

文章编号: 1001-0920(2013)07-1018-05

## 结合深度信息的视觉伺服准最小最大 MPC 方法

王婷婷, 刘国栋

(江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 将特征点的深度信息和像素坐标作为视觉特征, 提出一种视觉伺服准最小最大模型预测控制(MPC)方法. 与传统方法相比, 机器人控制信号可通过在线求解线性矩阵不等式的凸优化问题获得, 其可行解可保证系统的闭环渐近稳定性. 该方法易于处理系统约束, 在满足执行器机械限制的前提下能够有效规划特征点的图像轨迹. 同时, 深度特征的引入对于改进摄像机的三维轨迹具有显著效果. 六自由度工业机器人手眼系统的仿真结果验证了所提出算法的有效性.

**关键词:** 视觉伺服; 深度信息; 约束; 线性矩阵不等式; 准最小最大模型预测控制

**中图分类号:** TP29

**文献标志码:** A

### Quasi-min-max MPC algorithm for visual servoing system with depth information

WANG Ting-ting, LIU Guo-dong

(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: WANG Ting-ting, E-mail: wtt\_624@163.com)

**Abstract:** Taking depth information and pixel coordinates of the feature points as image features, a quasi-min-max model predictive control(MPC) algorithm for image-based visual servoing is presented. Compared with the traditional method, the robot control signals can be obtained by the convex optimal problem involving linear matrix inequalities(LMIs), and the closed-loop stability of visual servoing system is guaranteed by the feasibility of the LMIs. The proposed method is easy to deal with the system constraints. Under the premise of actuator mechanical limitations, the image trajectories of the feature points are effectively constrained. Furthermore, the introduction of the depth information significantly improves the three-dimensional trajectory of the camera. The simulation results on a 6 degrees-of-freedom robot manipulator with eye-in-hand configuration show the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** visual servoing; depth information; constraint; linear matrix inequalities(LMIs); quasi-min-max model predictive control(MPC) algorithm

## 0 引言

基于图像的视觉伺服(IBVS), 将误差信号定义在图像特征空间, 通过选择适当的视觉特征和视觉控制器实现满意的控制效果<sup>[1-3]</sup>. 为了保证视觉伺服任务的有效执行, 通常情况下需考虑以下3种系统约束: 1) 执行器速度约束, 根据机器人的机械结构, 保证执行器速度不超过其物理约束的上限; 2) 目标可见性约束, 根据摄像机的有效视野范围规划目标点的图像特征轨迹; 3) 摄像机三维轨迹约束, 根据机器人的工作空间范围规划摄像机的三维轨迹, 避免产生不必要的运动. 若忽略上述约束, 则可能导致视觉伺服性能降

低, 甚至导致任务失败.

传统基于图像的视觉伺服, 通常采用特征点的图像坐标作为视觉特征, 利用反馈比例控制器实现当前视觉特征与期望视觉特征之间误差的指数衰减, 对系统模型误差以及摄像机标定误差具有鲁棒性, 通常可以得到满意的控制效果. 然而, 该方法仍存在一些不足<sup>[4-6]</sup>, 如系统的局部渐近稳定性, 摄像机后退现象以及图像雅可比矩阵的奇异等, 此外, 约束处理更是一个难以解决的问题. 大量文献针对上述问题进行了广泛研究, 并提出了许多改进的方法. 文献[7]提出一种结合图像坐标与深度信息的视觉伺服方法, 推导了线

收稿日期: 2012-03-01; 修回日期: 2012-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60804013).

作者简介: 王婷婷(1983-), 女, 博士生, 从事机器人视觉伺服的研究; 刘国栋(1950-), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器人控制等研究.

性视觉控制律的解析形式,在改进摄像机三维轨迹的同时,减小了目标越出摄像机视野以及控制变量超出执行器物理极限的几率.然而,该方法并未直接考虑约束问题,对系统鲁棒性未进行明确的分析.文献[8]将非线性模型预测控制方法引入视觉伺服,在每一采样时刻在线处理开环系统的约束最优问题,得到了满意的控制效果.然而,由于预测时域有限,算法的最优解并不能保证闭环系统的鲁棒稳定性.

