有单调性, 这在多数情况下不能保证. Skjetne<sup>[8]</sup>同时考虑了这两个非线性项, 但是科里奥利力向心力的形式十分特殊, 一般的船舶控制系统不具备该形式. Wondergem 等<sup>[9]</sup>也同时考虑两个非线性

收稿日期: 2011-12-26; 修回日期: 2012-06-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(E091002/50979017); 国家高技术船舶科研项目(GJCB09001).

作者简介: 付明玉(1964—), 女, 教授, 博士生导师, 从事船舶运动控制、动力定位技术等研究; 张爱华(1986—), 女, 博士生, 从事动力定位船舶跟踪控制技术的研究.

项, 但控制器的设计基于艏向可以精确测量的假设, 在一些控制问题中无法保证. 鉴于此, 本文在大地坐标系中, 基于非线性 Backstepping 方法, 提出了一种对同时包含科里奥利向心力和非线性阻尼力的船舶模型具有半全局一致指数稳定的非线性观测控制器, 并应用 Lyapunov 方法给出了稳定性证明.

## 1 问题描述

船舶数学模型是研究控制器的基础, 数学模型的准确性在一定程度上决定了控制器的稳定性和控制效果. 船舶模型通常建立在船体坐标系中, 当同时考虑科里奥利向心力和非线性项阻尼力时, 利用船体坐标系中的数学模型难以证明所设计控制器的稳定性. 因此, 本文利用坐标变换, 在大地坐标系中建立船舶动态模型.

在船体坐标系中定义船舶的速度向量为  $\mathbf{v} = [u, v, r]^T$ ,  $u$  为船舶纵向速度,  $v$  为船舶横向速度,  $r$  为船舶转艏角速度. 在大地坐标系中定义船舶的位置向量  $\eta = [n, e, \psi]^T$ ,  $n$  为大地坐标系中船舶北向位置坐标,  $e$  为东向位置坐标,  $\psi$  为船艏方向与北向位置坐标正向的夹角(即船舶艏向). 船舶跟踪运动时, 往往具有较高的运动速度, 此时低速线性动态模型已不再适用, 需要同时将科里奥利向心力  $C(\mathbf{v})\mathbf{v}$  和非线性项的阻尼力  $D_n(\mathbf{v})$  的影响考虑进来, 由此得到船体坐标系中的船舶模型为

$$\begin{cases} \dot{\eta} = J(\psi)\mathbf{v}, \\ M\dot{\mathbf{v}} + C(\mathbf{v})\mathbf{v} + D(\mathbf{v}) = \tau. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $M$  为船舶惯性矩阵,  $M = M^T > 0$ ;  $J(\psi)$  为船体坐标系到大地坐标系的旋转矩阵;  $\tau$  为推进器提供的力和力矩;  $C(\mathbf{v}) = -C^T(\mathbf{v})$ ;  $D(\mathbf{v})\mathbf{v} = D\mathbf{v} + D_n(\mathbf{v})$ ,  $D$  为线性阻尼<sup>[4]</sup>.

将式(1)进行如下坐标变换:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\psi)\mathbf{v} \Leftrightarrow \mathbf{v} = J^{-1}(\psi)\dot{\eta}, \\ \dot{\eta} &= J(\psi)\dot{\mathbf{v}} + \dot{J}(\psi)\mathbf{v} \Leftrightarrow \\ \dot{\mathbf{v}} &= J(\psi)^{-1}[\dot{\eta} - \dot{J}(\psi)J^{-1}(\psi)\dot{\eta}]. \end{aligned} \quad (2)$$

由此得到船舶在大地坐标系中的动态模型

$$M^*(\eta)\dot{\eta} + C^*(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + D^*(\eta, \dot{\eta}) = \tau. \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} M^*(\eta) &= J(\psi)MJ^T(\psi), \\ C^*(\eta, \dot{\eta}) &= J(\psi)(C(J^T(\psi)\dot{\eta}) - MS(\dot{\psi}))J^T(\psi), \\ D^*(\eta, \dot{\eta}) &= J(\psi)DJ^T(\psi)\dot{\eta} + J(\psi)D_n(J^T(\psi)\dot{\eta}), \\ J(\psi) &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad S(\dot{\psi})=S(r)= \begin{bmatrix} 0 & -r & 0 \\ r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

船舶模型(3)满足以下性质<sup>[3]</sup>.

