

文章编号: 1001-0920(2013)05-0721-05

面向集合论的灰度定义及灰色粗糙集模型建立

管利荣, 刘思峰

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

摘要: 将某一对象属于或不属于某一类别的不确定性程度视为灰度, 提出一种面向集合论的灰度定义与灰数分级方法; 在此基础上建立灰色粗糙集模型, 讨论了其中的一些集合理论性质; 最后给出了一个说明该方法的实例. 研究结果表明, 提出的方法能够清晰地说明对象可正确分类的确定性程度, 合理地解释灰数的级别, 构建的灰色粗糙集模型可用于从不协调决策表中获取不同清晰度的规则集.

关键词: 粗糙集; 灰数灰度; 灰数分级; 灰色粗糙集模型

中图分类号: C931

文献标志码: A

Definition of grey degree in set theory and construction of grey rough set models

JIAN Li-rong, LIU Si-feng

(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. E-mail: jianlr@nuaa.edu.cn)

Abstract: The degree of uncertainty to which an object belongs to a class or not is viewed as grey degree, a formal approach to the definition of grey degree and levels of grey numbers are proposed in set theory. Then, grey rough set models are constructed, and some set theoretic properties of the proposed approach are discussed. Finally, an example is given to illustrate the proposed approach. The results show that the semantics of grey degree for the objects which can be classified properly are explicitly stated, and the levels of grey numbers can be reasonably interpreted. The grey rough set model can be applied to obtain the set of rules with different certainty degrees from inconsistent decision tables.

Key words: rough set; grey degree of grey numbers; level of grey numbers; grey rough set models

0 引言

在知识表示领域中, 模拟不精确及不完备信息是一个重要的研究课题. 作为模拟及处理不完备信息的工具, 灰色系统和粗糙集已发展为致力于分析不确定、不完备数据的具有深远意义的软技术方法. 这两个理论不是对立的, 而是用于不同目的两种不同的数学工具.

灰色系统理论是以“部分信息已知, 部分信息未知”的“小样本”和“贫信息”不确定性系统为研究对象, 通过对“部分”已知信息的生成、开发, 提取有价值的信息, 实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控. 灰色系统理论已被成功地应用于许多重要项目的预测与决策, 且预测精度高^[1-2]. 灰数是灰色系统行为特征的一种表达, 且是灰色系统的基本“单

元”. 灰数是指取值范围已知而确切值未知的数, 在实际应用中, 灰数一般指某一个区间或某个数集内取值不确定的数. 灰数的白化问题是灰色系统的一个基本问题, 其本质是如何从灰数空间中找出最可能的元素. 灰度反映了灰色系统的不确定性程度, 不确定性程度愈高, 灰度愈大; 不确定性程度愈低, 灰度愈小. 刘思峰教授^[3]将灰度的范围定义为 $[0,1]$, 并将灰数分为 5 个级别. 关于集合论中的灰度尚未见到有关文献.

粗糙集理论是关于数据推理的一个强大工具, 是经典集合论的扩展. 粗糙集主要研究由不同决策属性值的不可分辨元素导致的不确定性^[4], 这个方法已被成功地应用于机器学习、知识获取、决策分析、知识发现、模式识别、专家系统、归纳推理、冲突分析及决

收稿日期: 2012-02-02; 修回日期: 2012-06-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71173104); 教育部人文社科基金项目(09YJA630067); 国家人文社科重点基金项目(08AJY024); 南京航空航天大学钻想基金项目(NC2012006).

作者简介: 管利荣(1968—), 女, 教授, 博士生导师, 从事管理评价、预测与决策的理论方法, 科技创新管理等研究; 刘思峰(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事数量经济学、灰色系统理论等研究.

