

文章编号: 1001-0920(2013)05-0664-07

轮子纵向打滑条件下的移动机器人自适应跟踪控制

崔明月^a, 孙棣华^{a,b}, 李永福^a, 刘卫宁^b

(重庆大学 a. 自动化学院, b. 信息物理社会可信服务计算教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘要: 针对纵向滑动参数未知的轮式移动机器人的轨迹跟踪问题, 提出一种自适应跟踪控制策略. 利用两个未知参数来描述移动机器人左右轮的纵向打滑程度, 建立了产生纵向滑动的差分驱动轮式移动机器人的运动学模型; 设计了补偿纵向滑动的自适应非线性反馈控制律; 应用 Lyapunov 稳定性理论与 Barbalat 定理证明了闭环系统的稳定性; 同时, 提出了一种由极点配置方法在线调整控制器增益的方法. 仿真结果验证了所提出控制方法的有效性.

关键词: 轮式移动机器人; 运动学模型; 纵向打滑; 自适应控制; 反演技术

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Adaptive tracking control of wheeled mobile robots in presence of longitudinal slipping

CUI Ming-yue^a, SUN Di-hua^{a,b}, LI Yong-fu^a, LIU Wei-ning^b

(a. College of Automation, b. Key Laboratory of Dependable Service Computing in Cyber Physical Society of Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China. Correspondent: CUI Ming-yue, E-mail: cuiminyue@sina.com)

Abstract: Based on wheeled mobile robots with unknown longitudinal slip parameters, an adaptive control strategy for a tracked mobile robot is presented, in which the longitudinal slip of the left and right wheels are described by two unknown parameters. It is assumed that the kinematic model of the tracked robot is approximated by the one of a differential wheeled mobile robot. An adaptive nonlinear feedback control law that compensates for the longitudinal slip is proposed to achieve a given trajectory tracking objective. The asymptotic stability of the close-loop system is ensured by using an appropriate Lyapunov function. The controller gains are determined online by using poles placement method. Numerical results show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: wheeled mobile robot; kinematic model; longitudinal slip; adaptive control; backstepping technique

0 引言

过去 10 年来, 由于轮式移动机器人的控制具有非完整约束的性质, 一直是移动机器人控制研究的热点. 许多研究者用非线性的控制方法设计了非完整移动机器人的跟踪与镇定的控制器, 如滑模控制^[1-4]、自适应控制^[5-8]、反演控制^[9-12]、基于神经网络^[13-15]与模糊系统^[16-17]的智能控制.

先前几乎所有的文献都假定被控的轮式移动机器人满足非完整约束的假设^[1-17]. 轮式移动机器人的非完整约束来源于移动机器人满足“纯滚动无滑动”的假设. 然而, 在移动机器人的实际环境工作中, 由于道路湿滑、结冰和快速转弯等原因, 不可避免地

会产生滑动, 破坏非完整约束. 为了解决这个问题, 研究考虑打滑因素的移动机器人的控制方法是必要的^[18-19]. 当前, WANG 等^[20]提出了两个轮子都发生纵向与侧向滑动的轮式移动机器人的模型, 并且按照移动机器人的可操作性测试了其能控性. 他们还提出了考虑了打滑的移动机器人的路径跟随与轨迹跟踪的控制方法^[21-22]. 文献 [23] 研究了轮子发生纵向打滑的移动机器人的轨迹跟踪控制问题, 首先将移动机器人的非线性模型转换为时变的线性模型, 应用 LMI 方法设计了轨迹跟踪控制器. 文献 [24] 研究了考虑打滑因素的轮式移动机器人的跟踪控制问题, 基于近似的离散机器人运动学模型, 设计了离散时间的滑模控制器.

收稿日期: 2012-01-12; 修回日期: 2012-04-10.

基金项目: 重庆市科技攻关计划项目(CSTC,2011AB2052); 重庆市自然科学基金项目(CSTC,2012JJB40002); 教育部博士点基金项目(20090191110022).

作者简介: 崔明月(1974—), 男, 博士生, 从事移动机器人控制的研究; 孙棣华(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、智能交通系统等研究.

但是, 这些研究都假定传感器(如GPS)可以实时地直接检测到移动机器人的轮子打滑信息, 即滑动参数都是已知的, 这在轮式移动机器人的工程实际中往往不易实现. 因此, 研究轮子打滑状况不能直接检测的移动机器人的运动控制是十分必要的.

基于此, 本文主要研究纵向滑动参数未知条件下轮式移动机器人轨迹跟踪控制问题. 首先建立轮子产生纵向滑动时的移动机器人运动学模型, 利用Backstepping技术与Lyapunov直接法设计轮式移动机器人的轨迹跟踪控制器与未知滑动参数的自适应更新律, 运用Lyapunov稳定性理论分析闭环系统的稳定性, 采用极点配置的方法设计控制器增益在线调整算法.