**性质1** 惯性矩阵  $M^*(\eta)$  为正定对称矩阵, 即  $M^*(\eta) = M^*(\eta)^T > 0$ .

**性质2** 科里奥利向心力为克氏符号形式, 满足

$$C(q, x)y = C(q, y)x, \quad \forall x, y. \quad (4)$$

**性质3** 转换矩阵  $J(\psi)$  奇点任意, 矩阵  $M^*(\eta)^{-1}$  和  $C^*(\eta, \dot{\eta})$  对  $\eta$  有界, 即

$$\|M^*(\eta)^{-1}\| \leq M_M^*, \quad \|C^*(\eta, x)\| \leq C_M^* \|x\|, \quad \forall \eta, x. \quad (5)$$

在船舶控制器设计中, 一般采用低频数学模型, 即  $\dot{M} = 0$ <sup>[3]</sup>, 因此有

$$S[\dot{M} - 2C(\mathbf{v})]S \stackrel{\dot{M}=0}{=} -2S^T C(\mathbf{v})S \stackrel{C=-C^T}{=} 0. \quad (6)$$

根据式(3)可以得到

$$S^T[\dot{M}^*(\eta) - 2C^*(\eta, \dot{\eta})]S = 0. \quad (7)$$

进而进行如下假设.

**假设1** 船舶处于低频运动, 即式(7)成立.

**注1**  $C^*(\eta, \dot{\eta})$  不一定为反对称阵.

船舶的水动力阻尼项主要由线性项和二次项组成, 从而作出如下假设是合理的.

**假设2** 对于水动力阻尼项下式成立:

$$\left\| \frac{\partial D^*(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\eta}} \right\| \leq D_{M1}^* + D_{M2}^* \|\dot{\eta}\|, \quad \forall \eta, \dot{\eta}, \quad (8)$$

其中  $D_{M1}^*, D_{M2}^* > 0$ , 分别为线性阻尼系数和二次阻尼系数的最大值.

对式(8)应用均值定理可得

$$\begin{aligned} \|D^*(\eta, x) - D^*(\eta, y)\| &\leq \\ (D_{M1}^* + D_{M2}^* \|x - y\|) \|x - y\|. \end{aligned} \quad (9)$$

**定义1** 系统称为半全局一致指数稳定, 若满足: 对每一个  $r > 0$  和所有的  $(t_0, x(t_0)) \in R_+ \times B_r$ , 存在  $k > 0$  和  $\gamma > 0$ , 使得  $\|x(t)\| < ke^{-\gamma(t-t_0)}$ ,  $\forall t \geq t_0 \geq 0$  成立.

## 2 半全局一致指数稳定观测控制器

### 2.1 观测器

根据性质3, 基于文献[10]的观测器结构, 考虑科里奥利向心力和非线性阻尼的影响, 得到观测器的形式为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\eta}} = \hat{\eta} + K_1 \tilde{\eta}, \\ \dot{\hat{\eta}} = -M^*(\eta)^{-1}[C^*(\eta, \hat{\eta})\hat{\eta} + D^*(\eta, \hat{\eta}) - \tau] + K_2 \tilde{\eta}. \end{cases} \quad (10)$$

其中: 误差项  $\tilde{\eta}$  及其各阶导数为  $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$ ,  $\dot{\tilde{\eta}} = \dot{\eta} - \dot{\hat{\eta}}$ ,  $\ddot{\tilde{\eta}} = \ddot{\eta} - \ddot{\hat{\eta}}$ ; 观测器的增益矩阵  $K_1$  和  $K_2$  为对称正定矩阵. 观测器的误差动态可以改写为

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{\eta}} &= \ddot{\eta} - \ddot{\hat{\eta}} = \\ &= -M^*(\eta)^{-1}[C^*(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} - C^*(\eta, \dot{\hat{\eta}})\dot{\hat{\eta}}] - K_1 \dot{\tilde{\eta}} - \end{aligned}$$

$$M^*(\eta)^{-1}[D^*(\eta, \dot{\eta}) - D^*(\eta, \hat{\eta})] - K_2 \tilde{\eta}. \quad (11)$$