策支持系统等领^[5-10]. 粗糙集方法的主要优势为: 1) 仅依赖于原始数据, 而不需要任何外部信息; 2) 粗糙集方法不仅适用于分析质量属性而且适用于分析数量属性; 3) 约简冗余的属性, 且约简算法较为简单, 由粗糙集模型导出的决策规则集给出了最小的知识表达; 4) 不修正不一致性, 将生成的不一致规则划分为确定性规则和可能性规则; 5) 由粗糙集方法导出的结果易于理解等. 粗糙集理论与其他处理不确定和不精确问题理论最显著的区别是它无需提供问题所需处理的数据集合之外的先验信息, 如统计中的概率分布或模糊集理论中的隶属度, 所以对问题的不确定性的描述或处理是比较客观的. 此外, 粗糙集理论也适合于获取的数据集太少以至于无法运用经典统计方法进行分析的信息系统. 然而经典粗糙集所处理的分类必须是完全正确的或肯定的, 它严格按照等价关系进行分类, 因而它的分类是精确的, 亦即“属于”或“不属于”, 而没有某种程度上的“属于”或“包含”, 这种形式不能够识别非决策关系, 如导出不同置信度的规则集. 在实际应用中, 知识库中的数据往往是随机或经统计得到的, 即知识库中的数据很可能存在噪声和某种程度的不完整性, 从而造成分类模式的交迭, 不能够产生强的决策规则, 但可能会导出用于概率决策估计的非强决策规则. 为了研究这个问题, Ziarko^[11]提出了变精度粗糙集模型. 变精度粗糙集是对标准粗糙集理论的一种扩展, 它通过设置阈值参数, 放松了标准粗糙集理论对近似边界的严格定义. 变精度粗糙集允许概率分类, 与标准粗糙集相比, 当对象在变精度粗糙集中分类时, 它的正确分类中有一个置信度, 这一方面完善了近似空间的概念, 另一方面也有利于应用粗糙集理论从认为不相关的数据集中发现相关知识, 其主要任务是解决属性间无函数或不确定关系的数据分类问题. 然而如何确定置信度或分类误差, 目前尚缺乏可行的方法.

本文给出了集合论中的灰度定义与灰数分级方法; 根据设置的灰度级别, 构建了灰色粗糙集模型, 建立的模型可从非协调决策表中获取不同清晰度的规则集, 能够克服经典粗糙集不能获取非决策规则以及变精度粗糙集的置信度设置困难等问题.

1 面向集合论的灰度定义与灰数分级

1.1 粗糙隶属函数与灰度间的关系分析

定义 1 设 $S = (U, A, V, f)$ 为一个决策表, $U = \{U_1, U_2, \dots, U_{|U|}\}$ 为有限非空集合, 称为论域对象空间; $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{|A|}\}$ 为属性的非空有限集合, $A = C \cup D$, C 为条件属性集, D 为决策属性集, $C \cap D = \emptyset$; $V = \bigcup V_a$, $a \in A$, V_a 为属性 a 的值域; $f: U \times A \rightarrow V$ 为信息函数, 对于 $\forall a \in A, \forall x \in U, f(x, a) \in$

V_a , 它指定了 U 中每一个对象的属性值. $P \subseteq C, x \in U, I_P$ 为等价关系, $I_P(x)$ 为包含 x 的等价类, X 为论域 U 上的一个子集, $X \subseteq U$, 则粗糙隶属函数为^[4]

$$\mu_X(x) = \frac{|I_P(x) \cap X|}{|I_P(x)|}. \quad (1)$$

粗糙隶属函数 $\mu_X(x)$ 可以解释为条件概率. 显然, 粗糙隶属度是由获得的数据计算所得, 而模糊集的隶属度则是由主观假设的. 粗糙集隶属函数度量了对象 x 属于某一类别 X 的确定性程度, 粗糙隶属度和灰度从不同的角度反映了知识粒度的不确定性, 具有一定的相似性. 当 $\mu_X(x) \in \{0, 1\}$ 时, x 肯定属于或肯定不属于某一类别 X , 这种情况下, 分类是确定的, 不确定性最小, 灰度也最小; 若 $0 < \mu_X(x) < 1$, 则 x 属于或不属于 X 呈现一种灰色过渡状态; 若 $\mu_X(x) = 0.5$, 则 x 属于或不属于 X 的不确定性程度最大, 灰度也最大; 粗糙隶属函数值愈接近 1 或 0, 则 x 属于或不属于 X 的不确定性程度愈小, 灰度也相应地减小; 反之, 粗糙隶属函数值愈接近 0.5, 则 x 属于或不属于 X 的不确定性愈大, 相应的灰度也增大.