1 数学模型的建立

差分驱动移动机器人的运动示意图如图1所示, 两个前轮为独立驱动轮, 各采用一台直流伺服电机独立驱动, 通过调节各自的输入电压以实现两前轮的速度差, 达到调整车体与跟踪轨迹的位置关系. 移动机器人的后轮为随动轮, 仅起支撑车体的作用, 而无导向作用.

为了描述移动机器人的运动, 定义一个固定的参考坐标系 $F_1(X, Y)$ 和以移动机器人的几何中心 O 为坐标原点的移动坐标系 $F_2(x_m, y_m)$.

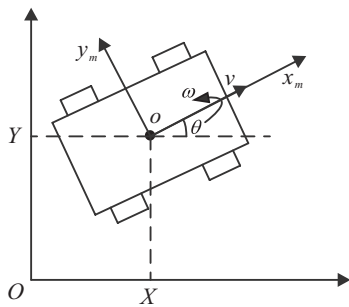


图1 两轮独立驱动的移动机器人运动示意图

轮子不打滑情况下, 轮式移动机器人左右驱动轮的线速度为

$$v_L = r\omega_L, v_R = r\omega_R. \quad (1)$$

其中: ω_L 和 ω_R 为左右驱动轮的角速度, r 为轮子半径. 假设只有驱动轮发生纵向滑动情况下, 左右轮的滑动率如下^[23]:

$$i_L = \frac{r\omega_L - v_L^s}{r\omega_L}, i_R = \frac{r\omega_R - v_R^s}{r\omega_R}. \quad (2)$$

v_L^s 和 v_R^s 为驱动轮子发生纵向打滑时, 左右轮相对于地面的线速度.

注1 $i_L = i = 1$ 表示轮子发生完全打滑, 此时机器人处于不可控状态, 在此不予考虑. 由式(2)可得左右驱动轮打滑时的线速度为

$$v_L^s = r\omega_L(1 - i_L), v_R^s = r\omega_R(1 - i_R). \quad (3)$$

在坐标系 $F_1(X, Y)$ 中, 驱动轮不打滑时的轮式移动机器人的运动学模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中: v 为机器人前进的线速度, ω 为机器人本体绕几何中心的角速度, θ 为机器人的方向角(机器人前进方向与 X 轴正向的夹角).

在移动坐标系 $F_2(x_m, y_m)$ 中, 纵向打滑时的轮式移动机器人运动学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_m &= \frac{r[\omega_L(1 - i_L) + \omega_R(1 - i_R)]}{2}, \\ \dot{y}_m &= 0, \\ \dot{\theta} &= \frac{r[\omega_R(1 - i_R) - \omega_L(1 - i_L)]}{b}. \end{aligned} \quad (5)$$

如图1所示, 由坐标系 $F_2(x_m, y_m)$ 到 $F_1(X, Y)$ 的坐标旋转变换为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix}. \quad (6)$$

由式(5)和(6)可得坐标系 $F_1(X, Y)$ 中, 驱动轮打滑条件下的移动机器人动态特性方程为^[23]

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \frac{v_L(1 - i_L) + v_R(1 - i_R)}{2} \cos \theta, \\ \dot{Y} &= \frac{v_L(1 - i_L) + v_R(1 - i_R)}{2} \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{v_R(1 - i_R) - v_L(1 - i_L)}{b}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $[X, Y, \theta]^T$ 为机器人的位姿, b 为机器人两驱动轮之间的距离, v_L 和 v_R 为左右轮的线速度.

2 数学模型的建立

2.1 轨迹跟踪的位姿误差动态模型

假设两个驱动轮与地面间纯滚动而无滑动, 机器人的质心与运动几何中心重合, 移动机器人的运动学方程可用式(4)表示, 实际的机器人位姿 $p = [X, Y, \theta]^T$ 由式(4)决定. 定义期望的位置与方向 $p_r = [X_r, Y_r, \theta_r]^T$, 即参考位姿, 满足如下运动学方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{Y}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & 0 \\ \sin \theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix}. \quad (8)$$

其中: v_r 为机器人前进的参考线速度, ω_r 为机器人本体绕几何中心的参考角速度.

在坐标系 $F_1(X, Y)$ 中, 移动机器人的轨迹跟踪误差方程为

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r - X \\ Y_r - Y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中 e_1, e_2, e_3 分别是移动机器人的纵向误差、侧向误差、方向误差, 它们在坐标系 $F_1(X, Y)$ 中的布置如图

2 所示。

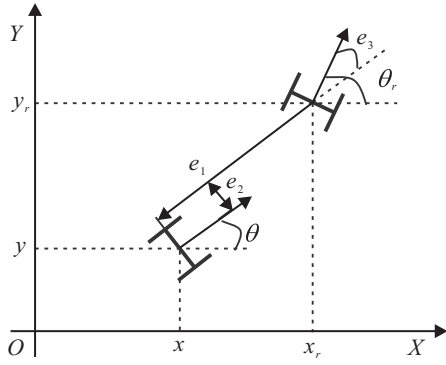


图 2 移动机器人位姿误差坐标示意图

定义机器人跟踪误差向量 $e = [e_1, e_2, e_3]^T$, 则有如下误差微分方程^[8]:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega e_2 + v_r \cos e_3 - v \\ -\omega e_1 + v_r \sin e_3 \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix}. \quad (10)$$