**注 2** 由于船舶的物理限制,  $\dot{\eta}$  有界, 即  $\|\dot{\eta}\| \leq V_M$ ,  $V_M$  为大地坐标系中船舶的最大速度.

通过选择合适的增益矩阵  $K_1$  和  $K_2$  可保证观测器半全局一致指数稳定. 设  $K_1$  和  $K_2$  的最大和最小特征值分别为  $K_{1,\max}$ ,  $K_{1,\min}$  和  $K_{2,\max}$ ,  $K_{2,\min}$ . 选择候选 Lyapunov 函数为

$$V_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) = \frac{1}{2} \tilde{\eta}^T (K_2 + \frac{1}{2} K_1) \tilde{\eta} + \frac{1}{2} \dot{\tilde{\eta}}^T \tilde{\eta} + \frac{1}{2} \tilde{\eta}^T \dot{\tilde{\eta}}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \|\tilde{\eta}\| \|\dot{\tilde{\eta}}\| &\leq \frac{1}{2} \dot{\tilde{\eta}}^T \tilde{\eta} \leq \frac{1}{2} \|\tilde{\eta}\| \|\dot{\tilde{\eta}}\| = \\ -\frac{1}{2} \left( \|\tilde{\eta}\| - \frac{1}{2} \|\dot{\tilde{\eta}}\| \right)^2 &+ \frac{1}{2} \|\tilde{\eta}\|^2 + \frac{1}{8} \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2 \leq \frac{1}{2} \|\tilde{\eta}\|^2 + \frac{1}{8} \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2. \end{aligned}$$

令  $K_{1,\min} > 1$ ,  $K_{2,\min} \geq 1$ , 有

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} (\|\tilde{\eta}\|^2 + \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2) &\leq \frac{1}{4} \|\tilde{\eta}\|^2 + \frac{3}{8} \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2 \leq V_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) \leq \\ (K_{2,\max} + K_{1,\max}) \|\tilde{\eta}\|^2 &+ \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

将式 (12) 对时间求导有

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) &= \\ -\tilde{\eta}^T K_2 \dot{\tilde{\eta}}/2 - \dot{\tilde{\eta}}^T (K_1 - I/2) \dot{\tilde{\eta}} &- (\tilde{\eta}/2 + \\ \dot{\tilde{\eta}})^T M^*(\eta)^{-1} (C^*(\eta, \dot{\eta}) \dot{\tilde{\eta}} &- C^*(\eta, \hat{\eta}) \dot{\tilde{\eta}}) + (\tilde{\eta}/2 + \\ \dot{\tilde{\eta}})^T (-M^*(\eta)^{-1} (D^*(\eta, \dot{\eta}) &- D^*(\eta, \hat{\eta}))). \end{aligned} \quad (14)$$

根据性质 1~性质 3, 假设 1, 假设 2 和速度的有界性, 有

$$\begin{aligned} (\tilde{\eta}/2 + \dot{\tilde{\eta}})^T (-M^*(\eta)^{-1} (C^*(\eta, \dot{\eta}) \dot{\tilde{\eta}} &- C^*(\eta, \hat{\eta}) \dot{\tilde{\eta}})) = \\ (\tilde{\eta}/2 + \dot{\tilde{\eta}})^T (-M^*(\eta)^{-1} (2C^*(\eta, \dot{\eta}) \dot{\tilde{\eta}} &- C^*(\eta, \hat{\eta}) \dot{\tilde{\eta}})) \leq \\ (\|\tilde{\eta}\|/2 + \|\dot{\tilde{\eta}}\|) M_M^* (2C_M^* \|\dot{\tilde{\eta}}\| \|\dot{\tilde{\eta}}\| &- C_M^* \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2) \leq \\ (\|\tilde{\eta}\|/2 + \|\dot{\tilde{\eta}}\|) (2M_M^* C_M^* V_M \|\dot{\tilde{\eta}}\| &- M_M^* C_M^* \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2) \leq \\ M_M^* C_M^* V_M \|\tilde{\eta}\|^2/4 + 3M_M^* C_M^* V_M \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2 &- \\ (\|\tilde{\eta}\|/2 + \|\dot{\tilde{\eta}}\|) M_M^* C_M^* \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2. \end{aligned} \quad (15)$$