1.2 集合论中的灰度定义与灰数分级

借鉴灰色系统中灰度的语义定义及灰数分级思想^[2], 给出如下面向集合论的灰度定义及灰数分级方法.

定义 2 x 为论域 U 上的一个对象, $x \in U, X$ 为论域 U 上的一个子集, $X \subseteq U, x$ 属于或不属于 X 的不确定性程度称为灰度, 相应的灰数级别记为 g_i . 将灰度划分为 X 的上灰度和下灰度, 上灰度用 \bar{g} 表示, 其取值范围为 $\bar{g} \in [0.5, 1]$; 下灰度用 \underline{g} 表示, 其取值范围为 $\underline{g} \in [0, 0.5]$, 则灰数分级如下.

1) 白数的灰度级别为

$$g_i = 0: \bar{g} = 1 \text{ and } \underline{g} = 0;$$

2) I 级灰数的灰度级别为

$$g_i = \text{I}: \bar{g} \in [0.9, 1) \text{ and } \underline{g} \in (0, 0.1];$$

3) II 级灰数的灰度级别为

$$g_i = \text{II}: \bar{g} \in [0.8, 0.9) \text{ and } \underline{g} \in (0.1, 0.2];$$

4) III 级灰数的灰度级别为

$$g_i = \text{III}: \bar{g} \in [0.7, 0.8) \text{ and } \underline{g} \in (0.2, 0.3];$$

5) IV 级灰数的灰度级别为

$$g_i = \text{IV}: \bar{g} \in [0.6, 0.7) \text{ and } \underline{g} \in (0.3, 0.4];$$

6) V 级灰数的灰度级别为

$$g_i = \text{V}: \bar{g} \in [0.5, 0.6) \text{ and } \underline{g} \in (0.4, 0.5].$$

图 1 为面向集合论的灰度与灰数分级概念示意图, 当 $\mu_X(x) \in \{0, 1\}$ 时, $\bar{g} = 1$ 且 $\underline{g} = 0$, x 肯定属于类别 X 或其他某一类别, 不包含任何不确定的信息,

称其为白数的灰度级别, 即 $g_l = 0$; 若 $\mu_X(x) = 0.5$, 则 $\bar{g} = g = 0.5$, 对象 x 属于或不属于集合 X 的不确定性程度均达到最大, 称其为黑数的灰度级别. 由定义2可以得出, 灰数的灰度级别愈高, 知识粒度愈不清晰; 相反, 灰数的灰度级别愈低, 知识粒度愈清晰. 以 X 的上灰度表示对象 x 属于集合 X 的确信程度, X 的下灰度表示对象 x 不属于集合 X 的确信程度, 则这两种关系是互补的, 即 $\bar{g} = 1 - g$. 由于对象 x 属于类别 X 的灰度级别取决于决策类可能的最大粗糙隶属度所在的灰数区间, 此时的粗糙隶属度即为相应灰数级别的白化值.

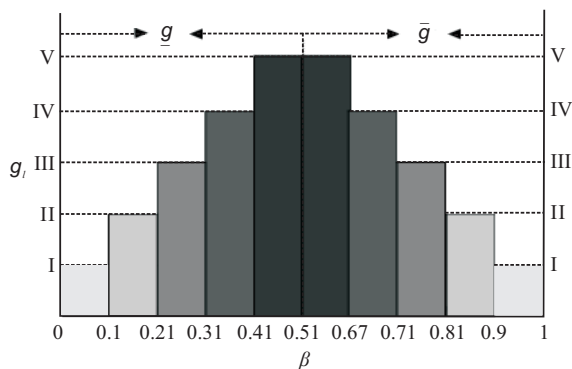


图1 面向集合论的灰度与灰数分级概念

2 灰色粗糙集模型

在粗糙集理论中, 集合的粗糙近似和模糊之间, 及不确定性与粗糙隶属间有着密切的联系. 为了导出非强决策规则, 应考虑交迭度. 灰色粗糙集模型通过设置灰度来增强粗糙集方法的区分力, 与经典粗糙集相比, 当对象按灰色粗糙集分类时, 需定义一个灰数级别. 依据某一灰数级别 g_l 的上灰度 \bar{g} 、下灰度 g , 可构建灰色粗糙集模型的近似算子 g_l -下近似、 g_l -上近似、 g_l -分类质量和 g_l -约简等.

