

文章编号: 1001-0920(2013)06-0889-05

基于局部空间自适应 MRF 模型的图像分割

徐胜军^{1,2}, 韩九强¹, 刘光辉², 刘欣²

(1. 西安交通大学 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 西安 710049; 2. 西安建筑科技大学 信息与控制工程学院, 西安 710055)

摘要: 针对固定参数的点对马尔可夫随机场(Pairwise MRF)模型不能充分描述图像丰富的统计特征的问题, 在研究 Pairwise MRF 模型的基础上, 提出一种自适应分割算法. 该算法首先建立一种空间自适应的局部区域 MRF 分割模型, 并对局部区域的先验知识进行自适应估计; 然后通过局部收敛的循环置信度传播(LBP)算法最大化自适应 MRF 模型的全局后验概率. 实验结果表明所提出算法具有较好的分割结果.

关键词: 图像分割; 自适应马尔可夫随机场; 循环置信度传播; 参数估计

中图分类号: TP391.4

文献标志码: A

Image segmentation based on local spatial adaptive Markov random field model

XU Sheng-jun^{1,2}, HAN Jiu-qiang¹, LIU Guang-hui², LIU Xin²

(1. Ministry of Education Key Lab for Intelligent Networks and Network Security, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Information and Control Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China. Correspondent: XU Sheng-jun, E-mail: duplin@sina.com)

Abstract: An adaptive segmentation algorithm is proposed based on local spatial adaptive Markov random field(MRF) model to solve the problem that the Pairwise MRF model is insufficient to capture the rich statistics features of images by a single set of fixed parameters. Firstly, the proposed algorithm constructs the local spatial adaptive model based on Pairwise MRF. For every local region, the local prior is adaptively estimated. Then loopy belief propagation(LBP) algorithm based on the local region belief convergence is used to maximize the global posterior probability of the adaptive MRF model. Experimental results show that the proposed algorithm can provide a better segmentation result.

Key words: image segmentation; adaptive Markov random field; loopy belief propagation; parameter estimation

0 引言

图像分割是机器视觉领域一个重要的研究方向, 是图像分析和理解的基础. 在概率框架下, MRF 模型较好地描述了图像邻域像素的相似特性, 近年来得到了广泛应用. 对于自然图像丰富的特征而言, MRF 的全局先验需要复杂的高维先验模型来描述, 但由于高维 MRF 模型学习、推理的复杂度, 常规的 MRF 模型常采用一些简单的先验模型, 并且常假定整个图像是同态的, 在图像分割中, 这种简单的先验模型会导致图像的过分割. 避免过分割的一个方法是采用复杂的先验模型, Roth 等^[1]提出了一个专家场(FoE)模型, 该模型采用 Student-t 专家函数作为局部先验模型

的分布, Weiss 等^[2]提出了另一种 FoE 模型, 采用高斯尺度混合模型作为专家函数, 但这些 FoE 模型的学习仍然是 Hard 问题^[3], Potetz 等^[4]采用线性限制节点将高阶项转换成低阶, 通过自适应直方图约束变量搜索空间, 减小了模型的复杂度; 另一个有效避免过分割的方法是采用自适应先验的方法对局部块进行建模, Tappen^[5]提出了一种带权值的自适应高斯先验模型, 局部先验分布采用滤波器输出的高斯函数集合建模, 但是这些高斯函数权值的自适应分配仍是一个艰巨的任务.

本文提出了一个新的局部空间自适应 MRF 模型. 该模型将观察图像划分为相互重叠的局部区域,

收稿日期: 2012-02-16; 修回日期: 2012-05-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60972146); 陕西省教育厅专项基金项目(2010JK640); 陕西省自然科学基金项目(2012JM8026).

作者简介: 徐胜军(1976—), 男, 讲师, 博士生, 从事图像分割、模式识别的研究; 韩九强(1951—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能检测理论及应用、图像信息融合与模式识别等研究.