对于阻尼项有

$$\begin{aligned} (\tilde{\eta}/2 + \dot{\tilde{\eta}})^T (-M^*(\eta)^{-1} (D^*(\eta, \dot{\eta}) &- D^*(\eta, \hat{\eta}))) \leq \\ (\|\tilde{\eta}\|/2 + \|\dot{\tilde{\eta}}\|) M_M^* (D_{M1}^* \|\dot{\tilde{\eta}}\| &+ D_{M2}^* \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2) \leq \\ M_M^* D_{M1}^* \|\tilde{\eta}\|^2/8 + 3M_M^* D_{M1}^* \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2/2 &+ \\ (\|\tilde{\eta}\|/2 + \|\dot{\tilde{\eta}}\|) M_M^* D_{M2}^* \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2. \end{aligned} \quad (16)$$

将式 (13), (15), (16) 代入 (14), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) &\leq \\ -(K_{2,\min}/2 - M_M^* C_M^* V_M/4 - M_M^* D_{M1}^*/8) &\|\tilde{\eta}\|^2 - \\ (K_{1,\min} - 1/2 - 3M_M^* C_M^* V_M - 3M_M^* D_{M1}^*/2) &\|\dot{\tilde{\eta}}\|^2 + \\ (M_M^* C_M^*/2 + M_M^* D_{M2}^*/2) \|\tilde{\eta}\| \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2 &+ \\ (M_M^* C_M^* + M_M^* D_{M2}^*) \|\dot{\tilde{\eta}}\| \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2 &\leq -\bar{\alpha}_1 \|\tilde{\eta}\|^2 - \bar{\alpha}_2 \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= K_{2,\min}/2 - M_M^* C_M^* V_M/4 - M_M^* D_{M1}^*/8, \\ \bar{\alpha}_2 &= K_{1,\min} - 1/2 - 3M_M^* C_M^* V_M - 3M_M^* D_{M1}^*/2 - \\ &3M_M^* C_M^* \sqrt{K_{2,\max} + K_{1,\max} \|\tilde{\eta}_0\|^2 + \|\dot{\tilde{\eta}}_0\|^2} - \\ &3M_M^* D_{M2}^* \sqrt{K_{2,\max} + K_{1,\max} \|\tilde{\eta}_0\|^2 + \|\dot{\tilde{\eta}}_0\|^2}. \end{aligned}$$

由式 (17) 可知, 通过选择  $K_1$  和  $K_2$  的特征值, 可以保证在任何时刻都有  $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2 > 0$  成立. 由此可以得到, 存在  $\beta > 0$  使得  $\dot{V}_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) \leq -\beta V_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}})$ , 即观测器局部指数稳定. 而且, 对于任何初始条件, 均能通过调节  $K_1$  和  $K_2$  的特征值使得观测器误差动态局部指数稳定. 根据定义 1, 所设计的非线性观测器是半全局一致指数稳定的.

## 2.2 观测控制器

基于上一节提出的观测器, 应用 Backstepping 方法设计观测控制器. 跟踪目标为定义在大地坐标系中的平滑参考轨迹  $\eta_d, \dot{\eta}_d, \ddot{\eta}_d$  和  $\eta_d$  可以通过轨迹导引方法得到. 因为  $\eta$  含有测量噪声, 跟踪误差可以通过观测器得到的滤波值  $\hat{\eta}$  获得, 而观测器的稳定性保证了  $\hat{\eta} \rightarrow \eta$ , 所以利用  $\hat{\eta} - \eta_d$  代替轨迹跟踪误差.