准最小最大模型预测控制<sup>[9]</sup>是一种针对线性参变(LPV)状态空间模型的无限时域模型预测控制方法.该方法通过在线滚动优化动态求解最优控制信号,能够显式地处理系统约束,并保证系统的鲁棒稳定性.本文针对基于图像的视觉伺服,选择特征点的像素坐标和深度估计值作为视觉特征,根据机器人控制变量与视觉特征时间变化量之间的关系建立离散系统LPV模型.其中执行器速度约束规划为系统输入约束,目标可见性约束与摄像机工作空间限制统一规划为系统输出约束.因此,利用准最小最大模型预测控制(MPC)方法,视觉伺服任务可通过在线求解线性矩阵不等式的凸优化问题实现,其可行解能够保证系统的闭环渐近稳定性.

## 1 结合深度特征的视觉伺服系统模型

传统基于图像的视觉伺服,通常采用特征点的图像坐标作为视觉特征,图像雅可比矩阵是视觉特征与特征点深度的函数.由于误差直接定义在图像特征空间,摄像机的三维轨迹难以控制,在伺服过程中可能产生不必要的运动,降低了视觉伺服的性能,甚至导致任务失败.因此,本文将图像坐标和深度信息同时引入视觉特征,为直接约束摄像机的三维轨迹提供了条件.传统方法中将深度信息作为图像雅可比矩阵的时变参数,通常需要实时估计,所以本文选取的视觉特征与传统方法相比没有引入附加信息.

### 1.1 结合深度特征的图像雅可比矩阵

假设特征点 $P$ 在摄像机笛卡尔坐标系的坐标表示为 $(X, Y, Z)$ ,将其投影到摄像机成像平面,则对应于图像坐标 $(u, v)$ ,二者满足如下关系:

$$u = k \frac{X}{Z}, v = k \frac{Y}{Z}. \quad (1)$$

式中放大系数 $k = \alpha f$ , $\alpha$ 表示成像平面到图像平面的比例系数, $f$ 为摄像机焦距.

定义视觉特征 $s = (u, v, Z)^T$ ,将摄像机速度

$$\tau = [T_x, T_y, T_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$$

作为系统控制变量, $\tau_t = [T_x, T_y, T_z]^T$ 和 $\tau_\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 分别表示摄像机的线速度和角速度.推导图像雅可比矩阵

$$L_s = \begin{bmatrix} -\frac{k}{Z} & 0 & \frac{u}{Z} & \frac{uv}{k} & -\left(k + \frac{u^2}{k}\right) & v \\ 0 & -\frac{k}{Z} & \frac{v}{Z} & k + \frac{v^2}{k} & -\frac{uv}{k} & -u \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{vZ}{k} & \frac{uZ}{k} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

使得控制变量 $\tau$ 与视觉特征的时间变化量 $\dot{s}$ 之间满足

$$\dot{s}(t) = L_s(t)\tau(t). \quad (3)$$

### 1.2 视觉伺服LPV系统模型建立

定义采样周期为 $T_s$ ,则动态方程(3)可通过有限差分方法近似为如下离散形式:

$$s(k+1) = s(k) + L_e(k)\tau(k), \quad (4)$$

其中 $L_e(k) = T_s L_s(k)$ .

由式(2)可知,图像雅可比矩阵 $L_s(k)$ 是特征变量 $u(k)$ 、 $v(k)$ 和 $Z(k)$ 的函数.因此,在整个视觉伺服过程中,系统输入矩阵 $L_e(k)$ 的值随参数向量 $p(k) = [u(k), v(k), Z(k)]$ 的变化而改变,即 $L_e(k) = L_e(p(k))$ .根据摄像机的分辨率可以确定图像坐标 $u(k)$ 和 $v(k)$ 的变化范围分别为 $u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}$ , $v_{\min} \leq v(k) \leq v_{\max}$ .同时,根据机器人的可操作空间可以确定特征点深度 $Z(k)$ 的变化范围为 $Z_{\min} \leq Z(k) \leq Z_{\max}$ .因此, $L_e(p(k))$ 可以分解为已知顶点矩阵的凸组合形式,使得任意采样时刻 $k$ ,输入矩阵 $L_e(p(k))$ 在由 $R$ 个顶点矩阵 $L_{er}$  ( $r = 1, 2, \dots, R$ )组成的凸多面体 $\Omega$ 中变化,即

$$L_e(p(k)) \in \Omega = C_o\{L_{e1}, L_{e2}, \dots, L_{eR}\}. \quad (5)$$

应用TP模型变换方法<sup>[10]</sup>易于实现这一分解.