每个局部区域的观察模型采用空间自适应高斯混合模型 (GMM) 来描述. 对于本文划分的局部区域而言, 虽然整个图像是非同态的, 但是每个图像的子块如果足够小, 则可以认为子块是同态的, 块内有固定的先验参数. 对于子块的先验, 本文提出一个快速有效的参数估计算法. 在建立的分割模型中, 每一个子块对应一个局部先验知识, 与固定参数描述的全局先验相比, 这种更接近真值的先验知识可以有效提高分割效果. 最后, 利用局部收敛的循环置信度传播 (LBP) 算法进行局部区域信息的传递, 在每次迭代过程中, 对图像的先验知识进行自适应更新, 算法迭代直到收敛. 实验结果表明, 与基于常规 MRF 模型的 LBP 分割算法和局部区域能量最小化 (MLRE) 算法^[6]相比, 本文算法得到了更好的分割结果.

1 局部空间自适应 MRF 模型

设 $S = \{(i, j) | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M\}$ 为 $M \times N$ 的有限格点集合, 令 $X = \{x_s | s \in S, x_s \in \{0, 1, \dots, 255\}\}$ 表示观察图像. 观察图像上每一个像素 x_s 对应一个标号 y_s , 则分割图像的标号场为 $Y = \{y_s | s \in S, y_s \in \{1, 2, \dots, K\}\}$, 其中 K 为分类数. 在 MRF 框架下, 标号场 Y 的 Bayesian 估计器为

$$Y^* = \arg \max_{Y \in \Omega} P(Y|X, \theta, \beta) \propto \arg \max_{Y \in \Omega} P(Y|X, \theta)P(Y|\beta). \quad (1)$$

其中: Y^* 为标号场 Y 的 MAP 估计, θ 和 β 为 MRF 模型的参数, Ω 为标号场的组态空间, 条件分布 $P(X|Y, \theta)$ 描述了观察图像场 X 对标号场 Y 的依赖性, 先验分布 $P(Y|\beta)$ 描述了标号场 Y 的先验知识.

对于观察图像 X , 在每一个像素 $x_s \in X$ 上定义一个大小为 $w \times w$ 的估计区域, x_s 为估计区域的中心像素, 则观察图像 X 被划分成 $W \times H$ 个相互重叠的子图, 如图 1 所示. 假定每一个子图为一个 MRF, 子图内像素的标号过程采用 GMM 描述, 在 MRF 模型标号过程中, 传统的 GMM 假定各像素间是独立分布的, 因此图像的标号过程缺乏像素间的空间信息, 分割过程中易受图像噪音或者图像非同态性质的影响.

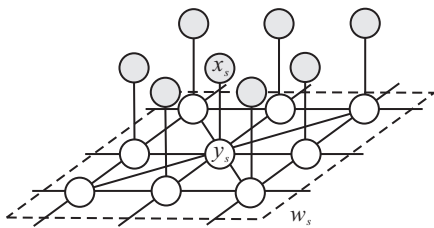


图 1 局部空间自适应 MRF 模型

本文提出了一种空间自适应 GMM, 通过中心像素 x_s 的标号与其子图内像素对应标号之间的关系描

述子图的空间信息. 定义自适应空间 GMM 为

$$P_{w_s}(x_s|y_s, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp \left\{ -\frac{(x_s - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} - w(y_s) \sum_{x_l \in w_s} \frac{(x_l - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} \right\}. \quad (2)$$

其中: (μ, σ^2) 分别为 GMM 的均值和方差; w_s 为局部区域像素 x_s 所有邻域像素的集合; $w(y_s)$ 为权值函数, 在估计区域内, 与中心像素 x_s 对应的标号值相同的像素越多, $w(y_s)$ 的权值越大. 将 $w(y_s)$ 定义为一个标准正态分布函数, 即

$$w(y_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2|S(y_s)|^2} \right\}, \quad (3)$$

$S(y_s) = \{y_r | y_r = y_s, r \in w_s\}$ 为局部区域内与中心标号值相等的标号集, $|S(y_s)|$ 为集合 $S(y_s)$ 的势.

