第 28 卷 第 8 期
Vol. 28 No. 8

控 制 与 决 策
Control and Decision

2013 年 8 月
Aug. 2013

文章编号: 1001-0920 (2013) 08-1242-05

一种基于最优可能满意度的群 AHP 判断矩阵集结方法

焦 波, 黄赪东, 黄 飞, 李 伟

(中国人民解放军 63880 部队，河南 洛阳 471003)

摘 要: 针对层次分析法 (AHP) 判断矩阵群决策问题, 提出一种新方法: 定义可能度和满意度指标, 分别衡量属性排序约束下合成矩阵的一致性程度和合成矩阵与群组判断矩阵的差异程度; 利用模糊互补判断矩阵的线性和连续性, 计算与群组判断矩阵差异最小的最优可能度矩阵和无约束的最优满意度矩阵; 采用两个最优矩阵上三角元素的几何平均, 获取满足最优可能满意度的群决策合成矩阵. 最后通过算例表明了所提出方法的有效性和实用性.

关键词: 层次分析法；判断矩阵；群决策；可能满意度；属性排序

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

An aggregation method for the AHP judgment matrices based on optimum possibility-satisfiability degree

JIAO Bo, *HUANG Cheng-dong*, *HUANG Fei*, *LI Wei*

(Unit 63880 of PLA，Luoyang 471003，China． Correspondent：JIAO Bo，E-mail：jiaobonudt116@163.com)

Abstract: A new aggregation method for the analytic hierarchy process(AHP) judgment matrices in group decision-making is proposed. Firstly, the possibility degree which measures consistency under the condition of attributes ordering and the satisfiability degree which measures the difference between group judgment matrices and synthetic matrix are defined. Then, the optimum possibility degree matrix and the optimum satisfiability degree matrix are computed based on the linearly and continuity of fuzzy complementary judgment matrices. Finally, with the geometrical average between upper triangular elements of two optimum matrices, the optimum possibility-satisfiability degree synthetic matrix is acquired. Numerical examples show the effectiveness and practicability of the method proposed.

Key words: AHP；judgment matrix；group decision-making；possibility-satisfiability degree；attributes ordering

0 引 言

群层次分析法判断矩阵的集结是层次分析法 (AHP) 决策理论研究和应用中需要解决的问题. 目前群决策集结方法主要有以下几种: 1) 专家交互式群决策[1-2]; 2) 加权算术/几何平均[3]; 3) 选取群组判断矩阵中差异最小的关键元素构建完全一致合成矩阵[4]; 4) 根据群组判断矩阵的一致性和相似性对专家赋权, 通过判断矩阵对应特征向量的线性加权获取合成属性排序向量[5]; 5) 在群组判断矩阵相容性修正的基础上, 采用集结算子获取合成属性排序向量[6]; 6) 在个体判断矩阵一致性修正的基础上[7-9], 采用集结算子获取合成矩阵.

在群决策合成矩阵优劣程度的衡量方面, 目前主要从合成矩阵一致性及其与原始偏好差异两个方面考虑, 但现有方法缺乏能够综合度量合成矩阵一致性和合成矩阵与原始偏好差异的指标, 集结过程具有一定的盲目性. 文献 [8] 首次给出了可能满意度的定义, 该方法采用可能满意度指导修正迭代步骤, 但仅适用于个体判断矩阵的一致性修正 (不适用于群组决策), 并且每次迭代逐步减弱对原始判断矩阵的记忆性, 难以达到最优可能满意度结果. 前述方法 5) [6]将可能满意度推广至群决策领域, 但其通过相容性修正获取合成属性排序向量 (完全一致合成矩阵), 同样存在对原始判断矩阵的记忆性不断减弱的不足.

本文在现有研究成果的基础上, 结合符合专家直观表达的属性排序约束, 构建最优可能度矩阵和最优满意度矩阵, 在最优矩阵形成上下界的约束下, 获取最优可能满意度群决策合成矩阵. 算例分析结果表明了本文方法的有效性.

收稿日期: 2012-03-19；**修回日期:** 2012-07-09.

作者简介: 焦波(1981−), 男, 助理研究员, 博士, 从事信息安全评估、辅助决策的研究；黄赪东(1978−), 男, 工程师, 硕士生, 从事信息安全评估的研究.