**Step 1:** 定义误差向量

$$z_1 = \hat{\eta} - \eta_d, \quad (18)$$

从而得到

$$\dot{z}_1 = \dot{\hat{\eta}} - \dot{\eta}_d = \dot{\hat{\eta}} + K_1 \tilde{\eta} - \dot{\eta}_d. \quad (19)$$

选择  $\hat{\eta}$  作为虚拟控制变量, 令  $\xi = \dot{\hat{\eta}} = z_2 + \Phi$ , 其中  $\Phi$  为稳定函数. 令  $\Phi = -C_1 z_1 - D_1 z_1 + \dot{\eta}_d$ , 则有

$$z_1 = -C_1 z_1 - D_1 z_1 + z_2 + K_1 \tilde{\eta}. \quad (20)$$

其中:  $C_1$  为需设计的严格正定反馈增益;  $K_1 = \text{diag}[k_1, k_2, k_3]$ ,  $d_i > 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $D_1$  为正定对角阵, 用来抵消  $K_1 \tilde{\eta}$  的影响, 有

$$D_1 = \text{diag}[d_1 k_1 k_1, d_2 k_2 k_2, d_3 k_3 k_3]. \quad (21)$$

**Step 2:** 将方程  $\xi = \dot{\hat{\eta}} = z_2 + \Phi$  两边同时微分, 得到

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{\xi} - \dot{\Phi} = \dot{\hat{\eta}} - (-C_1 \dot{z}_1 - D_1 \dot{z}_1 + \ddot{\eta}_d) = \\ &- M^*(\eta)^{-1} [C^*(\eta, \dot{\eta}) \dot{\hat{\eta}} + D^*(\eta, \dot{\eta}) - \tau] + \\ (C_1 + D_1) (-C_1 z_1 - D_1 z_1 + z_2 + K_1 \tilde{\eta}) &+ K_2 \tilde{\eta} - \ddot{\eta}_d = \\ -M^*(\eta)^{-1} C^*(\eta, \dot{\eta}) \dot{\hat{\eta}} - M^*(\eta)^{-1} D^*(\eta, \dot{\eta}) &- \\ (C_1 + D_1)^2 z_1 + (C_1 + D_1) (z_2 + K_1 \tilde{\eta}) &+ K_2 \tilde{\eta} + \\ M^*(\eta)^{-1} \tau - \ddot{\eta}_d. \end{aligned} \quad (22)$$

选择控制器的输入, 令

$$\begin{aligned} \tau &= C^*(\eta, \dot{\eta}) \dot{\hat{\eta}} + D^*(\eta, \dot{\eta}) + M^*(\eta) (C_1 + D_1)^2 z_1 - \\ &M^*(\eta) (C_1 + D_1) z_2 + M^*(\eta) \ddot{\eta}_d - \\ &M^*(\eta) (C_2 z_2 + D_2 z_2 + z_1), \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $C_2$  为严格正定控制增益矩阵. 将式(23)代入(22), 有

$$\dot{z}_2 = -C_2 z_2 - D_2 z_2 - z_1 + \Gamma \tilde{\eta}. \quad (24)$$

其中

$$\Gamma = [(C_1 + D_1)K_1 + K_2] = \text{diag}[l_1, l_2, l_3];$$

$$D_2 = \text{diag}[d_4 l_1 l_1, d_5 l_2 l_2, d_6 l_3 l_3], \quad d_i > 0, \quad i = 3, 4, 5.$$

由此得到观测控制器为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}} &= \hat{\eta} + K_1 \tilde{\eta}, \\ \dot{\hat{\eta}} &= -M^*(\eta)^{-1}[C^*(\eta, \hat{\eta})\dot{\hat{\eta}} + D^*(\eta, \hat{\eta}) - \tau] + K_2 \tilde{\eta}, \\ \tau &= C^*(\eta, \hat{\eta})\dot{\hat{\eta}} + D^*(\eta, \hat{\eta}) + M^*(\eta)(C_1 + \\ & D_1)^2 z_1 - M^*(\eta)(C_1 + D_1)z_2 + M^*(\eta)\dot{\eta}_d - \\ & M^*(\eta)(C_2 z_2 + D_2 z_2 + z_1). \end{aligned} \quad (25)$$