令误差向量 $e(k) = s(k) - s^*$ 表示系统状态,期望特征 $s^*$ 为常数向量,则根据式(4)和(5),可得到视觉伺服系统LPV状态空间模型

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + L_e(p(k))\tau(k), \\ e(k) = x(k). \end{cases} \quad (6)$$

其输入输出满足约束

$$|\tau_l(k)| \leq \tau_{l,\max}, l = 1, 2, \dots, 6, k \geq 0; \quad (7)$$

$$|e_q(k) + s_q^*| \leq s_{q,\max}, q = 1, 2, 3, k \geq 0. \quad (8)$$

## 2 基于准最小最大MPC算法的视觉伺服控制

对于约束视觉伺服系统模型(6)~(8),因为视觉特征实时可测,所以当前时刻参数向量 $p(k)$ 已知,系统输入矩阵 $L_e(p(k))$ 可以确定.然而,未来时刻系统矩阵 $L_e(p(k+i))$  ( $i \geq 1$ )无法确定,但它在凸多面体(5)中变化,因此视觉伺服系统的控制向量可通过准最小最大MPC方法在线滚动最优求解.

## 2.1 准最小最大MPC算法

在每一个采样时刻  $k$ , 设计状态反馈控制律使得“准最坏情况”的无限时域目标函数最小<sup>[9]</sup>, 即

$$\min_{U_0^\infty(k)} \max_{L_e(p(k+i)) \in \Omega, i \geq 0} J_0^\infty(k). \quad (9)$$

分别考虑当前时刻控制向量和未来时刻控制向量, 定义控制序列  $U_0^\infty(k) = [\tau(k|k), U_1^\infty(k)]$ , 其中  $\tau(k|k) = \tau(k)$  为加载到模型中用于计算的第 1 步. 未来控制序列  $U_1^\infty(k)$  使用相同状态反馈增益  $F(k)$ , 即

$$U_1^\infty(k) : \{\tau(k+i|k) = F(k)x(k+i|k), i \geq 1\}, \quad (10)$$

因此, 目标函数  $J_0^\infty(k)$  由两部分组成, 即

$$J_0^\infty(k) = J_0^1(k) + J_1^\infty(k), \quad (11)$$

其中第 1 阶段代价函数

$$J_0^1(k) := x(k|k)^\top Q_w x(k|k) + \tau(k|k)^\top R_w \tau(k|k), \quad (12)$$

$Q_w$  和  $R_w$  为正定权值矩阵. 未来时刻的终端代价函数

$$J_1^\infty(k) := \sum_{i=1}^{\infty} [x(k+i|k)^\top Q_w x(k+i|k) + \tau(k+i|k)^\top R_w \tau(k+i|k)]. \quad (13)$$

由于状态  $x(k|k)$  已知,  $J_0^1(k)$  无不确定性存在, 式 (9) 中求取  $J_0^\infty(k)$  最坏值的上界便转化为求取  $J_1^\infty(k)$  最坏值的上界. 定义二次函数

$$V(x(k+i|k)) = x(k+i|k)^\top P(k)x(k+i|k), \quad (14)$$

其中  $P(k) > 0$ . 在采样时刻  $k$ , 对于任意系统矩阵  $L_e(p(k+i)) \in \Omega, i \geq 1$ , 假设  $V(x(k+i|k))$  满足

$$\begin{aligned} V(x(k+1+i|k)) - V(x(k+i|k)) &\leq \\ &- [x(k+i|k)^\top Q_w x(k+i|k) + \\ &\tau(k+i|k)^\top R_w \tau(k+i|k)]. \end{aligned} \quad (15)$$