1　最优可能度矩阵和最优满意度矩阵

定义 1[7]　设判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$, 若矩阵元素满足以下条件: 1) $a_{ij}>0$; 2) $a_{ii}=1$; 3) $a_{ij}=1/a_{ji}$; $i,j=1,2,\cdots,n$. 则称 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为互正反判断矩阵. 若该矩阵满足完全一致性, 则具有以下特征: $a_{ij}=a_{ik}/a_{jk}, i,j,k=1,2,\cdots,n$.

定义 2[10]　设判断矩阵 $P=(p_{ij})_{n\times n}$, 若矩阵元素满足以下条件: 1) $0\leqslant p_{ij}\leqslant 1$; 2) $p_{ii}=0.5$; 3) $p_{ij}+p_{ji}=1$; $i,j=1,2,\cdots,n$. 则称 $P=(p_{ij})_{n\times n}$ 为模糊互补判断矩阵. 若该矩阵满足完全一致性, 则具有以下特征: $p_{ik}=p_{ij}+p_{jk}-0.5, i,j,k=1,2,\cdots,n$.

正互反和模糊互补是判断矩阵的两种常用表现形式. 文献 [2] 指出, Saaty 的 1～9 标度是正互反判断矩阵常用的知识表达形式, 并给出了正互反与模糊互补判断矩阵之间的转换公式

$$p_{ij}=(1+\log_9 a_{ij})/2,\ a_{ij}=9^{2p_{ij}-1}. \tag{1}$$

本文将正互反和模糊互补两种形式的判断矩阵分别用于专家知识的输入和最优可能度矩阵/最优满意度矩阵的求解. 设 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为有限的可选属性集, $E=\{e_1,e_2,\cdots,e_m\}$ 为有限专家集, 专家 $e_k\in E$ 针对属性集 X 给出正互反判断矩阵, 并通过式 (1) 转换获得模糊互补判断矩阵 $P^k=(p_{ij}^k)_{n\times n}$.

定义 3　针对模糊互补判断矩阵 P^k, 定义属性 $x_i\in X$ 相对于其他属性的优势度为

$$D_i^k=M_i^k\Big/\sum_{1\leqslant j\leqslant n}M_j^k,$$

其中 $M_i^k=\sum\limits_{1\leqslant j\leqslant n,j\neq i}p_{ij}^k$; 针对专家集 E, 定义属性 $x_i\in X$ 相对于其他属性的优势度为

$$D_i=\Big(\sum_{1\leqslant k\leqslant m}D_i^k\Big)\Big/m.$$

专家思维更关注于属性对比, 因此采用优势度 D_i^k 和 D_i 进行属性排序更能符合专家知识的直观表达. 设 $D^k=\{o^k(1),o^k(2),\cdots,o^k(n)\}$ 为优势度 $D_i^k(i=1,2,\cdots,n)$ 的降序排列, 其中 $o^k(\cdot)$ 为 $N=\{1,2,\cdots,n\}$ 的置换函数. 专家集 E 对属性集 X 的排序方法为: 将 $D_i(i=1,2,\cdots,n)$ 按降序排列; 若 $\exists i,j\in N\bullet D_i=D_j$, 则令 $U=\{V|\forall i,j\in V\bullet D_i=D_j,V\subseteq N\}$; 对于 $\forall V\in U$, 计算

$$q_j(j\in V)=\Big(\sum_{1\leqslant k\leqslant m}o^k(j)\Big)\Big/m,$$

将 $D_j(j\in V)$ 按 q_j 降序排列.

将属性 $x_i\in X$ 根据上述排序方法按降序重新排列, 并相应调整模糊互补判断矩阵 P^k 为 $\overline{P}^k(k=1,2,\cdots,m)$. 易知 $\overline{P}^k$ 可由 P^k 经有限对属性置换对应的行列置换来获取.

定义 4　设 $\overline{B}$ 和 $\overline{C}$ 为属性按降序排列的 $n\times n$ 阶模糊互补判断矩阵, 定义距离为

$$d(\overline{B},\overline{C})=\sqrt{\sum_{i<j}(\bar{b}_{ij}-\bar{c}_{ij})^2}. \tag{2}$$

定义 5　设模糊互补判断矩阵 $\overline{P}$ 为 $\overline{J}=\{\overline{P}^1,\overline{P}^2,\cdots,\overline{P}^m\}$ 的合成矩阵, 采用方差尺度衡量 $\overline{P}$ 与 $\overline{J}$ 之间的差异程度

$$v(\overline{P})=\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\big(d(\overline{P},\overline{P}^k)\big)^2. \tag{3}$$

定义 6　最优可能度矩阵是指: 在满足属性排序和完全一致性约束下, 与原始偏好差异最小的判断矩阵; 最优满意度矩阵是指: 无约束条件下, 与原始偏好差异最小的判断矩阵.