2.2 自适应跟踪控制器的设计

本文研究的目的是设计一个自适应轨迹跟踪控制器, 使得移动机器人的驱动轮与地面发生纵向滑动时的机器人位姿满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (p - p_r) = 0. \quad (11)$$

在驱动轮不打滑情况下, 利用 Backstepping 方法, 可以选择用于跟踪的速度控制为^[25]

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 + k_1 e_1 \\ \omega_r + k_2 v_r e_2 + k_3 \sin e_3 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中 k_1, k_2, k_3 为可调的正常数. 驱动轮发生纵向滑动时, 辅助控制输入 $[v, \omega]^T$ 与实际控制输入 $[\omega_L, \omega_R]^T$ 之间的关系为

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r(1-i_L)\omega_L + r(1-i_R)\omega_R}{2} \\ -\frac{r(1-i_L)\omega_L + r(1-i_R)\omega_R}{b} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中

$$T = r \begin{bmatrix} \frac{1-i_L}{2} & \frac{1-i_R}{2} \\ -\frac{(1-i_L)}{b} & \frac{1-i_R}{b} \end{bmatrix},$$

可知 T 是非奇异的. 由式 (13) 可得

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \frac{1}{1-i_L} & -\frac{b}{2(1-i_L)} \\ \frac{1}{1-i_R} & \frac{b}{2(1-i_R)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (14)$$

如果式 (14) 中的滑动参数 i_L 和 i_R 是未知的, 则无法直接运用式 (12) 和 (14) 计算控制输入 ω_L 和 ω_R . 因此, 需要设计更新律来在线估计 i_L 和 i_R 的值. 设 \hat{i}_L

和 \hat{i}_R 分别是 i_L 和 i_R 的估计值, 由式 (14) 可得

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\hat{i}_L} & -\frac{b}{2(1-\hat{i}_L)} \\ \frac{1}{1-\hat{i}_R} & \frac{b}{2(1-\hat{i}_R)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (15)$$

定义移动机器人左右驱动轮的滑动率的估计误差 $\tilde{i}_L = \hat{i}_L - i_L, \tilde{i}_R = \hat{i}_R - i_R$. 为了简单起见, 重新定义滑动参数

$$a_k = \frac{1}{1-i_k}, \quad k = L, R. \quad (16)$$

若定义 \hat{a}_k 是 a_k 的估计值, 有 $\tilde{a}_k = \frac{1}{1-\hat{i}_k}, \hat{a}_k = \frac{1}{1-\hat{i}_k}, \tilde{a}_k = \hat{a}_k - a_k, k = L, R$, 则式 (15) 可写为

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \hat{a}_L & -\frac{b\hat{a}_L}{2} \\ \hat{a}_R & \frac{b\hat{a}_R}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (17)$$

为了便于推导未知滑动参数 a_L 和 a_R 的自适应律, 根据式 (10)、(12)、(16) 可将移动机器人系统误差动态方程 (10) 表示为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \frac{a_L + \tilde{a}_L}{a_L} \left[-\left(\frac{e_2 v}{b} + \frac{v}{2}\right) + \left(\frac{e_2 \omega}{2} + \frac{b\omega}{4}\right) \right] + \\ &\quad \frac{a_R + \tilde{a}_R}{a_R} \left[\left(\frac{e_2 v}{b} - \frac{v}{2}\right) + \left(\frac{e_2 \omega}{2} - \frac{b\omega}{4}\right) \right] + \\ &\quad v_r \cos e_3, \\ \dot{e}_2 &= \frac{a_L + \tilde{a}_L}{a_L} \left(\frac{e_1 v}{b} - \frac{e_1 \omega}{2} \right) - \\ &\quad \frac{a_R + \tilde{a}_R}{a_R} \left(\frac{e_1 v}{b} + \frac{e_1 \omega}{2} \right) + v_r \sin e_3, \\ \dot{e}_3 &= \omega_r + \frac{a_L + \tilde{a}_L}{a_L} \left(\frac{v}{b} - \frac{\omega}{2} \right) - \\ &\quad \frac{a_R + \tilde{a}_R}{a_R} \left(\frac{v}{b} + \frac{\omega}{2} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

为设计未知滑动参数 a_L 和 a_R 的自适应更新律, 选取 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + \frac{1 - \cos e_3}{k_2} + \frac{\tilde{a}_L^2}{2\rho_1 a_L} + \frac{\tilde{a}_R^2}{2\rho_2 a_R}, \quad (19)$$

式中 ρ_1, ρ_2, k_2 为正常数. 对式 (19) 两边对时间求导得

$$\dot{V}(t) = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \dot{e}_3 \frac{\sin e_3}{k_2} + \frac{\tilde{a}_L \dot{\tilde{a}}_L}{\rho_1 a_L} + \frac{\tilde{a}_R \dot{\tilde{a}}_R}{\rho_2 a_R}. \quad (20)$$