**定理 1** 对于同时含有科里奥利力向心力和非线性阻尼的船舶数学模型, 在假设 1 和假设 2 成立的情况下, 观测控制器(25)可以使得系统的跟踪误差半全局一致指数收敛到零.

**证明** 整个闭环系统的误差动态可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -C_1 z_1 - D_1 z_1 + z_2 + K_1 \tilde{\eta}, \\ \dot{z}_2 &= -C_2 z_2 - D_2 z_2 - z_1 + \Gamma \tilde{\eta}, \quad \dot{\hat{\eta}} = \hat{\eta} - \tilde{\eta}, \\ \ddot{\eta} &= -M^*(\eta)^{-1}[C^*(\eta, \hat{\eta})\dot{\hat{\eta}} - C^*(\eta, \hat{\eta})\dot{\eta}] - \\ & M^*(\eta)^{-1}[D^*(\eta, \hat{\eta}) - D^*(\eta, \hat{\eta})] - K_2 \tilde{\eta} - K_1 \dot{\tilde{\eta}}. \end{aligned} \quad (26)$$

令  $z = [z_1, z_2]^T$ , 选择如下形式的候选 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(z, \tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) &= \\ & \frac{1}{2} z^T z + \frac{1}{2} \tilde{\eta}^T \left( K_2 + \frac{1}{2} K_1 \right) \tilde{\eta} + \frac{1}{2} \dot{\tilde{\eta}}^T \tilde{\eta} + \frac{1}{2} \dot{\tilde{\eta}}^T \dot{\tilde{\eta}} = \\ & z^T z / 2 + V_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}). \end{aligned} \quad (27)$$

由式(13)易证  $V(z, \tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) > 0, \forall z, \tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}} \neq 0$ . 根据式(17)有

$$\begin{aligned} \dot{V}(z, \tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) &= z^T \dot{z} + \dot{V}_0(\tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) \leq z^T \dot{z} - \tilde{\eta}^T \alpha_1 \tilde{\eta} - \dot{\tilde{\eta}}^T \alpha_2 \dot{\tilde{\eta}} \leq \\ & z^T \dot{z} - \tilde{\eta}^T (\alpha_1 - 1/4P) \tilde{\eta} - \dot{\tilde{\eta}}^T \alpha_2 \dot{\tilde{\eta}} - \tilde{\eta}^T P \tilde{\eta} / 4 \leq \\ & -z_1^T C_1 z_1 - z_2^T C_2 z_2 - \tilde{\eta}^T (\alpha_1 - P/4) \tilde{\eta} - \dot{\tilde{\eta}}^T \alpha_2 \dot{\tilde{\eta}} + \Delta. \end{aligned} \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta &= -z_1^T D_1 z_1 - z_2^T D_2 z_2 + z_2^T [(C_1 + \\ & D_1)K_1 + K_2] \tilde{\eta} + z_1^T K_1 \tilde{\eta} - \tilde{\eta}^T P \tilde{\eta} / 4, \\ P &= \text{diag} \left[ \sum_{i=1}^6 \frac{1}{d_i}, \sum_{i=1}^6 \frac{1}{d_i}, \sum_{i=1}^6 \frac{1}{d_i} \right], \\ z_1 &= [z_1, z_2, z_3]^T, \quad z_2 = [z_4, z_5, z_6]^T. \end{aligned}$$

易证  $\Delta \leq 0$ , 由此可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(z, \tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) &\leq \\ & -z_1^T C_1 z_1 - z_2^T C_2 z_2 - \tilde{\eta}^T (\alpha_1 - P/4) \tilde{\eta} - \dot{\tilde{\eta}}^T \alpha_2 \dot{\tilde{\eta}} \leq \\ & -\lambda_{\max}(C) \|z\|^2 - \lambda_{\max}(\alpha_1 - P/4) \|\tilde{\eta}\|^2 - \\ & \lambda_{\max}(\alpha_2) \|\dot{\tilde{\eta}}\|^2. \end{aligned} \quad (29)$$

由式(29)可知, 若选择合适的  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  使得  $\alpha_1 - P/4$  和  $\alpha_2$  的特征值均为正数, 则在任何情况下能找到  $\beta > 0$ , 通过增益调节使得如下不等式成立:

$$\dot{V}(z, \tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}) \leq -\beta V(z, \tilde{\eta}, \dot{\tilde{\eta}}). \quad (30)$$