定理 1　属性按降序排列且完全一致的模糊互补判断矩阵 $\overline{F}=(\overline{f}_{ij})_{n\times n}$ 与 $n-1$ 元组 $\overline{f}=(\overline{f}_{12},\overline{f}_{34},\cdots,\overline{f}_{n-1,n})$ 一一对应, 且

$$\overline{f}_{ij}(i<j)=\sum_{k=0}^{j-i-1}\overline{f}_{i+k,i+k+1}-0.5(j-i-1).$$

其中 $\overline{f}$ 满足:

1) $\overline{f}\in[0.5,1]^{n-1}$;

2) $\sum\limits_{j=0}^{n-2}\overline{f}_{j+1,j+2}-0.5(n-2)\leqslant 1$.

证明　设 $\overline{F}=(\overline{f}_{ij})_{n\times n}$ 为属性按降序排列且完全一致的模糊互补判断矩阵, 构造 $n-1$ 元组 $\overline{f}=(\overline{f}_{12},\overline{f}_{34},\cdots,\overline{f}_{n-1,n})$. 由文献 [10] 知 $\forall 1\leqslant i\leqslant n-1\bullet \overline{f}_{i,i+1}\in[0.5,1]$, 由定义 2 知

$$\overline{f}_{1n}=\sum_{j=0}^{n-2}\overline{f}_{j+1,j+2}-0.5(n-2)\leqslant 1,$$

且

$$\overline{f}_{ij}(i<j)=\sum_{k=0}^{j-i-1}\overline{f}_{i+k,i+k+1}-0.5(j-i-1).$$

设 $\overline{f}=(\overline{f}_{12},\overline{f}_{23},\cdots,\overline{f}_{n-1,n})$ 满足定理 1 的条件 1) 和条件 2), 构造判断矩阵 $\overline{F}=(\overline{f}_{ij})_{n\times n}$. 令

$$\overline{f}_{ii}=0.5,\ i=1,2,\cdots,n,$$

$$\overline{f}_{ij}(i<j)=\sum_{k=0}^{j-i-1}\overline{f}_{i+k,i+k+1}-0.5\,(j-i-1),$$

$$\overline{f}_{ji}(i<j)=1-\overline{f}_{ij}.$$

由条件 1) 知

$$\overline{f}_{ij}(i<j)\geqslant 0.5,$$

$$\sum_{k=0}^{i-2}\overline{f}_{k+1,k+2}\geqslant 0.5(i-1),$$

$$\sum_{k=j-1}^{n-2}\overline{f}_{k+1,k+2}\geqslant 0.5(n-j);$$

由条件2)知

$$\overline{f}_{ij}(i<j)=\sum_{k=0}^{n-2}\overline{f}_{k+1,k+2}-\sum_{k=0}^{i-2}\overline{f}_{k+1,k+2}-\sum_{k=j-1}^{n-2}\overline{f}_{k+1,k+2}-0.5(j-i-1)\leqslant 1.$$

故$0.5\leqslant\overline{f}_{ij}(i<j)\leqslant 1, 0\leqslant\overline{f}_{ij}\leqslant 1$,因此$\overline{F}$为模糊互补判断矩阵且属性按降序排列. 对于$\forall 1\leqslant i,j,k\leqslant n$,从$i=k, i=j<k, i<k=j, j<i<k, i<j<k, i<k<j$等6个方面可以验证$\overline{f}_{ik}(i\leqslant k)=\overline{f}_{ij}+\overline{f}_{jk}-0.5$的正确性. 当$i>k$时, 可通过$\overline{f}_{ki}=1-\overline{f}_{ik}$进行验证. 因此$\overline{F}$满足完全一致性. □

根据定理1, 由如下线性约束二次规划模型可以获取最优可能度矩阵$\overline{P}^{\mathrm{PM}}$:

$$\min\ v(\overline{P}).$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}0.5\leqslant\overline{p}_{i,i+1}\leqslant 1,\\ \displaystyle\sum_{j=0}^{n-2}\overline{p}_{j+1,j+2}-0.5(n-2)\leqslant 1,\\ i=1,2,\cdots,n-1.\end{cases}\tag{4}$$