假定局部区域标号场 Y_{w_s} 为 MRF, 使用 Potts 模型作为标号场的先验, 由于 MRF 与 Gibbs 分布的等效性, 标号场 Y_{w_s} 描述如下:

$$P_{w_s}(y_s|\beta_s) = \exp \left\{ -\beta_s \sum_{sr \in w_s} \delta(y_s, y_r) \right\} / Z(\beta_s). \quad (4)$$

其中: $Z(\beta_s)$ 为归一化常量; β_s 为第 s 个子图的 Potts 模型先验分布参数; $\delta(y_s, y_r)$ 为 Kronecker delta 函数, 描述邻域标号之间的关系.

由局部观察图像条件分布 (2) 和局部标号场先验分布 (4), 根据 Bayesian 定理, 得到局部自适应 MRF 模型标号场 Y_{w_s} 的后验概率分布为

$$P_{w_s}(Y_{w_s}|X_{w_s}, \theta, \beta_s) \propto P_{w_s}(x_s|y_s, \theta)P_{w_s}(y_s|\beta_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp \left\{ -\frac{(x_s - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} - w(y_s) \sum_{x_l \in w_s} \frac{(x_l - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} \right\} \times \exp \left\{ -\beta_s \sum_{sr \in w_s} \delta(y_s, y_r) \right\} / Z(\beta_s). \quad (5)$$

对于整个图像而言, 假定所有子图像之间是独立分布的, 联合图像中所有局部区域后验概率分布, 可以得到图像的全局 MRF 后验概率模型为

$$P(Y|X, \theta) = \prod_{w_s \subset W} P_{w_s}(Y_{w_s}|X_{w_s}, \theta, \beta_s) \propto \prod_{w_s \subset W} P_{w_s}(x_s|y_s, \theta)P_{w_s}(y_s|\beta_s), \quad (6)$$

其中 W 为所有子图的集合.

在新的局部交互的区域 MRF 模型下, 标号场 Y 的全局 Bayesian 估计器为

$$Y^* = \arg \max_{Y \in \Omega} P(Y|X, \theta, \beta) = \arg \max_{Y \in \Omega} \prod_{w_s \subset W} P_{w_s}(Y_{w_s}|X_{w_s}, \theta, \beta_s) \propto \arg \max_{Y \in \Omega} \prod_{w_s \subset W} \arg \max_{y_s} P_{w_s}(x_s|y_s, \theta)P_{w_s}(y_s|\beta_s). \quad (7)$$

由式 (7) 可知, 图像的分割问题转换成一个限定

局部最优的全局优化问题. 与标准 LBP 算法相比, 对于噪音图像或者纹理图像的分割, 自适应分割模型中局部区域的最优不易受噪音或者纹理的干扰, 有效地保持了自然图像中一些明显的局部结构. 在求取 MRF 全局最大后验概率的过程中, 由于区域概率模型的鲁棒性, 几次迭代后局部区域容易得到一个稳定的标号分布, 大大减少了算法的全局迭代次数, 提高了算法的整体速度. 同时由于局部区域之间是重叠的, 通过 LBP 算法将局部的优化传递到其邻域区域, 可以有效避免非重叠区域的模型因局部收敛所导致的块效应, 确保了分割结果的整体平滑性.

2 自适应 Potts 模型参数估计

图像处理中, 对于大多数 Potts MRF 模型, 为了计算方便, 特别是由于 MRF 模型先验参数估计的困难性, 常假定整个观察图像的分布是同态的, 即对于整个图像设定一个先验参数 β , 但是对于统计特征丰富的非同态自然图像而言, 这种同态性的假设常导致图像的过分割现象. 准确的先验参数估计可以有效地提高图像分割的准确度. 对于一般的参数估计算法, 如最大似然法 (ML)^[7] 和 MCMC 方法^[8] 等, 较大的计算量并不能用于本文分割算法先验知识的实时更新中. 一个有效的替代方法是采用 MPL (maximum pseudo likelihood) 估计来代替 ML 估计. MPL 估计器建立如下: 由第 1 节中局部区域 Potts 先验模型的定义, 令 $u(y) = \sum_{sr \in w_s} \delta(y_s, y_r)$, $u(y)$ 表示在局部区域 w_s 内邻域标号 y_r 和中心标号 y_s 不相等的元素个数, 则式 (4) 可以表示如下:

$$P_{w_s}(y_s | \beta_s) = \exp\{-\beta_s u(y)\} / \sum_{y \in \Omega} \exp\{-\beta_s u(y)\}. \quad (8)$$