令  $x(\infty|k) = 0$ , 从  $i = 1$  到  $i = \infty$  累加上式, 可得

$$\begin{aligned} \max_{L_e(p(k+i)) \in \Omega, i \geq 1} J_1^\infty(k) &\leq V(x(k+1|k)) = \\ &x(k+1|k)^\top P(k)x(k+1|k). \end{aligned} \quad (16)$$

因此, 式 (9) 可以表示为解决第 1 阶段代价  $J_0^1(k)$  与关于  $J_1^\infty(k)$  上界的终端代价和的最小化问题

$$\min_{\tau(k|k), P(k)} \gamma(k), \quad (17)$$

其中非负变量  $\gamma(k)$  满足

$$\begin{aligned} x(k|k)^\top Q_w x(k|k) + \tau(k|k)^\top R_w \tau(k|k) + \\ x(k+1|k)^\top P(k)x(k+1|k) &\leq \gamma(k). \end{aligned} \quad (18)$$

考虑另外两条稳定性约束

$$\gamma(k) < \gamma(k-1), \quad (19)$$

$$P(k) > \varepsilon I, \varepsilon > 0, \quad (20)$$

则通过最优问题 (17) 求得的控制序列能够保证约束系统模型 (6)~(8) 满足全局渐近稳定性<sup>[9]</sup>.

## 2.2 视觉伺服准最小最大MPC控制方法

为确保摄像机姿态的唯一性, 选取  $N \geq 3$  个目标点作为特征点, 对照式 (6)~(8), 为每一特征点建立如下方程:

$$\begin{cases} x_n(k+1) = x_n(k) + L_e(p_n(k))\tau(k), \\ e_n(k) = x_n(k). \end{cases} \quad (21)$$

其中:  $n = 1, 2, \dots, N$ , 且输入输出约束满足

$$|\tau_l(k)| \leq \tau_{l,\max}, l = 1, 2, \dots, 6, k \geq 0; \quad (22)$$

$$|e_{nq}(k) + s_{nq}^*| \leq s_{nq,\max}, q = 1, 2, 3, k \geq 0. \quad (23)$$

考虑任意特征点的收敛性, 定义控制序列  $U_0^\infty(k) = [\tau(k|k), U_{1n}^\infty(k)]$ , 其中  $\tau(k|k) = \tau(k)$  对于任意特征点相同, 并在当前采样时刻  $k$  作用于视觉伺服系统, 以驱动机器人的运动. 然而,  $U_{1n}^\infty(k) : \{\tau_n(k+i|k) = F(k)x_n(k+i|k), i \geq 1\}$  表示未来时刻的控制序列, 仅用来保证未来系统状态的收敛, 实现系统的全局渐近稳定, 并不实际作用于系统, 因此各特征点可以不同.

利用 Schur 补引理<sup>[11]</sup>, 分别将不等式 (15)、(18)~(20) 转化为如下线性矩阵不等式的形式:

$$\min_{\tau(k|k), Q(k), Y(k), \gamma(k)} \gamma(k); \quad (24)$$

s. t.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ x_n(k|k) + L_e(p_n(k))\tau(k|k) & Q(k) & * & * \\ Q_w^{0.5}x_n(k|k) & 0 & \gamma(k)I & * \\ R_w^{0.5}\tau(k|k) & 0 & 0 & \gamma(k)I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} Q(k) & * & * & * \\ Q(k) + L_{er}Y(k) & Q(k) & * & * \\ Q_w^{0.5}Q(k) & 0 & \gamma(k)I & * \\ R_w^{0.5}Y(k) & 0 & 0 & \gamma(k)I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (26)$$

$$\gamma(k) - \gamma(k-1) < 0, \quad (27)$$

$$\gamma(k)I - \varepsilon Q(k) > 0. \quad (28)$$

其中:  $*$  表示线性矩阵不等式的对称结构,  $r = 1, 2, \dots, R$ . 则根据准最小最大 MPC 方法, 视觉伺服系统 (21) 的控制变量可通过在线滚动求解包含线性矩阵不等式 (25)~(28) 的凸最优问题 (24) 动态获得.