2.1 g_l -下近似与 g_l -上近似

定义3 设 $S = (U, A, V, f)$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{|A|}\}$ 为属性的有限非空集合; $V = \bigcup V_a, a \in A, V_a$ 为属性 a 的值域; $f : U \times A \rightarrow V$ 为信息函数, 对于 $\forall a \in A, \forall x \in U, f(x, a) \in V_a$, 它指定了 U 中每一对象的属性值. $A = C \cup D, X \subseteq U, P \subseteq C$, 给定某一灰度级别 $g_l \leq V$, 则灰色粗糙集 X 的 g_l -下近似和 g_l -上近似分别为

$$\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) = \bigcup \left\{ \frac{|I_P(x) \cap X|}{|I_P(x)|} \geq \bar{g} \right\}, \quad (2)$$

$$\overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) = \bigcup \left\{ \frac{|I_P(x) \cap X|}{|I_P(x)|} > g \right\}. \quad (3)$$

集合 $X \subseteq U$ 的 g_l -下近似 $\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X)$ 由 U 中所有属于 X 的粗糙隶属度大于或等于上灰度 \bar{g} 的等价类的并集组成, X 的 g_l -上近似 $\overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X)$ 由 U 中所有属于 X 的粗糙隶属度大于或等于下灰度 g 的等价类的

并集组成.

2.2 g_l -分类质量和 g_l -约简

定义4 假定 $S = (U, A, V, f)$, $A = C \cup D, X \subseteq U, P \subseteq C$, 对于一个给定的灰度级别 $g_l \leq V$, g_l -分类质量为

$$\gamma_P^{g_l}(P, D) = \left| \bigcup \left\{ \frac{|X \cap I_P(x)|}{|I_P(x)|} \geq \bar{g} \right\} \right| / |U|. \quad (4)$$

$\gamma_P^{g_l}(P, D)$ 度量了论域中给定 $g_l \leq V$ 时, 可能清晰分类知识在现有知识中的百分比.

定义5 灰色粗糙集中的近似约简 $\text{red}^{g_l}(C, D)$ 为给定 $g_l \leq V$, 不含多余属性并保证清晰分类的最小条件属性集, 即满足以下两个性质:

- 1) $\gamma^{g_l}(C, D) = \gamma^{g_l}(\text{red}^{g_l}(C, D), D)$;
- 2) $\text{red}^{g_l}(C, D)$ 的子集不具有同样的分类质量.

2.3 g_l -近似算子的性质

粗糙集中边界区对象的分类是不确定的, 边界区对象能否清晰分类更多取决于设置的灰度级别 g_l . 这样定义的灰色粗糙近似与变精度粗糙近似具有一定的相似性, 当灰色粗糙近似的上灰度 \bar{g} 和下灰度 g 的区间灰数分别取相应的白化值时, 灰色粗糙近似便转换为变精度粗糙近似. 显然, 变精度粗糙近似可视为灰色粗糙近似的特例. 与变精度粗糙集模型相比, 在变精度粗糙集中, 对象在一个相对粗糙集 X 中能否正确分类, 多取决于设置的最大临界置信阈值参数 β , 当小于或等于 β 值的上界时可分辨, 超过这个上界则没有机会多数包含, 即不可分辨^[11]. 然而最大临界置信阈值参数 β 一般事前难以确定, 尤其是对于大型数据库, 也就是说最大临界置信阈值参数 β 通常是一个灰数. 区间灰数提供了通过指定上、下端点表示一个实际数字的工具, 这种表示方式在不能获得实际数量精确度量的情况下是非常有用的. 此外, 在一些应用中, 如何设置临界置信阈值有时并不重要, 决策者关心的目标是应用可获取的信息增强感兴趣事件将发生的清晰度, 而不是提供一个较高概率的规则来预测事件的发生. 例如, 在医疗领域, 医学试验的结果可能说明了增加某种疾病发生的机会, 而不是以给定的置信度预测某种疾病发生的概率, 这几乎是不可能实现的. 在这些应用中, 利用灰度级别代替置信阈值似乎更加合理.