对式 (8) 取对数, 并求关于 β_s 的导数, 令其导数为 0, 可解得

$$u(\hat{y}) = \sum_{y \in \Omega} \exp(-\beta_s u(y)) / \sum_{y \in \Omega} \exp(-\beta_s u(y)). \quad (9)$$

式 (9) 中, 假定 $u(\hat{y})$ 是一个已知的真实分割, β_s 是一个空间交互参数. 对于 $u(\hat{y})$ 而言, 较大的 β_s 意味着分割区域 w_s 内像素的关联性较强, 有较少的非同态标号; 反之, 较小的 β_s 表明分割区域 w_s 内有较多的非同态标号. 因此, 对于参数 β_s 的估计提出了一个快速的 ASA 算法^[9]. 估计算法中, 给定一个 β_s 初值, 根据局部区域标号场的分布 (8), 采用 Gibbs 采样器对局部区域的标号场 y_{w_s} 进行采样, 如果采样后得到的标号空间 $u(\hat{y})$ 大于假定的真实分割 $u(\hat{y})$, 则表明 $\beta_s > \beta_{\text{true}}$, 减小 β_s 继续采样; 反之表明 $\beta_s < \beta_{\text{true}}$, 增加 β_s 直到采样得到的 $u(\hat{y})$ 与真实分割 $u(\hat{y})$ 近似相等, 则认为 $\beta_s \approx \beta_{\text{true}}$. 具体算法给定如下.

Step 1: 参数初始化. $k = 0$, $\beta_s^{(0)} = 2.0$, $T = 2.5$, $u(\hat{y})$ 是式 (5) 给定参数的 MAP 分割.

Step 2: 以 $u(\hat{y})$ 为初值, 有

$$P(\hat{y} | \beta_s^{(k)}) = \exp\left\{-\frac{\beta_s^{(k)}}{T} u(\hat{y})\right\} / Z(\beta_s^{(k)}). \quad (10)$$

由 Gibbs 采样算法按式 (10) 进行 n ($0 < n \leq 10$) 次采样, 获得 n 个有效样本 $y_{w_s}^{(1)}(k), y_{w_s}^{(2)}(k), \dots, y_{w_s}^{(n)}(k)$, 得到一个新的标号场

$$\hat{y}_{w_s}(k+1) = \frac{1}{n} \sum_n y_{w_s}^{(n)}(k),$$

并计算区域标号场为 $\hat{y}_{w_s}(k+1)$ 时的 $u(\hat{y})$.

Step 3: 如果 $u(\hat{y}) \approx u(\hat{y})$, 则算法终止, Potts 先验估计参数 $\beta_s = \beta_s^{(k)}$; 否则, 令 $k = k + 1$, 如果 $u(\hat{y}) < u(\hat{y})$, 则增加 $\beta_s^{(k)}$, 如果 $u(\hat{y}) > u(\hat{y})$, 则减小 $\beta_s^{(k)}$. 返回 Step 2.

在上述参数 β_s 的估计算法中, 局部区域采样较小的计算复杂度使得该算法可以用于在线的图像分割算法中, 而不会较大地增加整个分割算法运行时间. 同时, 由于采用了更接近真值的分割来估计图像的先验知识, 有效地提高了整个图像先验知识的准确性.