所以, 整个闭环系统的误差动态是局部指数稳定的. 对于任意初始条件均能通过选择合适的增益, 保证  $C, \alpha_1 - P/4$  和  $\alpha_2$  的特征值为正数, 且系统的误差动态局部指数稳定, 与时间无关. 由定义 1 可知, 所设计的观测控制器半全局一致指数稳定.  $\square$

### 3 仿真分析

仿真时使用的某缩尺度动力定位船舶模型参数如下<sup>[9]</sup>:

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} 25.8 & 0 & 0 \\ 0 & 33.8 & 1.0115 \\ 0 & 1.0115 & 2.76 \end{bmatrix}, \\ C(v) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -33.8v - 1.0115r \\ 0 & 0 & 25.8u \\ 33.8v + 1.0115r & -25.8u & 0 \end{bmatrix}, \\ D(v) &= \begin{bmatrix} 0.72 + 1.33|u| & 0 & 0 \\ 0 & 0.86 + 36.28|v| & -0.11 \\ 0 & -0.11 - 5.04|v| & 0.5 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

为了验证观测控制器的控制效果, 令船舶跟踪椭圆形参考轨迹  $\eta_d(\theta)$ ,  $\eta_d(\theta)$  的参数化形式为

$$\begin{aligned} \eta_d(\theta) &= [n_d(\theta) \quad e_d(\theta) \quad \psi_d(\theta)]^T = \\ & [n + a \cos \theta \quad e + b \sin \theta \quad \text{atan}(\dot{e}_d(\theta)/\dot{n}_d(\theta))]^T. \end{aligned} \quad (31)$$

注意到, 对于动力定位船舶, 式(31)中的参考艏向  $\psi_d(\theta)$  可以在跟踪过程中根据需要设定. 参数  $\theta$  与时间有如下关系:

$$\dot{\theta} = \frac{u_d}{\sqrt{\left(\frac{\partial n_d}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial e_d}{\partial \theta}\right)^2}}. \quad (32)$$

仿真时设定观测控制器的增益分别为

$$K_1 = \text{diag}[15, 15, 15], \quad K_2 = \text{diag}[60, 60, 60],$$

$$C_1 = \text{diag}[0.3, 0.2, 0.25], \quad C_2 = \text{diag}[5, 3, 4],$$

$$D_1 = \text{diag}[1, 1, 1], \quad D_2 = \text{diag}[1, 1, 1].$$

设定动力定位船舶沿椭圆跟踪运动的参考速度为  $u_d = 0.2 \text{ m/s}$ . 为了清楚地给出所设计控制方法的性能, 仿真中采用动力定位船舶定艏向的轨迹跟踪方式, 即将  $\psi_d(\theta)$  设为定值. 在无环境干扰的理想条件下, 船

船跟踪情况如图 1 所示. 图 1 中, 点线为根据式 (31) 设定船舶的跟踪轨迹, 实线为在所设计观测控制器控制下的船舶轨迹跟踪运动曲线.

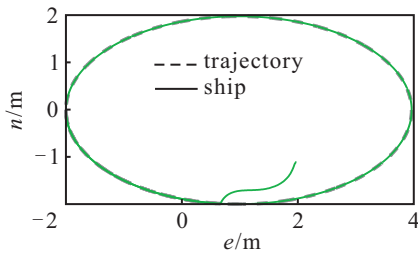
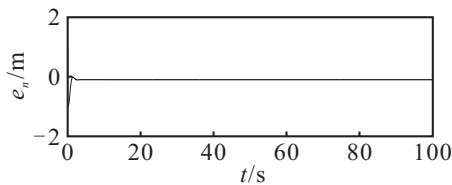
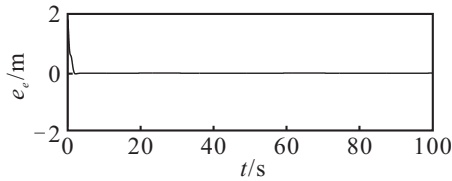


