

文章编号: 1001-0920(2013)08-1253-04

## 考虑 LuGre 摩擦的伺服系统自适应模糊控制

杜仁慧, 吴益飞, 陈 威, 陈庆伟

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

**摘要:** 针对摩擦非线性的存在会使伺服系统控制精度难以提高的问题, 建立了考虑动态 LuGre 摩擦的伺服系统数学模型, 在系统参数和负载转矩未知的情况下设计了自适应模糊控制器, 用自适应模糊逻辑系统在线逼近包含 LuGre 摩擦在内的非线性环节, 从而实现了伺服系统高精度的位置跟踪. 利用 Lyapunov 函数证明了闭环系统的稳定性. 仿真结果表明, 该控制器能有效地补偿摩擦非线性的影响, 并对负载转矩变化具有较强的鲁棒性.

**关键词:** LuGre 摩擦; 伺服系统; 模糊控制; 自适应控制; 位置跟踪

**中图分类号:** TP13

**文献标志码:** A

## Adaptive fuzzy control for the servo system with LuGre friction

DU Ren-hui, WU Yi-fei, CHEN Wei, CHEN Qing-wei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: DU Ren-hui, E-mail: durenhui1985@hotmail.com)

**Abstract:** The servo system control precision is difficult to improve because of the presence of nonlinear friction. Therefore, the servo system model with the dynamic LuGre friction is established. The adaptive fuzzy controller is designed in the case of unknown system parameters and load torque. The adaptive fuzzy logic system is used to approximate the nonlinear part including LuGre friction to achieve high-precision position tracking. It can be ensured theoretically by Lyapunov function that the closed-loop system is stable. Simulation results show that the controller can compensate the influence of nonlinear friction, and be robust for the load torque change.

**Key words:** LuGre friction; servo system; fuzzy control; adaptive control; position tracking

### 0 引 言

摩擦非线性的存在, 会使高精度的伺服系统在稳态时出现静差或极限环振荡, 在低速时出现爬行现象, 这些会严重影响伺服系统的动静态性能<sup>[1]</sup>, 所以要实现伺服系统高精度的跟踪性能, 必须采用合适的摩擦补偿方法抑制或消除摩擦非线性的影响.

对摩擦进行很好的补偿, 首先必须建立一个能够反应真实摩擦现象的数学模型. LuGre 摩擦模型是 Canudas<sup>[1]</sup>在 1995 年提出的一个较为完善的动态摩擦模型, 它能准确地描述摩擦过程中复杂的动静态特性, 如爬行、极限环振荡、滑前变形、摩擦记忆、变静摩擦等. 然而 LuGre 摩擦模型的参数较多, 鬃毛变形量不可测, 使得对其进行研究变得较为困难. 文献 [1] 在 LuGre 摩擦模型参数已知的前提下, 设计了鬃毛变形观测器, 实现了摩擦补偿. 文献 [2] 设计了双观测器估

计鬃毛变形量, 采用反步自适应控制器估计动态摩擦参数, 有效地削弱了摩擦非线性的影响. 文献 [3] 在 [2] 的基础上有所改进, 只用了一个鬃毛变形观测器, 而且考虑了负载转矩不确定性的影响. 文献 [1-3] 中鬃毛变形观测器的引入使所设计的控制器变得复杂.

Wang<sup>[4]</sup>提出的自适应模糊逻辑系统具有万能逼近特性, 能有效地逼近系统中的非线性函数, 近年来被广泛地应用于各种伺服系统的非线性控制中<sup>[5-9]</sup>. 本文应用自适应模糊逻辑系统在线逼近伺服系统中包含摩擦在内的非线性环节, 在系统参数和负载转矩未知的情况下设计自适应模糊控制器. 所设计的控制器中不含鬃毛变形量观测器, 具有结构简单、易于工程实现的特点. 应用 Lyapunov 方法设计系统的自适应参数, 并证明了闭环系统的稳定性. 仿真结果表明该控制器能够高精度跟踪给定的位置信号, 并具有较好的鲁棒性.

收稿日期: 2012-03-12; 修回日期: 2012-09-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60975075, 61074023); 江苏省研究生科研创新项目(CXZZ12-0203).

作者简介: 杜仁慧(1985-), 男, 博士生, 从事伺服系统高精度控制的研究; 陈庆伟(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、运动体高精度跟踪控制等研究.

## 1 考虑 LuGre 摩擦的伺服系统模型

若不考虑齿隙非线性的影响, 伺服系统的结构如图 1 所示.