3 自适应 LBP 分割算法

在 MAP-MRF 模型框架下, 传统的基于特征的图像分割算法将图像分割问题转化为求取 MRF 全局后验概率 $P(Y|X, \theta, \beta)$ 最大化问题. LBP^[10] 算法是求解 MRF 模型的一个高效推理算法, 已成功应用于许多图像处理问题中. 在传统的基于 LBP 算法的图像分割方法中, Potts 模型的全局先验参数根据不同对象由实验给定, 并在分割过程中一直保持不变. 实际上, 分割过程中每一次迭代结束后将得到一个更接近真值的分割结果, 如果以这个分割结果作为样本, 则可以估计得到一个更接近真值的先验知识, 以此作为下一次分割的先验知识, 可以有效地提高分割效果. 在这种新的迭代过程中, 每一次得到真实图像的分割结果后, 对图像的先验信息进行更新. 这种新的自适应学习分割框图如图 2 所示.

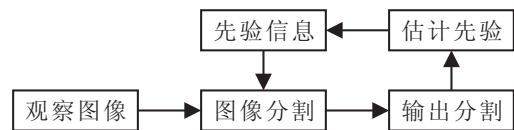


图 2 自适应学习分割框图

在新的局部自适应学习框架下, 一个基于局部收敛的 LBP 算法如图 3 所示. 在局部区域内, 区域的中心像素标号记为 y_s , 从节点 y_s 传递到其邻域节点 y_r 的消息记为 $m_{sr}(y_s, y_r)$, 新的 LBP 算法传递公式定义如下:

$$m_{sr}(y_s, y_r) \leftarrow \max_{y_s} \prod_{l \in w_s \setminus r} \psi_{sl}(y_s, y_l) \psi_{sr}(y_s, y_r) \times \prod_{s \in w_s \setminus r} \varphi_s(y_s, x_s) \prod_{k \in w_s \setminus r} m_{ks}(y_k, y_s). \quad (11)$$

其中: $\psi_{sr}(y_s, y_r)$ 为局部区域内节点对 (s, r) 之间的先验函数; $\varphi_s(y_s, x_s)$ 为标号节点 y_s 与对应的观察节点 x_s 之间的函数关系; $m_{ks}(y_k, y_s)$ 为标号节点 y_k 传递到中心节点 y_s 的消息, $k \in w_s \setminus r$ 表示 k 为局部区域内的节点, 但不包括节点 r .

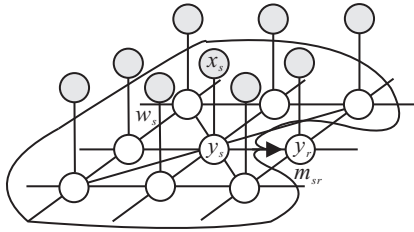


图 3 区域消息传递

节点的标号由该节点所处局部区域的置信度按照 MAP 准则估计如下:

$$b_{w_s}(y_s) \leftarrow \kappa \prod_{s \in w_s} \varphi_s(x_s, y_s) \prod_{(sr) \in w_s} \psi_{sr}(y_s, y_r), \quad (12)$$

$$y_s^* = \arg \max_{y_s} b_{w_s}(y_s). \quad (13)$$

基于局部收敛的 LBP 分割算法步骤如下.

Step 1: 参数初始化. 给定分类数 K , $\beta_s = 2.0$, 局部区域大小为 3×3 , (μ_k, σ_k^2) 随机初始化.

Step 2: 由 EM 算法估计 GMM 的均值和方差 (μ_k, σ_k^2) .

Step 3: 由给定的 MRF 模型先验参数 β_s 和 Step 2 中估计的 GMM 模型参数 (μ_k, σ_k^2) , 按照 MAP 准则预分割图像, 有

$$Y' = \arg \max_{Y \in \Omega} P(Y|X, \beta_s, \mu_k, \sigma_k^2).$$

Step 4: For $i = 1$ to N , 通过 LBP 算法对消息进行传递.

Step 4.1: 对于第 s 个局部区域, 由提出的 Potts 参数估计算法估计先验参数 β_s ;

Step 4.2: 更新局部先验知识;

Step 4.3: 由区域消息更新式 (11) 将第 s 个局部区域的消息向其邻域区域传递;

Step 4.4: 由式 (13) 按照 MAP 准则估计节点标号.