若考虑系统约束, 由于  $\tau(k|k)$  被分离出来, 可将其简化为当前时刻的输入约束与其对应的即时输出约束, 则由式 (22) 和 (23) 可得不等式

$$\begin{bmatrix} \tau_l(k|k) - \tau_{l,\max} \\ -\tau_{l,\max} - \tau_l(k|k) \end{bmatrix} \leq 0, l = 1, 2, \dots, 6; \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} (x_n(k|k) + L_e(p_n(k))\tau(k|k))_q + s_{nq}^* - s_{nq,\max} \\ -s_{nq,\max} - (x_n(k|k) + L_e(p_n(k))\tau(k|k))_q - s_{nq}^* \end{bmatrix} \leq 0, q = 1, 2, 3, n = 1, 2, \dots, N. \quad (30)$$

需要注意的是,在当前采样时刻  $k$  仅将控制序列的第1个元素  $\tau(k|k)$  作用于控制系统,终端权值  $P(k) = \gamma(k)Q(k)^{-1}$  与反馈增益  $F(k) = Y(k)Q(k)^{-1}$  用来保证未来系统状态的收敛,而在下一采样时刻  $k+1$  需重新求解凸优化问题(24),以确定下一时刻的最优控制输入  $\tau(k+1|k+1)$ 。

### 3 仿真结果与分析

以六自由度PUMA560工业机器人为研究对象,使用Robotics Matlab Toolbox,在主频2.26 GHz,英特尔P8400双核处理器的个人电脑上,通过两组视觉伺服任务仿真验证本文提出的算法.摄像机(参数如表1所示)安装在机械手末端,限制其最大线速度和最大角速度分别为0.5 m/s和0.5 rad/s,用来定位一个边长为20 cm的矩形目标。

表1 摄像机参数

参数名称	参数值
分辨率/pixel	512 × 512
原点/pixel	[256, 256]
放大系数/(pixel/m)	640
采样周期/ms	40

仿真任务中的目标在摄像机坐标系的初始位姿如表2所示,其中前3个元素和后3个元素分别表示位移和RPY角.当目标与摄像机的相对位姿为  ${}^C H_O = (0, 0, 0.5, 0, 0, 0)$  时,达到期望位姿.选取矩形目标的4个顶点作为特征点,则期望视觉特征为  $s^* = (128, 384, 0.5, 384, 384, 0.5, 384, 128, 0.5, 128, 128, 0.5)$ .定义系数  $\varepsilon = 0.001$ , 权值矩阵  $Q_w = I_{3 \times 3}$ ,  $R_w = I_{6 \times 6}$ .利用TP模型变换工具箱<sup>[12]</sup>分解图像雅可比矩阵,获得凸

多边形的各顶点矩阵  $L_{er}, r = 1, 2, \dots, R$ .

表2 仿真任务的目标初始姿态

任务	X/m	Y/m	Z/m	R/rad	P/rad	Y/rad
1	-0.01	-0.01	0.6	-0.5	0.2	-2.1
2	0	0	0.5	0	0	3.14

对于任务1,若使用传统IBVS方法<sup>[4]</sup>实现,则其仿真结果如图1中粗实线所示,可见:无论是图像特征轨迹还是摄像机的三维轨迹均不理想;在摄像机执行速度的限制下,图像轨迹非常曲折,且大角度的姿态旋转又使得摄像机发生严重的后退现象,产生不必要的运动.采用本文提出的算法,如果不考虑系统输出约束的情况下,仿真结果如点划线所示,可以看出:图像特征轨迹得到了一定的改进,但三维轨迹并未得到明显改善;如果引入深度特征的约束作用,则根据目标的初始姿态与期望姿态可确定特征点深度的变化范围,存在  $0.5 \leq Z \leq 0.6$ ,如粗虚线所示,可见图像特征轨迹呈平滑曲线,同时摄像机无后退现象,三维轨迹得到了极大的改善。