将式 (12)、(18) 代入式 (20), 并整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -k_1 e_1^2 - \frac{k_3}{k_2} \sin^2 e_3 + \frac{\tilde{a}_L}{a_L} \left[\frac{\dot{\tilde{a}}_L}{\rho_1} + \frac{be_1 \omega}{4} + \right. \\ &\quad \left. \frac{e_1 e_2 \omega}{2} - \frac{e_1 v}{2} - \frac{e_1 e_2 v}{b} + \frac{\sin e_3}{k_2} \left(\frac{v}{b} - \frac{\omega}{2} \right) \right] + \\ &\quad \frac{\tilde{a}_R}{a_R} \left[\frac{\dot{\tilde{a}}_R}{\rho_2} - \frac{be_1 \omega}{4} + \frac{e_1 e_2 \omega}{2} - \frac{e_1 v}{2} + \frac{e_1 e_2 v}{b} - \right. \\ &\quad \left. \frac{\sin e_3}{k_2} \left(\frac{v}{b} + \frac{\omega}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

为使 $\dot{V}(t) \leq 0$, 滑动参数 a_L 和 a_R 自适应律可取为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}_L &= \rho_1 \left[\left(\frac{e_2}{b} + \frac{1}{2} \right) e_1 v - \left(\frac{e_2}{2} + \frac{b}{4} \right) e_1 \omega - \frac{\sin e_3}{k_2} \left(\frac{v}{b} - \frac{\omega}{2} \right) \right], \\ \dot{\hat{a}}_R &= \rho_2 \left[- \left(\frac{e_2}{b} - \frac{1}{2} \right) e_1 v - \left(\frac{e_2}{2} - \frac{b}{4} \right) e_1 \omega + \frac{\sin e_3}{k_2} \left(\frac{v}{b} + \frac{\omega}{2} \right) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

此时, 有

$$\dot{V}(t) = -k_1 e_1^2 - \frac{k_3}{k_2} \sin^2 e_3 \leq 0. \quad (23)$$

由上面的分析可知, 移动机器人轨迹跟踪的闭环控制系统原理可用图3表示。

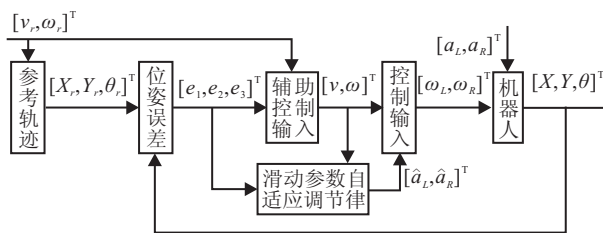


图3 移动机器人轨迹跟踪控制原理

3 稳定性分析

定理1 驱动轮滑动参数 i_L 和 i_R 未知的轮式移动机器人的运动学模型(7), 在控制输入(12)与滑动参数自适应律(22)的作用下, 闭环受控的移动机器人系统的轨迹跟踪误差是渐近稳定收敛到零的。

证明 选取如式(19)所示的Lyapunov函数

$$V(t) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + \frac{1 - \cos e_3}{k_2} + \frac{\tilde{a}_L^2}{2\rho_1 a_L} + \frac{\tilde{a}_R^2}{2\rho_2 a_R},$$

定义一个区域 $D = \{e \in \mathbf{R}^3 | -\pi < e_3 < \pi\}$, 在区域 $D = \{e \in \mathbf{R}^3 | -\pi < e_3 < \pi, e_3 \neq 0\}$ 内, 有 $V(t) > 0$. 由前面的分析可知, 系统在满足误差动态方程(18)与滑动参数 a_L 和 a_R 的自适应律(22)的条件下, 在区域 D 内, 有

$$\dot{V}(t) = -k_1 e_1^2 - \frac{k_3}{k_2} \sin^2 e_3 \leq 0. \quad (24)$$

在 $t \in [0, \infty)$, $V(t)$ 是单调非递增函数, 所以

$$V(t) \leq V(0), \quad \forall t \geq 0, \quad (25)$$

即在 $t \in [0, \infty)$, $V(t)$ 是有界的. 由式(19)可知, 当 $t \in [0, \infty)$ 时, $e_1, e_2, \tilde{a}_L, \tilde{a}_R$ 亦有界. 假设机器人的参考速度 v_r 与 ω_r 是有界的, 由式(12)可知, 辅助控制输入 $\eta = [v, \omega]^T$ 是有界的; 由式(10)知, $\dot{e} = [\dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3]^T$ 是有界的. 因为

$$\ddot{V}(t) = -2k_1 e_1 \dot{e}_1 - \frac{2k_3}{k_2} \dot{e}_3 \sin e_3 \cos e_3 \quad (26)$$

有界, 所以 $\dot{V}(t)$ 是一致连续的, 由Barbalat引理^[26]知, $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{V}(t) \rightarrow 0$. 由式(24)可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 在区域 $D = \{e \in \mathbf{R}^3 | -\pi < e_3 < \pi\}$ 内, 有 $e_1 \rightarrow 0, e_3 \rightarrow 0$.