Step 5: 如果全局置信度收敛或者达到迭代终止条件, 则给出图像分割结果 $Y^* = \arg \max_{Y \in \Omega} P(Y|X, \beta_s, \mu_k, \sigma_k^2)$, 算法结束; 否则转至 Step 4 继续迭代.

4 实验结果分析

基于局部空间自适应 MRF 模型, 采用本文提出的算法对实验图像进行分割, 并且与基于常规 MRF 模型的 LBP 算法和 MLRE 算法^[6]分割结果进行比较. 在对比实验中, 常规 MRF 分割模型观察图像像素假定是相互独立分布的, 采用 GMM 模型建立图像标号过程的先验模型, 标号场先验模型采用 Potts 模型, 其先验参数 β 由实验给定. MLRE 算法参数采用文献^[6]的建议参数, 3 个算法均采用相同的 GMM 参数.

自然图像分割结果对比如图 4 所示, 从分割结果可以看出, 本文算法和 MLRE 算法由于利用了局部区域信息, 与标准 LBP 算法相比, 具有较好的分割结果. 进一步, 本文算法对局部先验进行自适应估计, 在分割过程中提供了一个更接近真值的先验知识, 与另两个采用固定的全局先验分割算法相比, 得到了更好的分割结果. 特别是在纹理区域, 如图中“石头”、“草坪”、“大海”等具有较丰富的局部特征区域, 本文算法得到了较好的分割结果.

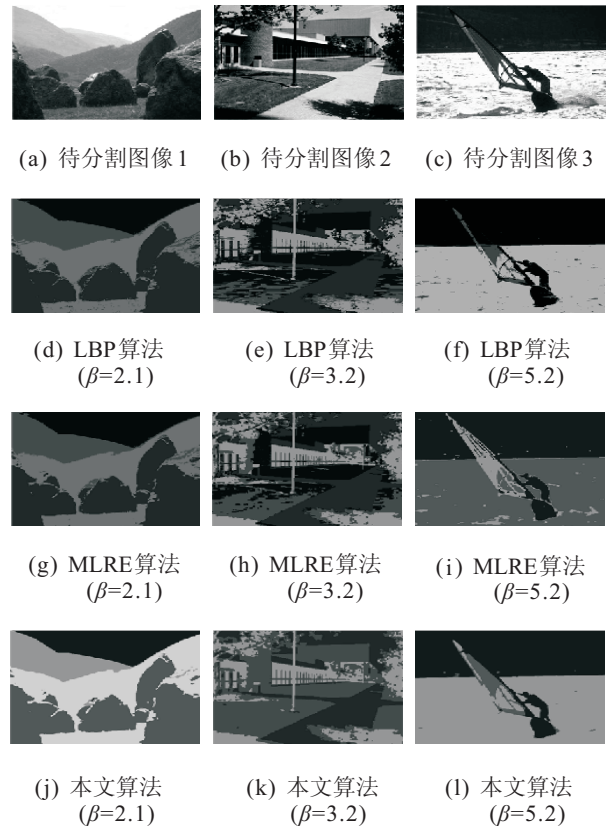


图 4 自然图像分割结果对比

分割实验中, 局部区域消息的计算包含了更多的节点信息, 因此对于单个消息而言具有较大的计算量. 但在实验中发现, 基于区域的分割算法全局迭代次数较小, 这是因为局部区域消息与单像素消息相比更容易收敛, 反而减小了算法的整体迭代次数, 在更大的实验图像中, 这种速度提升的效果更加明显. 实验图

像的分割时间和迭代次数对比如表1所示. 由表1可见, 本文算法具有较小的迭代次数和分割时间.