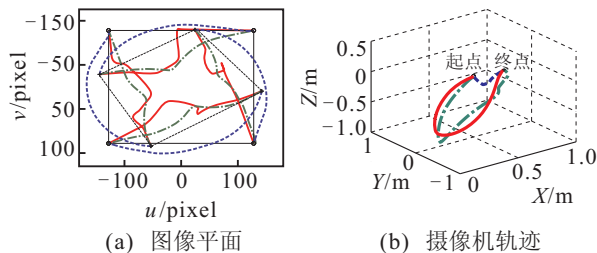


图1 任务1仿真结果比较

若需兼顾二维图像特征轨迹,则可通过同时约束特征点的图像坐标范围来实现.假设图像特征满足约束  $105 \leq u \leq 407, 105 \leq v \leq 407$ ,图2分别通过图像平面的特征轨迹、图像误差、摄像机速度以及摄像机

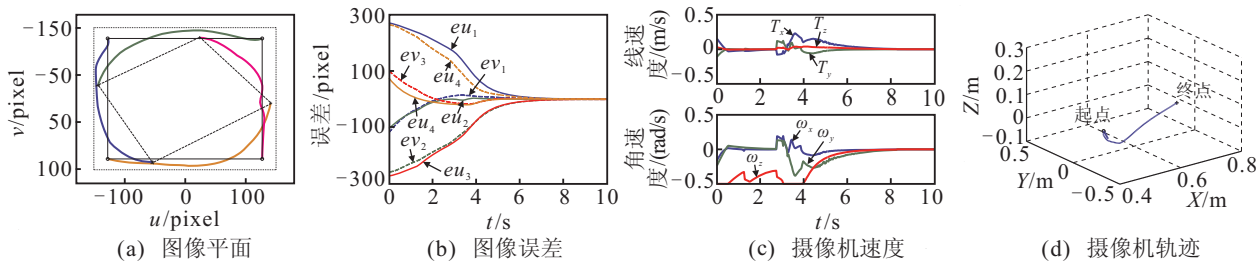


图2 包含全部约束的仿真结果

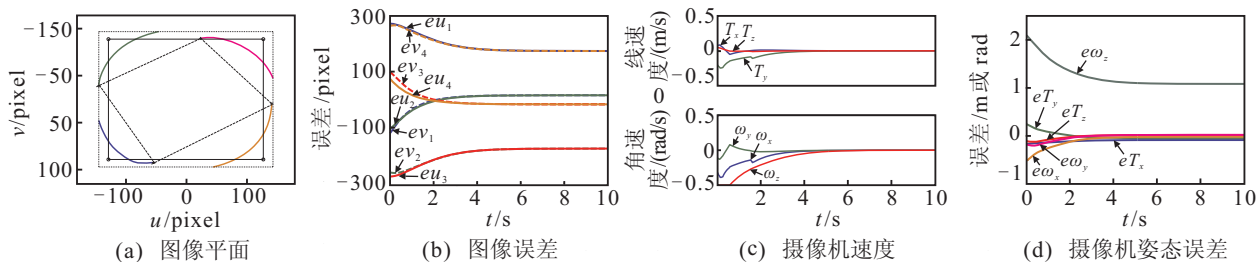


图3 无可行轨迹存在的情况

机轨迹给出了算法的仿真结果. 由图2可以看到, 系统在保证执行器物理约束(即摄像机速度约束)的前提下, 图像特征轨迹与摄像机三维轨迹均得到了很好的规划. 当然, 若选定的图像特征约束与深度约束冲突, 使得摄像机无可行轨迹存在时, 系统将停止在目标函数最小的位置, 以  $112 \leq u \leq 400, 112 \leq v \leq 400, 0.5 \leq Z \leq 0.6$  为例, 仿真结果如图3所示.

任务2是一个绕光轴旋转 $\pi$ 弧度的纯旋转任务. 若使用传统IBVS方法, 则摄像机的后退现象将导致图像雅可比矩阵奇异, 使得此类任务无法完成<sup>[4]</sup>. 然而, 本文提出的算法对深度具有直接约束能力, 使得解决此类问题变得简单有效. 根据目标的初始姿态和期望姿态建立系统输出约束  $0.49 \leq Z \leq 0.51$ , 由图4的仿真结果可以看出, 摄像机成功实现了绕 $z$ 轴的纯旋转运动. 当然, 若需兼顾图像特征轨迹的范围, 则应同时调整深度约束, 以获得可行的摄像机轨迹.