下面证明当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_2 \rightarrow 0$. 由式(10)和(12)可知

$$\dot{e}_3 = -k_2 v_r e_2 - k_3 \sin e_3, \quad (27)$$

将式(27)对时间求导, 得

$$\ddot{e}_3 = -k_2 v_r \dot{e}_2 - k_3 \dot{e}_3 \cos e_3. \quad (28)$$

由式(10)可知 \dot{e}_2 和 \dot{e}_3 是有界的. 假定机器人参考线速度 v_r 是一个有限值, 则 \ddot{e}_3 是有界的, 即 $\ddot{e}_3 \in L_\infty$, 所以 \dot{e}_3 是一致连续的. 由前面分析可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_2 \rightarrow 0$; 由Barbalat引理可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\dot{e}_3 \rightarrow 0$; 由式(27)可知 $-k_2 v_r e_2 \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$, 因为 $v_r > 0$, 所以当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $e_2 \rightarrow 0$.

综上所述, 平衡点 $[e_1, e_2, e_3]^T = [0, 0, 0]^T$ 是一致渐近稳定的. 移动机器人任意的位姿 $p = [X, Y, \theta]^T$ 能渐近收敛到参考位姿 $p_r = [X_r, Y_r, \theta_r]^T$, 从而实现移动机器人跟踪控制的目标. \square

4 控制参数对系统的影响分析与计算

4.1 控制参数对系统控制性能的影响分析

受控的移动机器人在参考轨迹附近的阻尼比 ξ 由系统的极点分布所决定, 所以可以通过分析闭环系统的极点分布来研究受控的机器人系统的暂态响应. 只要将闭环系统的极点配置在 s 左半平面不超过 $\pm 45^\circ$ 的范围 $\xi \leq \cos 45^\circ$, 即 $\xi \geq 0.707$, 则系统的误差曲线将几乎无超调和振荡.

定义移动机器人的系统误差向量 $e = [e_1, e_2, e_3]^T$, 根据非线性系统的线性近似理论, 将控制输入(12)代入开环系统误差方程(10), 可得闭环系统误差动态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 e_1 + (\omega_r + k_2 v_r e_2 + k_3 \sin e_3) e_2 \\ -(\omega_r + k_2 v_r e_2 + k_3 \sin e_3) e_1 + v_r \sin e_3 \\ -k_2 v_r e_2 - k_3 \sin e_3 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

在平衡点 $[e_1, e_2, e_3]^T = [0, 0, 0]^T$ 的邻域内用一阶Taylor公式展开, 受控的闭环机器人系统在平衡点 $[e_1, e_2, e_3]^T = [0, 0, 0]^T$ 邻域内的局部动态过程可用如下线性化的近似误差动态模型表示为:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & v_r \\ 0 & -k_2 v_r & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

由Lyapunov稳定性理论可知, 式(30)所表示的线性化的系统与原非线性系统(29)在平衡点 $[e_1, e_2, e_3]^T = [0, 0, 0]^T$ 的邻域内具有相似的稳定特性, 故可以用线性系统的相关理论分析系统的稳定性.

线性系统(30)的特征方程为

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0. \quad (31)$$

其中: $a_3 = 1$, $a_2 = k_1 + k_3$, $a_1 = k_1 k_3 + k_2 v_r^2 + \omega_r^2$, $a_0 = k_1 k_2 v_r^2 + k_3 \omega_r^2$. 可以验证特征多项式的系数 a_i ($i = 0, 1, 2, 3$) 满足下面的条件:

$$a_i > 0, i = 0, 1, 2, 3, a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \quad (32)$$

由Routh-Hurwitz稳定性判据可知, 式(30)的系统矩阵的所有特征值均具有负实部, 因此, 线性系统(30)在平衡点 $[e_1, e_2, e_3]^T = [0, 0, 0]^T$ 附近是局部渐近稳定的. 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 无论控制参数 k_1, k_2, k_3 如何调整, 移动机器人在参考轨迹附近系统误差 $e = [e_1, e_2, e_3]^T$ 都会渐近收敛到 $e = [0, 0, 0]^T$.

4.2 控制参数的在线整定

常规的控制参数整定方法是在实验过程中反复试凑, 这样不仅费时, 而且准确性不能保证, 实时性较差. 基于此, 本文提出基于线性化模型极点配置的控制参数在线计算方法.