定理1 若 $g_l = 0$, 则灰色粗糙近似退化为经典粗糙集的粗糙近似.

证明 若 $g_l = 0$, 则 $\bar{g} = 1$ 且 $g = 0$, $\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) = \bigcup \{|I_P(x) \cap X| / |I_P(x)| = 1\}$, 由此可以得出, $I_P(x) \subseteq X$, 灰度粗糙集的下近似便转化为经典粗糙集的下近似; $\overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) = \bigcup \{|I_P(x) \cap X| / |I_P(x)| > 0\}$, 由此可以得出, $I_P(x) \cap Y \neq \emptyset$, 灰度粗糙集的上近似便转化

为经典粗糙集的上近似. 显然, 粗糙集模型是灰色粗糙集模型在知识粒度清晰情况下的特例.

对于标准粗糙集意义下的不一致规则, 根据设定的灰度级别 g_l , 若灰度级别较低, 即不确定性程度较低, 则可认为这种灰性是由于数据中存在少量噪声引起的, 因此仍可将这部分规则或者主要部分看作清晰的规则; 若灰度级别较高, 即不确定性程度较高, 则可认为据此不能得到任何清晰的知识, 而是将每个数据对象看作一条随机规则. \square

定理 2 对于给定的灰度 $g_l \leq V, X \subseteq U, Y \subseteq U$, 下列关系成立:

- 1) $\overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X \cup Y) \supseteq \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \cup \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(Y)$;
- 2) $\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X \cap Y) \subseteq \underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \cap \underline{\text{apr}}_P^{g_l}(Y)$;
- 3) $\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X \cup Y) \supseteq \underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \cup \underline{\text{apr}}_P^{g_l}(Y)$;
- 4) $\overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X \cap Y) \subseteq \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \cap \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(Y)$.

证明 1) 对于任意 $X \subseteq U, Y \subseteq U$, 给定灰数级别 $g_l \leq V$, 有

$$\frac{|I_P(x) \cap (X \cup Y)|}{|I_P(x)|} \geq \frac{|I_P(x) \cap X|}{|I_P(x)|},$$

$$\frac{|I_P(x) \cap (X \cup Y)|}{|I_P(x)|} \geq \frac{|I_P(x) \cap Y|}{|I_P(x)|},$$

所以

$$\overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X \cup Y) \supseteq \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \cup \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(Y).$$

2) 对于任意 $X \subseteq U, Y \subseteq U$, 给定灰数级别 $g_l \leq V$, 有

$$\frac{|I_P(x) \cap (X \cap Y)|}{|I_P(x)|} \leq \frac{|I_P(x) \cap X|}{|I_P(x)|},$$

$$\frac{|I_P(x) \cap (X \cap Y)|}{|I_P(x)|} \leq \frac{|I_P(x) \cap Y|}{|I_P(x)|},$$

所以

$$\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X \cap Y) \subseteq \underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \cap \underline{\text{apr}}_P^{g_l}(Y).$$

3) 的证明同 1), 4) 的证明同 2). \square

定理 3 $\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \subseteq \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X)$.

证明 令 $x \in \underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X)$, 由于等价关系 I_P 是自反的, 则 $x \in I_P(x)$. 对于 $g_l \leq V$, 因为 $\bar{g} \geq \underline{g}$, 据此可以得出 $x \in \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X)$, 所以 $\underline{\text{apr}}_P^{g_l}(X) \subseteq \overline{\text{apr}}_P^{g_l}(X)$. \square

3 实例分析

下面采用文献 [12] 中的一个简单实例来说明本文提出的方法. 一个先天异常的知识表示系统 $S = (U, A, V, f)$ 如表 1 所示, 其中 $U = \{n_1, n_2, \dots, n_6\}$, $A = C \cup D$, 条件属性集 $C = \{a_1, a_2, \dots, a_6\}$, 决策属性集 $D = \{d\}$.