表1 自然图像分割时间复杂度对比

算法	迭代次数			分割时间/s		
	图4(a)	图4(b)	图4(c)	图4(a)	图4(b)	图4(c)
LBP算法	8	54	41	10.969	15.859	13.062
MLRE算法	5	13	17	10.516	19.125	11.751
本文算法	7	11	13	13.219	17.781	9.153

实验中, 因为全局的Potts先验不能有效地描述自然图像的全局特征, 导致分割结果不够精确. 特别是因为自然图像内复杂的分割对象具有不同的局部先验特征, 所以不同的分割对象如果采用相同的先验, 在标准LBP算法中, 较大的 β 将导致图像某些区域出现欠分割现象(图4(f)中对“帆”的误分割结果), 较小的 β 将在图像某些区域出现过分割现象(图4(e)中“草坪”的分割结果). 局部自适应Potts先验估计虽然增加了参数的估计时间, 但本文算法对于不同的区域采用不同的局部先验特征, 这种先验更接近图像真实的先验知识, 因此有效地提高了算法的分割结果. 在整个分割过程中, 参数的估计时间如表2所示. 从表2可以看出, 参数估计过程虽然需要一定的时间, 但是分割过程仍具有较小的计算代价. 实验中, 分割算法每迭代一次, 便产生一个更接近真值的分割结果, 在迭代后期, β_s 已十分接近真值, 因此可以停止对参数的估计, 有效地减小了参数的估计时间. 在分割实验中进一步发现, 一个较大的 β 常使得LBP算法的欠分割现象较为严重, 分割结果严重失真, 而本文算法由于更多地考虑了局部区域特征, 在 β 较大的范围内, 均可以得到一个较好的分割结果, 表现出很好的鲁棒性.

表2 提出算法的分割时间对比 s

图像	总的运算时间	参数估计时间	分割时间
图4(a)	172.484	159.265	13.219
图4(b)	370.392	352.611	17.781
图4(c)	225.690	216.537	9.153

5 结 论

本文提出了一种基于局部空间自适应MRF模型的图像分割算法. 该算法利用空间自适应模型简单地描述了图像内不同区域丰富的局部特征, 建立了新的局部空间自适应分割模型, 采用局部收敛的LBP算法对区域消息进行迭代传递. 在分割过程

中, 本文算法对局部空间先验知识进行迭代更新, 得到了一个更接近真值的先验知识, 因此与采用固定先验知识的标准LBP算法和MLRE算法相比, 具有更好的分割结果. 同时, 局部收敛的策略不仅有效抑制了图像噪声和纹理突变的影响, 而且减小了算法的分割时间.

参考文献(References)

- [1] Roth S, Black M. Fields of experts: A framework for learning image priors[C]. IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2005, 2: 860-867.
- [2] Weiss Y, Freeman W T. What makes a good model of natural images?[C]. IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2007: 1-8.
- [3] Tanaka M, Okutomi M. Locally adaptive learning for translation-variant MRF image priors[C]. IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2008: 1-7.
- [4] Potetz B, Lee T S. Efficient belief propagation for higher-order cliques using linear constraint nodes[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2008, 112(1): 39-54.
- [5] Tappen M F, Liu C, Adelson E H, et al. Learning Gaussian conditional random fields for low-level vision[C]. IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2007: 1-8.
- [6] 徐胜军, 韩九强, 赵亮, 等. 用于图像分割的局部区域能量最小化算法[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(8): 7-12. (Xu S J, Han J Q, Zhao L, et al. Algorithm of minimizing local region energy for image segmentation[J]. J of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(8): 7-12.)
- [7] Li S Z. MRF modeling in computer vision[M]. New York: Springer-Verlag, 1995: 133-134.
- [8] Wang Lei, Liu Jun, Stan Z L. MRF parameter estimation by MCMC method[J]. Pattern Recognition, 2000, 33(11): 1919-1925.
- [9] Geman D. Bayesian image analysis by adaptive annealing[C]. Proc of Int Geoscience and Remote Sensing Symposium. Amherst: Springer-Verlag, 1985: 269-277.
- [10] Szeliski R, Zabih R, Scharstein D, et al. A comparative study of energy minimization methods for Markov random fields with smoothness-based priors[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(6): 1068-1080.