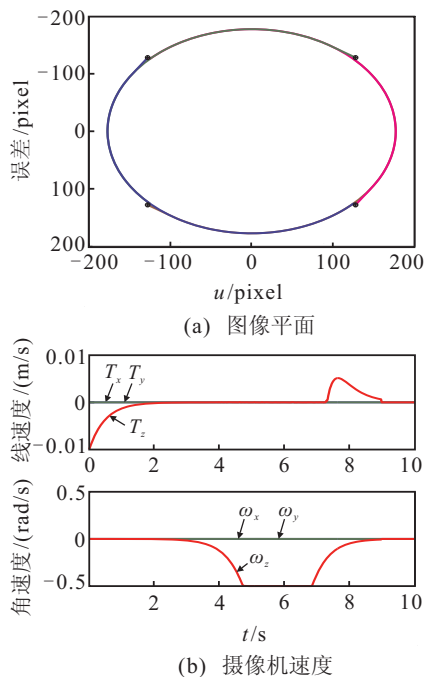


图4 任务2仿真结果

上述两组视觉伺服任务的仿真结果表明, 本文提出的结合深度信息的准最小最大MPC算法具有较好的执行能力. 虽然该算法目前因在线求解线性矩阵不等式而运算时间稍长, 但作者正在开展进一步的研究, 以提高算法的效率. 同时, 随着计算机运算能力的不断提升, 必将使得该算法更加适用于机器人实时视觉伺服任务的处理.

## 4 结 论

本文将深度信息引入视觉特征, 利用准最小最大模型预测控制方法实现了基于图像的视觉伺服任务. 该方法在无限时域内执行模型预测控制, 能够保证系

统的闭环稳定性, 同时, 其约束处理能力能够有效规划目标的图像特征轨迹以及摄像机的三维轨迹. 不同仿真条件下两组视觉伺服任务的仿真结果验证了所提出算法的有效性.

## 参考文献(References)

- [1] 林靖, 徐强华, 陈辉堂, 等. 基于图像差的平面大范围视觉伺服控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(5): 581-584.  
(Lin J, Xu Q H, Chen H T, et al. Image-error-based planar global visual servoing[J]. Control and Decision, 2000, 15(5): 581-584.)
- [2] 吕退东, 黄心汉, 王敏. 基于散焦图像特征的微装配机器人深度运动显微视觉伺服[J]. 机器人, 2007, 29(4): 357-362.  
(Lv X D, Huang X H, Wang M. Microscopic visual servoing for microassembly robot depth motion based on defocus image features[J]. Robot, 2007, 29(4): 357-362.)
- [3] Ott L, Nageotte F, Zanne P, et al. Robotic assistance to flexible endoscopy by physiological-motion tracking[J]. IEEE Trans on Robotics, 2011, 27(2): 346-359.
- [4] Chaumette F, Hutchinson S. Visual servo control, Part I: Basic approaches[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2006, 13(4): 82-90.
- [5] Chaumette F, Hutchinson S. Visual servo control, Part II: Advanced approaches[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2007, 14(1): 109-118.
- [6] Chaumette F. Potential problems of stability and convergence in image-based and position-based visual servoing[C]. The Confluence of Vision and Control[M] Heidelberg: Springer, 1998: 66-78.
- [7] Martinet P, Cervera E. Combining pixel and depth information in image-based visual servoing[C]. Proc of Int Conf on Advanced Robotics. Tokyo, 1999: 445-456.
- [8] Allibert G, Courtial E, Chaumette F. Predictive control for constrained image-based visual servoing[J]. IEEE Trans on Robotics, 2010, 26(5): 933-939.
- [9] Lu Y H, Arkun Y. Quasi-min-max MPC algorithms for LPV systems[J]. Automatica, 2000, 36(4): 527-540.
- [10] Baranyi P. TP model transformation as a way to LMI-based controller design[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2004, 51(2): 387-400.
- [11] Vanantwerp J G, Braatz R D. A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities[J]. J of Process Control, 2000, 10(4): 363-385.
- [12] Nagy S, Peters Z, Baranyi P. TP tool-a MATLAB toolbox for TP model transformation[C]. Proc of Int Symposium of Hungarian Researches on Computational Intelligence and Informatics. Budapest, 2007: 483-495.