这里采用极点配置的策略, 若 ξ 为系统的阻尼比, ω_n 为系统的自然角频率, 则选择机器人受控系统的期望的极点为 $s_1 = -2\xi\omega_n$, $s_2, s_3 = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$, 机器人系统的期望闭环特征多项式可表示为

$$(s + 2\xi\omega_n)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2). \quad (33)$$

其中: $\xi \in (0, 1)$ 为系统的阻尼比, ω_n 为系统的自然角频率, 均为正的常数. 式(30)中的系统矩阵 A_q 的特征多项式为

$$\begin{aligned} \det(sI - A_q) = & s^3 + (k_1 + k_3)s^2 + (k_1 k_3 + k_2 v_r^2 + \omega_r^2)s + \\ & k_1 k_2 v_r^2 + k_3 \omega_r^2. \end{aligned} \quad (34)$$

比较式(33)和(34), 可得

$$\begin{aligned} k_1 + k_3 &= 4\xi\omega_n, \quad k_1 k_2 v_r^2 + k_3 \omega_r^2 = 2\xi\omega_n^3, \\ k_1 k_3 + k_2 v_r^2 + \omega_r^2 &= 4\xi^2\omega_n^2 + \omega_n^2. \end{aligned} \quad (35)$$

解方程(35), 得

$$k_1 = 2\xi\omega_n, \quad k_2 = \frac{\omega_n^2 - \omega_r^2}{v_r^2}, \quad k_3 = 2\xi\omega_n, \quad (36)$$

其中 ω_n 应满足 $\omega_n > \omega_{r \max}$, $\omega_{r \max}$ 为机器人车体的最大角速度. 在式(36)中, 当 $v_r \rightarrow 0$ 时, $k_2 \rightarrow \infty$. 为避免该情况发生, 由文献[27], 选择 $\omega_n = \sqrt{\omega_r^2 + \lambda v_r^2}$, $\lambda > 0$ 为常数, 控制参数可变为

$$\begin{aligned} k_1 &= 2\xi\sqrt{\omega_r^2 + \lambda v_r^2}, \quad k_2 = \lambda, \\ k_3 &= 2\xi\sqrt{\omega_r^2 + \lambda v_r^2}. \end{aligned} \quad (37)$$

由于控制系统的阻尼比 ξ 决定了系统的动态性能, 根据控制的要求事先确定阻尼比 ξ , 只需调整 λ 即可, 这样便简化了控制参数的整定过程. 若针对时变的参考速度 v_r 和 ω_r , 则可以实现控制参数 k_1, k_2, k_3 的实时在线整定, 提高控制器的实时性与自适应性.

5 仿真实验

为了验证前文所提出的驱动轮打滑的移动机器人自适应跟踪控制算法的正确性, 选择直线与圆形两种路径参考轨迹进行跟踪控制. 仿真机器人系统的物理参数 $b = 0.5 \text{ m}$, $r = 0.125 \text{ m}$. 自适应跟踪控制器的参数经过反复试验和比较选择如下: k_1, k_2, k_3 按照式(37)计算, $\rho_1 = 20$, $\rho_2 = 20$, $\xi = 0.707$, $\lambda = 60$, 滑动参数的估计初始值 $\hat{a}_L(0) = \hat{a}_R(0) = 1$.

为验证系统的鲁棒性, 假设滑动参数的变化情况如下:

1) 移动机器人的左轮滑动参数 $a_L(t)$ 的实际初始值为 $a_L(0) = 1$, 在 $t = 30 \text{ s}$ 时跳变为 1.5, 在 $t = 60 \text{ s}$ 时又跳变为 1;

2) 移动机器人的右轮滑动参数 $a_R(t)$ 的实际初始值为 $a_R(0) = 1$, 在 $t = 40 \text{ s}$ 时跳变为 2, 在 $t = 70 \text{ s}$ 时又跳变为 1.

5.1 直线轨迹跟踪

机器人直线参考轨迹的方程为 $\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}, t(t \geq 0)$

为仿真时间; 选取机器人参考轨迹的初始位姿为 $q_r = [0, 0, \pi/4]^T$, 机器人的初始位姿为 $q = [-2, -2, \pi/4]^T$; 期望线速度和角速度 $v_r = 0.5 \text{ m/s}$, $\omega_r = 0 \text{ rad/s}$; 滑动参数估计值的初始值 $\hat{a}_L(0) = 1$, $\hat{a}_R(0) = 1$. 图4(a)~图4(f)为轮式移动机器人直线轨迹跟踪结果, 可以