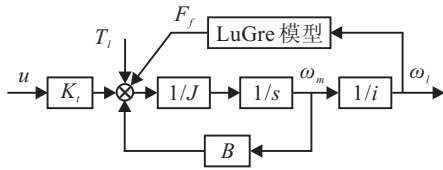


图 1 伺服系统的结构框图

图 1 所示伺服系统的动力学方程为<sup>[3]</sup>

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m, \\ J \frac{d\omega_m}{dt} = K_t u - B\omega_m - F_f - T_l. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\theta_m$  和  $\omega_m$  为电机转子的角度和角速度,  $K_t$  为电磁力矩常数,  $u$  为控制输入,  $J$  和  $B$  分别为折算到电机侧的转动惯量和阻尼系数,  $F_f$  和  $T_l$  分别为摩擦力矩和其他负载转矩.  $F_f$  采用 LuGre 摩擦模型表示为<sup>[1, 10]</sup>

$$\frac{dz}{dt} = \omega_l - \frac{|\omega_l|}{g(\omega_l)} z, \quad \omega_l = \frac{\omega_m}{i}, \quad (2)$$

$$\sigma_0 g(\omega_l) = F_C + (F_S - F_C) e^{-(\omega_l/\omega_s)^2}, \quad (3)$$

$$F_f = \lambda \left( \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 \omega_l \right). \quad (4)$$

式(2)为接触表面鬃毛平均变形的动力学方程, 其中  $z$  为鬃毛的平均变形量,  $\omega_l$  为负载角速度,  $i$  为传动比, 非线性函数  $g(\omega_l) > 0$  为摩擦效应. 式(3)中,  $\sigma_0$  为鬃毛刚度系数,  $F_C$  为 Coulomb 摩擦力矩,  $F_S$  为最大静摩擦力矩,  $\omega_s$  为 Stribeck 速度. 式(4)中,  $\sigma_1$  为鬃毛阻尼系数,  $\sigma_2$  为粘性摩擦系数,  $\lambda$  为摩擦系数. 在实际的 LuGre 模型中, 参数会因温度、润滑、材料磨损等因素的影响而变化, 所以引入  $\lambda$  来反映这种参数变化对摩擦力矩的影响<sup>[10]</sup>.

## 2 自适应模糊控制器设计

### 2.1 自适应模糊逼近系统

为了减小伺服系统中摩擦非线性以及负载不确定性的影响, 采用自适应模糊逼近系统设计控制器对上述不确定因素进行补偿, 使系统能够高精度地跟踪给定的位置信号.

本文采用基于单值模糊产生器, 乘积推理规则和中心平均模糊消除器的多输入单输出自适应模糊逼近系统, 其表达式为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^M p_j(\mathbf{x}) \theta_j = \boldsymbol{\theta}^T P(\mathbf{x}). \quad (5)$$

其中:  $M$  为模糊规则总数;  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  和  $f(\mathbf{x})$  分别为模糊系统的输入和输出;  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M]^T$  为自适应参数向量;  $P(\mathbf{x}) = [p_1(\mathbf{x}), p_2(\mathbf{x}), \dots, p_M(\mathbf{x})]^T$  为模糊基函数向量, 可以定义为

$$p_j(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n \mu_A^j(x_i) / \sum_{j=1}^M \left[ \prod_{i=1}^n \mu_A^j(x_i) \right], \quad (6)$$

$\mu_A^j(x_i)$  为系统输入的隶属度函数. 根据万能逼近定理, 该自适应模糊系统能以任意精度逼近致密集上的任意连续函数<sup>[4]</sup>.

### 2.2 自适应模糊控制器设计

对于系统(1), 假设  $\theta_m$  和  $\omega_m$  为可测的状态变量, 期望位置信号  $\theta_d(t)$  及其导数  $\dot{\theta}_d(t)$  已知, 参数  $K_t$ 、 $J$ 、 $B$ 、 $F_f$ 、 $T_l$  都未知, 设计自适应模糊控制器  $u$ , 使得伺服系统实际的位置输出  $\theta_m(t)$  能够高精度地跟踪其期望值  $\theta_d(t)$ .