表 1 先天异常知识表示系统

U	条件属性(C)						决策属性(D)
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	d
n_1	No	Normal	Megalo	Yes	Yes	Long	Aarskog
n_2	Yes	Hyper	Megalo	Yes	Yes	Long	Aarskog
n_3	Yes	Hyper	Normal	No	No	Normal	Down
n_4	Yes	Hyper	Normal	No	No	Normal	Down
n_5	Yes	Hyper	Large	Yes	Yes	Long	Aarskog
n_6	No	Hyper	Megalo	Yes	No	Long	Cat-cry

对论域进行划分, 可得如下等价类:

$$U/C = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\},$$

$$U/D = \{Y_A, Y_D, Y_C\}.$$

其中

$$X_1 = \{n_1\}, X_2 = \{n_2\}, X_3 = \{n_3, n_4\},$$

$$X_4 = \{n_5\}, X_5 = \{n_6\}, Y_A = \{n_1, n_2, n_5\},$$

$$Y_D = \{n_3, n_4\}, Y_C = \{n_6\}.$$

根据本文提出的灰色粗糙集方法, 求得不同灰度级别的约简及相应的规则集如表 2 所示.

表 2 不同灰度级别的规则集

灰数级别	g_l -约简	规则集	支持数
$g_l = 0$	$\{a_1, a_2, a_3\}$	$a_1 = \text{No} \wedge a_2 = \text{Normal} \wedge a_3 = \text{Megalo} \rightarrow d = \text{Aarskog}$	1
		$a_1 = \text{Yes} \wedge a_2 = \text{Hyper} \wedge a_3 = \text{Megalo} \rightarrow d = \text{Aarskog}$	1
		$a_1 = \text{Yes} \wedge a_2 = \text{Hyper} \wedge a_3 = \text{Normal} \rightarrow d = \text{Down}$	2
		$a_1 = \text{Yes} \wedge a_2 = \text{Hyper} \wedge a_3 = \text{Large} \rightarrow d = \text{Aarskog}$	1
		$a_1 = \text{No} \wedge a_2 = \text{Hyper} \wedge a_3 = \text{Megalo} \rightarrow d = \text{Cat-cry}$	1
$g_l = \text{III}$	$\{a_4, a_6\}$	$a_4 = \text{Yes} \wedge a_6 = \text{Long} \xrightarrow{g_l=\text{III}} d = \text{Aarskog}$	4
		$a_4 = \text{No} \wedge a_6 = \text{Normal} \rightarrow d = \text{Down}$	2
$g_l = \text{IV}$	$\{a_2, a_4\}$	$a_2 = \text{Normal} \wedge a_4 = \text{Yes} \rightarrow d = \text{Aarskog}$	1
		$a_2 = \text{Hyper} \wedge a_4 = \text{Yes} \xrightarrow{g_l=\text{IV}} d = \text{Aarskog}$	3
		$a_1 = \text{Hyper} \wedge a_4 = \text{No} \rightarrow d = \text{Down}$	2