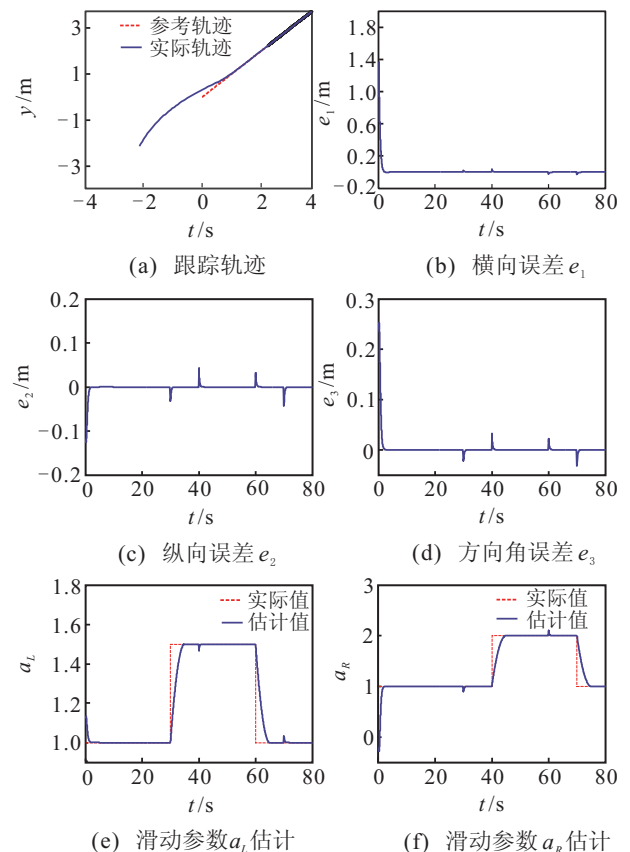


图4 直线轨迹跟踪结果

看出: 移动机器人从任意初始位置开始运动, 能较快地跟踪到参考轨迹; 移动机器人的位姿误差能在较短的时间内渐近收敛到0; 两个滑动参数能均能较好地渐近跟踪实际值, 且能克服彼此的影响, 参数估计算法具有良好的性能。

5.2 圆形轨迹跟踪

$$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, t(t \geq 0)$$

为仿真时间; 选取参考轨迹的初始条件为 $[x_r(0), y_r(0), \theta_r(0)]^T = [2, 0, \pi/2]^T$, 移动机器人的初始位姿为 $[x(0), y(0), \theta(0)]^T = [-1, 0, \pi/4]^T$; 期望的线速度与角速度分别为 $v_r = 0.5 \text{ m/s}$, $\omega_r = 0.25 \text{ rad/s}$; 滑动参数估计值的初始值 $\hat{a}_L(0) = 1, \hat{a}_R(0) = 1$ 。图 5(a)~图 5(f) 为轮式移动机器人直线轨迹跟踪结果, 可以看出: 移动机器人从任意初始位置开始运动, 能较快地跟踪到参考轨迹; 移动机器人的位姿误差能在较短的时间内渐近收敛到0; 两个滑动参数均能较好地渐近跟踪实际值, 且能克服彼此的影响, 参数估计算法具有良好的性能。

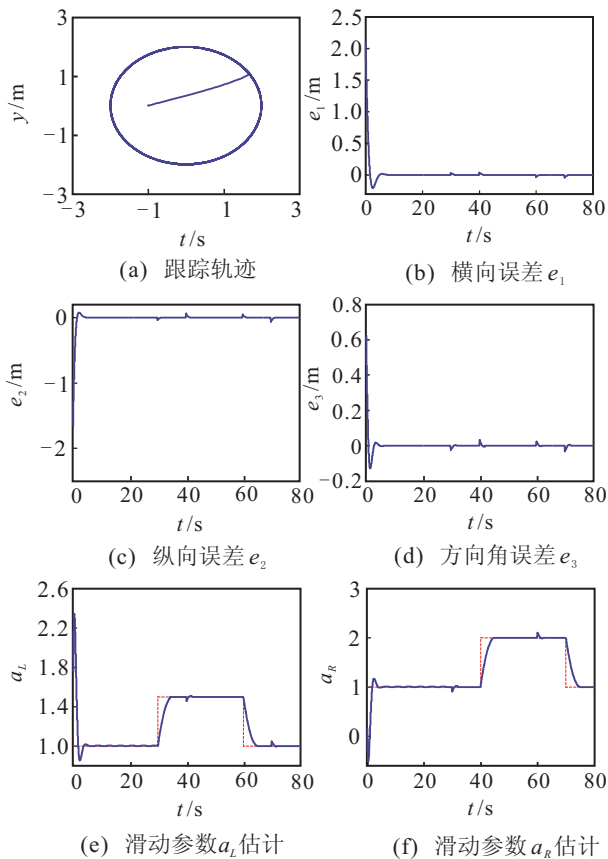


图 5 圆形轨迹跟踪结果

从图 4 和图 5 可以看出, 即使滑动参数 a_L 和 a_R 突然发生变化, 所设计的滑动参数估计算法也能对时变的滑动参数进行很好的估计, 所设计的自适应跟踪控制器能实现轨迹跟踪的目标。

6 结 论

本文应用 Backstepping 技术与 Lyapunov 直接法, 针对轮子产生纵向滑动的移动机器人设计了全局收敛的自适应跟踪控制器, 同时利用极点配置方法设计了控制增益的在线调整算法, 使移动机器人能渐近地跟踪期望路径, 证明了移动机器人的位姿误差能渐近收敛到零。仿真结果表明, 受控的移动机器人系统具有良好的路径跟踪性能, 即使移动轮式机器人的滑动参数 a_L 和 a_R 发生变化时, 机器人自适应控制系统仍具有较好的跟踪控制性能与鲁棒性。

参考文献(References)