定义位置误差为

$$e = \theta_m - \theta_d, \quad (7)$$

定义滑模函数为

$$s = \dot{e} + \alpha e = \alpha(\theta_m - \theta_t). \quad (8)$$

其中:  $\alpha > 0$  为可调参数;  $\theta_t$  为辅助变量, 定义为

$$\theta_t = \theta_d - \dot{e}/\alpha. \quad (9)$$

对式(8)求导, 可得

$$\dot{\theta}_m = \dot{\theta}_t + \dot{s}/\alpha. \quad (10)$$

将式(10)代入(1), 可得

$$\frac{B}{K_t \alpha} \dot{s} = u - \frac{1}{K_t} (J \dot{\omega}_m + B \dot{\theta}_t + F_f + T_l) = u - G, \quad (11)$$

其中函数  $G$  为包含 LuGre 摩擦力矩和其他负载转矩的非线性函数, 可用自适应模糊系统逼近, 即

$$G = \boldsymbol{\theta}^* T P(e) + \varepsilon. \quad (12)$$

这里,  $\boldsymbol{\theta}^*$  为理想逼近参数;  $\varepsilon$  为逼近误差, 由万能逼近定理可以假设  $|\varepsilon| \leq \varepsilon^*$ ,  $\varepsilon^*$  为充分小的正常数;  $\mathbf{e} = [e, \dot{e}]^T$  为误差向量.

取模糊自适应控制律

$$u = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T P(e) - K_d s - K_r \text{sgn}(s). \quad (13)$$

其中:  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  为模糊估计参数,  $K_d > 0$ 、 $K_r > 0$  为可调参数.

### 2.3 稳定性分析

**定理 1** 由系统(1)和控制器(13)组成的自适应模糊闭环系统稳定, 只要取参数自适应律为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = -\Gamma P(e) s, \quad (14)$$

其中  $\Gamma$  为正定对角阵, 且  $K_r > \varepsilon^*$ .

**证明** 构造 Lyapunov 函数

$$V = \frac{B}{2K_t \alpha} s^2 + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \quad (15)$$

其中  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}^*$  为参数估计误差. 因为  $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}$ , 对式(15)求导, 可得

$$\dot{V} = \frac{B}{K_t \alpha} \dot{s} s + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}. \quad (16)$$

将式(11)~(13)代入(16), 可得

$$\dot{V} = -K_d s^2 - [K_r \text{sgn}(s) + \varepsilon]s + \hat{\theta}^T [P(e)s + \Gamma^{-1} \hat{\theta}]. \quad (17)$$

由参数自适应律 (14) 可得

$$\dot{V} = -K_d s^2 - [K_r \text{sgn}(s) + \varepsilon]s, \quad (18)$$

又由  $K_r > \varepsilon^* \geq |\varepsilon|$  可得

$$-[K_r \text{sgn}(s) + \varepsilon]s \leq 0, \quad (19)$$

所以有

$$\dot{V} \leq -K_d s^2 \leq 0. \quad (20)$$

由此可知闭环系统是稳定的.  $\square$

所设计的自适应模糊控制器的具体结构如图 2 所示.

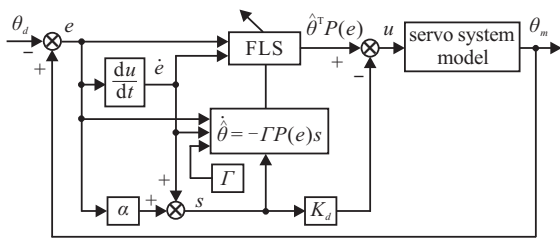


图 2 自适应模糊控制器结构图

### 3 仿真结果及分析

本节将自适应模糊控制与 PID 固定摩擦补偿控制<sup>[10]</sup>作比较, 在 Matlab 7 环境下通过仿真验证本文自适应模糊控制具有良好的性能.

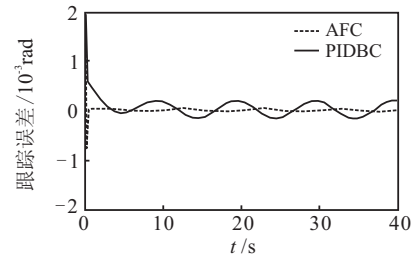
文献 [10] 在 LuGre 摩擦模型参数已知的情况下, 设计鬃毛变形观测器以补偿摩擦非线性的影响. 文献 [3] 已验证了其比传统的 PID 的控制效果好, 所以本文将所设计的自适应模糊控制器与文献 [10] 的方法进行比较.