4 结 论

粗糙集理论和灰色系统理论是用于处理不确定和不完备信息的两种不同的数学工具, 这两种理论具

有一定的相似性和互补性. 本文将灰色系统中的灰度定义扩展到了集合论, 提出了一种面向集合论的灰度规范化定义与灰数分级方法, 合理地说明了灰度的含

义, 清晰地解释了对象可分类的灰数级别, 并给出了区间灰数的白化值; 运用定义的灰数级别与灰度构建了灰色粗糙集模型, 并讨论了近似算子的一些集合理论性质. 构建的模型能够对边界区的对象进行挖掘, 弥补了粗糙集定义的不足, 泛化了粗糙集方法的功能, 并可克服变精度粗糙集置信阈值难以确定的不足. 本文提出的方法可从不完备数据库中获取用于指导实践的决策知识及强的非决策知识, 而有关灰色偏好信息的表达及应用需要进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Deng J. Basic method of grey system[M]. The 2nd ed. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2006.
- [2] Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey system theory and its application[M]. The 5th ed. Beijing: Science Press, 2010: 1-15.
- [3] Liu Sifeng. Axioms on grey degree[J]. The J of Grey System, 1996, 8(4): 396-400.
- [4] Pawlak Z. Rough classification[J]. Int J of Man-machine Studies, 1984, 20(1): 469-483.
- [5] Huang C C, Tseng T L. Rough set approach to case-based reasoning application[J]. Expert Systems with Applications, 2004, 26(1): 369-385.
- [6] Pawlak Z, Skowron A. Rough sets and Boolean reasoning[J]. Information Science, 2007, 177(1): 41-73.
- [7] Jian L R, Liu S F, Lin Y. Hybrid rough sets and applications in uncertain decision-making[M]. New York: CRC Press, 2010: 155-196.
- [8] Wei J M, Wang S Q, Wang M Y. Rough set based approach for inducing decision trees[J]. Knowledge-based Systems, 2007, 20(8): 695-702.
- [9] Seungkoo L, George V. Application for rough set theory to detection of automotive glass[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2002, 60(3): 225-231.
- [10] Pawlak Z. Some remarks on conflict analysis[J]. European J of Operational Research, 2005, 166(4): 649-654.
- [11] Ziarko W. Variable precision rough set model[J]. J of Computer and System Sciences, 1993, 46(1): 39-59.
- [12] Tsumoto S. Knowledge discovery in medical databases based on rough sets and attribute-oriented generalization[C]. Proc of IEEE Fuzzy99. Anchorage: IEEE Press, 1999: 1296-1297.
- (上接第720页)
- [2] Xu Z S. Intuitionistic fuzzy aggregation operators[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2007, 15(6): 1179-1187.
- [3] Yager R R. On ordered weighted aggregation operators in multicriteria decision making[J]. IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics, 1988, 18(1): 183-190.
- [4] Yager R R. Generalized OWA aggregation operators[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2004, 3(1): 93-107.
- [5] Zhao H, Xu Z S, Ni M F, et al. Generalized aggregation operators for intuitionistic fuzzy sets[J]. Int J of Intelligent Systems, 2010, 25(1): 1-30.
- [6] O'Hagan M. Aggregating template rule antecedents in real time expert systems with fuzzy set logic[C]. Proc of the 22nd Annual IEEE Asilomar Conf on Signals, Systems and Computers. California, 1988: 681-689.
- [7] Filev D, Yager R R. On issue of obtaining OWA operator weights[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 94(2): 157-169.
- [8] Nettleton D, Torra V. A comparison of active set method and genetic algorithm approaches for learning weighting vectors in some aggregation operators[J]. Int J of Intelligent Systems, 2001, 16(9): 1069-1083.
- [9] Fuller R, Majlender P. On obtaining minimal variability OWA operator weights[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 136(2): 203-215.
- [10] Wang Y M, Parkan C. A minimax disparity approach for obtaining OWA operator weights[J]. Information Sciences, 2005, 175(1/2): 20-29.
- [11] Majlender P. OWA operators with maximal Renyi entropy[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 155(3): 340-360.
- [12] Wang Y M, Parkan C. A preemptive goal programming method for aggregating OWA operator weights in decision making[J]. Information Sciences, 2007, 177(8): 1867-1877.
- [13] Chen S M, Tan J M. Handling multi-criteria fuzzy decision making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(2): 163-172.
- [14] Hong D H, Choi C H. Multi-criteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 103-113.
- [15] 徐永杰, 孙涛, 李登峰. 直觉模糊 POWA 算子及其在多准则决策的应用[J]. 控制与决策, 2011, 26(1): 129-132. (Xu Y J, Sun T, Li D F. Intuitionistic fuzzy prioritized OWA operator and application in multicriteria decision making problem[J]. Control and Decision, 2011, 26(1): 129-132.)