- [1] Yang J M, Kim J H. Sliding mode control of trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1999, 15(3): 578-587.
- [2] Chwa D. Sliding-mode control of nonholonomic wheeled mobile robots in polar coordinates[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2004, 12(4): 637-644.
- [3] Park B S, Yoo S J, Park J B, et al. Adaptive neural sliding mode control of nonholonomic wheeled mobile robots with model uncertainty[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2009, 17(1): 207-214.
- [4] 叶涛, 侯增广, 谭民, 等. 移动机器人的滑模跟踪控制[J]. 高科技通讯, 2004, 14(1): 71-74. (Ye T, Hou Z G, Tan M, et al. Sliding mode trajectory tracking control of mobile robots[J]. High Technology Letters, 2004, 14(1): 71-74.)
- [5] Fukao T, Nakagawa H, Adachi N. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2000, 16(5): 609-615.
- [6] Dixon W E, Queiroz M S, Dawson D M, et al. Adaptive tracking and regulation of a wheeled mobile robot with controller/update law modularity[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2004, 12(1): 138-147.
- [7] Dong W, Kuhnert K D. Robust adaptive control of nonholonomic mobile robot with parameter and nonparameter uncertainties[J]. IEEE Trans on Robotics, 2005, 21(2): 261-266.
- [8] Do K D, Jiang Z P, Pan J. Simultaneous tracking and stabilization of mobile robots: An adaptive approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(7): 1147-1152.
- [9] Jiang Z P, Nijmeijer H. Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping[J]. Automatica, 1997, 33(7): 1393-1399.
- [10] Dong W, Huo W, Tso S K, et al. Tracking control of uncertain dynamic nonholonomic system and its application to wheeled mobile robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2000, 16(6): 870-874.

- [11] Lee T C, Song K T, Lee C H, et al. Tracking control of unicycle-modeled mobile robots using a saturation feedback controller[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2001, 9(2): 305-318.
- [12] Hou Z G, Zou A M, Cheng L, et al. Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(4): 803-815.
- [13] Sousa C D, Hemerly E M, Galvao R K H. Adaptive control for mobile robot using wavelet networks[J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 2002, 32(4): 493-504.
- [14] Fierro R, Lewis F L. Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1998, 9(4): 589-600.
- [15] Yoo S J, Choi Y H, Park J B. Generalized predictive control based on self-recurrent wavelet neural network for stable path tracking of mobile robots: Adaptive learning rates approach[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I: Regular Paper, 2006, 53(6): 1381-1394.
- [16] Das T, Kar I N. Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2006, 14(3): 501-510.
- [17] Hwang C L, Chang L J, Yu Y S. Network-based fuzzy decentralized sliding-mode control for car-like mobile robots[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2007, 54(1): 574-585.
- [18] Corradini M L, Leo T, Orlando G. Robust stabilization of a mobile robot violating the nonholonomic constraint via quasi-sliding modes[C]. Proc of American Control Conf. San Diego, 1999: 3935-3939.
- [19] Wang Z P, Ge S S, Lee T H. Adaptive neural network control of a wheeled mobile robot violating the pure nonholonomic constraint[C]. Proc of the 43rd IEEE Conf on Decision and Control. Paradise Island, 2004: 5198-5203.
- [20] Wang D, Low C B. Modeling and analysis of skidding and slipping in wheeled mobile robots: Control design perspective[J]. IEEE Trans on Robotics, 2008, 24(3): 676-687.
- [21] Low C B, Wang D. GPS-based path following control for a car-like wheeled mobile robot with skidding and slipping[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2008, 16(2): 340-347.
- [22] Low C B, Wang D. GPS-based tracking control for a car-like wheeled mobile robot with skidding and slipping[J]. IEEE Trans on Mechatronics, 2008, 13(4): 480-484.
- [23] Gonzalez R, Fiacchini M, Alamo T, et al. Adaptive control for a mobile robot under slip conditions using an LMI-based approach[C]. Proc of the European Control Conf 2009. Budapest, 2009: 23-26.
- [24] Letizia Corradini M, Leo T, Orlando G. Experimental testing of a discrete-time sliding mode controller for trajectory tracking of a wheeled mobile robot in the presence of skidding effects[J]. J of Robotic Systems, 2002, 19(4): 177-188.
- [25] Fierro R, Lewis F L. Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics[J]. J of Robotic Systems, 1997, 14(3): 149-163.
- [26] Slotine J, Li W. Applied nonlinear control[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1991.
- [27] Gregor Klančar, Igor Skrjanc. Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 55(6): 460-469.

~~~~~

(上接第663页)

- [12] Perry D, Stadge W. Heavy traffic analysis of a queuing system with bounded capacity for two types of customers[J]. J of Applied Probability, 1999, 36(4): 1155-1166.
- [13] Berman O, Krass D, Perry D. A transfer/clearing inventory model under sporadic review[J]. Mathematical Methods of Operations Research, 2003, 57(2): 329-344.
- [14] Asmussen A, Perry D. An operational calculus for matrix-exponential distributions with applications to a brownian (q, Q) inventory models[J]. Mathematics of Operations Research, 1998, 23(1): 166-176.
- [15] Kroese D P, Porotsky S, Rubinstein R Y. The cross-entropy method for continuous multi-extremal optimization[J]. Methodology and Computing in Applied Probability, 2006, 8(3): 383-407.