伺服系统模型参数为:  $J = 0.5 \text{ kgm}^2, K_t = 1, B = 0.3 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}, i = 10$ . LuGre 摩擦模型参数为:  $\sigma_0 = 10000 \text{ N} \cdot \text{m}, \sigma_1 = 35 \text{ N} \cdot \text{m}, \sigma_2 = 0.2 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}, F_C = 0.3 \text{ N} \cdot \text{m}, F_S = 0.45 \text{ N} \cdot \text{m}, \omega_s = 0.005 \text{ rad}/\text{s}$ . 初始状态为:  $\theta_m = 0, \omega_m = 0$ . 期望信号为  $\theta_d(t) = \sin(0.2\pi t)$ . 控制器参数为:  $\alpha = 10, K_d = 100, K_r = 0.001, \Gamma = \text{diag}[10^4, 10^4, 10^4, 10^4, 10^4, 10^4]$ . 模糊补偿隶属度函数  $\mu_A^j(x_i)$  设计为

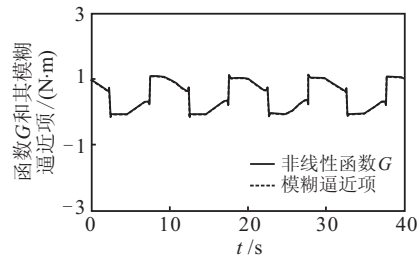
$$\begin{aligned} \mu_A^1(x_i) &= 1/(1 + \exp(-5(x_i - 5))), \\ \mu_A^2(x_i) &= \exp(-(x_i - 4)^2/2), \\ \mu_A^3(x_i) &= \exp(-(x_i - 2)^2/2), \\ \mu_A^4(x_i) &= \exp(-(x_i - 0)^2/2), \\ \mu_A^5(x_i) &= \exp(-(x_i + 2)^2/2), \\ \mu_A^6(x_i) &= \exp(-(x_i + 4)^2/2), \\ \mu_A^7(x_i) &= 1/(1 + \exp(5(x_i + 5))). \end{aligned}$$

#### 3.1 摩擦补偿性能

为了考察自适应模糊控制器的摩擦补偿性能, 将其与文献 [10] 的 PID 固定摩擦补偿控制比较, 负载力矩  $T_l = 0.5 \text{ N} \cdot \text{m}$  和摩擦系数  $\lambda = 1$  保持不变, 图 3 为得到的结果, 其中 PIDBC 表示 PID 固定摩擦补偿控制, AFC 表示自适应模糊控制.



(a) 跟踪误差比较



(b) 函数 G 及其模糊逼近曲线

图 3 摩擦补偿性能

PID 固定摩擦补偿控制能够抑制转速过零时摩擦的影响, 减小了稳态跟踪误差 (图 3(a)), 但是该方法是在 LuGre 模型的全部参数已知的条件下进行补偿的; 自适应模糊系统能够很好地逼近非线性函数  $G$  (图 3(b)), 使得自适应模糊控制不仅几乎消除了转速过零时摩擦的影响, 而且跟 PID 固定摩擦补偿控制相比, 稳态误差峰峰值减小到 1/10 左右 (图 3(a)).

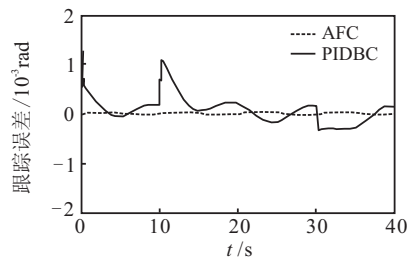
#### 3.2 鲁棒性能

为了进一步考察所提出的自适应模糊控制的鲁棒性能, 进行以下两个仿真实验.

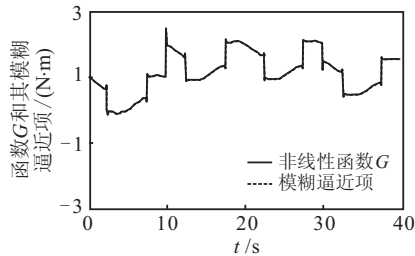
**仿真 1** 摩擦系数  $\lambda = 1$ , 初始时刻负载力矩  $T_l = 0.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ ;  $t = 10 \text{ s}$  时, 突变为  $1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ ;  $t = 30 \text{ s}$  时, 突变为  $1 \text{ N} \cdot \text{m}$ . 图 4 为得到的仿真结果. 由图 4 可见, PID 固定摩擦补偿控制不能适应负载转矩的变化 (图 4(a)); 而自适应模糊系统能够逼近负载转矩的跳变 (图 4(b)), 所以自适应模糊控制下系统仍然保持很高的跟踪精度 (图 4(a)), 对负载转矩的变化具有较强的鲁棒性.