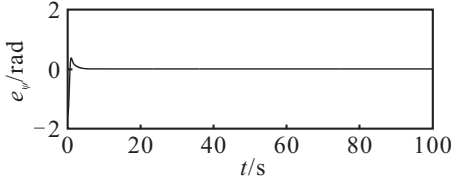
图 1 船舶跟踪过程中运动曲线



(a) 北向位置偏差

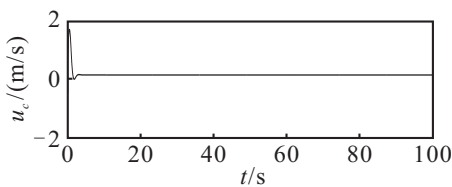


(b) 东向位置偏差

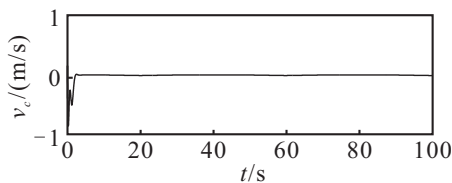


(c) 艏向位置偏差

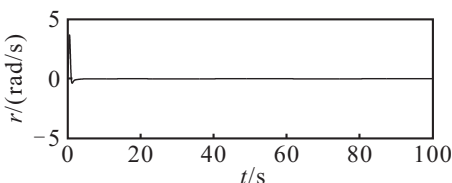
图 2 偏差曲线



(a) 船舶沿运动轨迹的切向速度



(b) 船舶沿运动轨迹的法向速度



(c) 船舶转艏角速度

图 3 速度响应

仿真过程中, 船舶位置偏差曲线如图 2 所示, 可以看出, 随着仿真过程中参考轨迹的给出, 船舶可以快速地跟踪设定位置和艏向, 偏差呈指数衰减. 跟踪过程中船舶速度变化曲线如图 3 所示. 为了清楚地呈现跟踪效果, 仿真中将船体坐标系下船舶跟踪过程的纵向速度  $u$  和横向速度  $v$  进行坐标变换, 将它们转换为沿椭圆轨迹切向的速度  $u_c$  和沿法向的速度  $v_c$ . 由图 3 可见, 动力定位船舶沿参考轨迹运动的切向速度快速收敛到设定值  $u_d$ .

由图 1~图 3 可知, 在所设计观测控制器的控制下, 动力定位船舶能够准确跟踪设定的参考轨迹, 控制精度较高, 响应速度较快, 位置和艏向偏差很快收敛到零, 运动速度也准确收敛到给定值.

## 4 结 论

与通用的动力定位船舶控制器设计方法不同, 本文建立了大地坐标系中的船舶非线性数学模型, 在同时考虑科里奥利向心力和非线性阻尼的影响下, 对只有位置和艏向可测量的动力定位船舶, 提出了具有半全局一致指数稳定性的观测控制器, 并应用 Lyapunov 方法证明了其稳定性, 解决了在船体坐标系中同时考虑科里奥利向心力和非线性阻尼这两个非线性因素的影响时, 无法保证稳定性的船舶轨迹跟踪控制问题. 通过仿真验证了系统的稳定性, 很好地支持了理论分析得到的结果. 理论分析与仿真结果都表明, 所设计的观测控制器能够控制动力定位船舶以设定速度快速准确地跟踪设定轨迹.

## 参考文献(References)

- [1] 李铁山, 杨盐生, 洪碧光, 等. 船舶航迹控制鲁棒自适应模糊设计[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 445-448.  
(Li T S, Yang Y S, Hong B G, et al. Robust adaptive fuzzy design for ships track-keeping control[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(3): 445-448.)
- [2] 周岗, 姚琼荟, 陈永冰, 等. 基于输入输出线性化的船舶全局直线航迹控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 117-121.  
(Zhou G, Yao Q H, Chen Y B, et al. Global straight-line tracking control of ships based on input-output linearization[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(1): 117-121.)
- [3] Fossen T I. Marine control systems: Guidance, navigation and control of ships, rigs and underwater vehicles[M]. Norway: Marine Cybernetics, 2002: 389-448.
- [4] 边信黔, 付明玉, 王元慧. 船舶动力定位[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 155-312.  
(Bian X Q, Fu M Y, Wang Y H. Dynamic positioning of vessels[M]. Beijing: Science Press, 2011: 155-312.)

(下转第929页)