**仿真 2** 负载力矩  $T_l = 0.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ , 在  $10 \sim 30 \text{ s}$  之间时摩擦系数  $\lambda = \sin(\pi t) + 2$ , 其余时间  $\lambda = 1$ , 图 5 为得到的仿真结果. 在  $10 \sim 30 \text{ s}$  之间摩擦系数变化时, PID 固定摩擦补偿控制的跟踪误差相应地出现了较大的波动 (图 5(a)); 而自适应模糊系统能够自适应摩擦的变化 (图 5(b)), 所以自适应模糊控制受到的影响

很小, 稳态误差的峰值几乎没有变化(图5(a)).

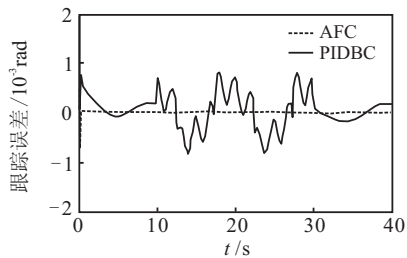


(a) 负载转矩突变时跟踪误差比较

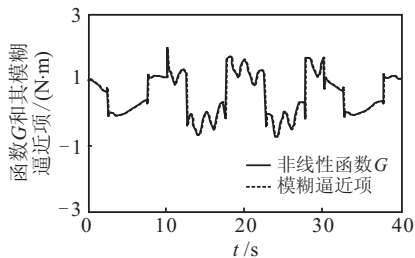


(b) 负载转矩突变时函数G及其模糊逼近曲线

图4 负载转矩突变时的鲁棒性能



(a) 摩擦系数变化时跟踪误差比较



(b) 摩擦系数变化时函数G及其模糊逼近曲线

图5 摩擦系数变化时的鲁棒性能

仿真结果表明, 本文提出的自适应模糊控制方法能够在伺服系统的摩擦力矩和其他负载转矩变化的情况下, 高精度地跟踪期望信号, 具有良好的稳定性和鲁棒性。

## 4 结论

本文针对考虑LuGre摩擦的伺服系统, 在系统参数和负载转矩未知的情况下设计了自适应模糊控制器, 实现了对LuGre摩擦的补偿控制。不仅从理论上证明了自适应模糊控制系统的稳定性, 而且通过仿真验证了该控制方法在负载转矩和摩擦力矩变化的情况下, 能够使伺服系统高精度地跟踪期望信号, 比PID固定摩擦补偿控制具有更高的控制精度和鲁棒性。

## 参考文献(References)

- [1] Canudas C de Wit, Olsson H, Lischinsky P. A new model for control of systems with friction[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(3): 419-425.
- [2] Tan Yaolong, Chang Jie, Tan Huanlin. Adaptive backstepping control and friction compensation for AC servo with inertia and load uncertainties[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2003, 50(5): 944-952.
- [3] 周金柱, 段宝岩, 黄进. LuGre摩擦模型对伺服系统的影响与补偿[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 990-994. (Zhou J Z, Duan B Y, Huang J. Effect and compensation for servo systems using LuGre friction model[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(6): 990-994.)
- [4] Wang L X, Mendel J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least squares learning[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(5): 807-814.
- [5] 于金鹏, 陈兵, 于海生, 等. 基于自适应模糊反步法的永磁同步电机位置跟踪控制[J]. 控制与决策, 2010, 25(10): 1547-1551. (Yu J P, Chen B, Yu H S, et al. Adaptive fuzzy backstepping position tracking control for permanent magnet synchronous motor[J]. Control and Decision, 2010, 25(10): 1547-1551.)
- [6] Hicham Chaoui, Pierre Sicard. Adaptive fuzzy logic control of permanent magnet synchronous machines with nonlinear friction[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2012, 59(2): 1123-1133.
- [7] 过希文, 王群京, 李国丽, 等. 基于摩擦补偿的永磁球形电机自适应模糊控制[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(15): 75-81. (Guo X W, Wang Q J, Li G L, et al. Adaptive fuzzy control for permanent magnet spherical motor based on friction compensation[J]. Proc of the CSEE, 2011, 31(15): 75-81.)
- [8] 王永富, 柴天佑. 一种补偿动态摩擦的自适应模糊控制方法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(2): 139-143. (Wang Y F, Chai T Y. Adaptive fuzzy control method for dynamic friction compensation[J]. Proc of the CSEE, 2005, 25(2): 139-143.)
- [9] Wang Yongfu, Wang Dianhui, Chai Tianyou. Extraction and adaptation of fuzzy rules for friction modeling and control compensation[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2011, 19(4): 682-693.
- [10] Canudas C de Wit, Lischinsky P. Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model[J]. Adaptive Control and Signal Processing, 1997, 11(1): 65-80.