由下式可以获取最优满意度矩阵$\overline{P}^{\mathrm{SM}}$:

$$\min\ v(\overline{P}).$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}0\leqslant\overline{p}_{i,j}\leqslant 1,\\ i,j=1,2,\cdots,n,\\ i<j.\end{cases}\tag{5}$$

定理2 式(5)的最优解

$$\overline{P}^{\mathrm{SM}}=\Big(\sum_{k=1}^{m}\overline{P}^{k}\Big)\Big/m.$$

证明 设$\overline{P}=(\overline{p}_{ij})_{n\times n}, \overline{P}^{k}=(\overline{p}_{ij}^{k})_{n\times n}$, 则由式(3)知

$$v(\overline{P})=\sum_{k=1}^{m}\Big(\sum_{i<j}(\overline{p}_{ij}-\overline{p}_{ij}^{k})^2\Big)\Big/m.$$

由$\partial v(\overline{P})/\partial\overline{p}_{ij}=0$可得

$$\overline{p}_{ij}(i<j)=\sum_{k=1}^{m}\overline{p}_{ij}^{k}/m,$$

$$\overline{p}_{ji}(i<j)=1-\overline{p}_{ij}=\sum_{k=1}^{m}(1-\overline{p}_{ij}^{k})/m=\sum_{k=1}^{m}\overline{p}_{ji}^{k}/m.$$

由$\overline{p}_{ij}^{k}\in[0,1]$知$\overline{p}_{ij}\in[0,1]$. 因此$\overline{P}=\Big(\sum_{k=1}^{m}\overline{P}^{k}\Big)\Big/m$为式(5)的最优解. □

2 群决策的可能满意度

由于模糊互补判断矩阵的一致性标准缺乏量化描述[7, 10], Saaty[8]提出的正互反判断矩阵的一致性比率(CR $\leqslant 0.1$)仍是目前常用的标准.

定义7 采用$\lambda(P)$表示模糊互补判断矩阵$P=(p_{ij})_{n\times n}$的最大特征值. $\lambda(P)$是指: 由式(1)经P转换得到的正互反判断矩阵的最大特征值.

定义8 设模糊互补判断矩阵$\overline{P}$为$\overline{J}=\{\overline{P}^{1},\overline{P}^{2},\cdots,\overline{P}^{m}\}$的合成矩阵, 结合定义5和定义7, 定义$\overline{P}$的可能度$\mathrm{PD}(\overline{P})$、满意度$\mathrm{SD}(\overline{P})$和可能满意度$\mathrm{WD}(\overline{P})$分别为

$$\mathrm{PD}(\overline{P})=\begin{cases}\dfrac{\lambda(\overline{P}^{\mathrm{SM}})-\lambda(\overline{P})}{\lambda(\overline{P}^{\mathrm{SM}})-\lambda(\overline{P}^{\mathrm{PM}})}, \ \lambda(\overline{P}^{\mathrm{SM}})>\lambda(\overline{P}^{\mathrm{PM}});\\ 2\varepsilon\big(\lambda(\overline{P}^{\mathrm{SM}})-\lambda(\overline{P})\big)-1,\ \lambda(\overline{P}^{\mathrm{SM}})=\lambda(\overline{P}^{\mathrm{PM}}).\end{cases}\tag{6}$$

$$\mathrm{SD}(\overline{P})=\begin{cases}\dfrac{v(\overline{P}^{\mathrm{PM}})-v(\overline{P})}{v(\overline{P}^{\mathrm{PM}})-v(\overline{P}^{\mathrm{SM}})}, \ v(\overline{P}^{\mathrm{PM}})>v(\overline{P}^{\mathrm{SM}});\\ 2\varepsilon\big(v(\overline{P}^{\mathrm{PM}})-v(\overline{P})\big)-1,\ v(\overline{P}^{\mathrm{PM}})=v(\overline{P}^{\mathrm{SM}}).\end{cases}\tag{7}$$

$$\mathrm{WD}(\overline{P})=\begin{cases}\mathrm{PD}(\overline{P})\cdot\mathrm{SD}(\overline{P}),\ \mathrm{PD}(\overline{P})\geqslant 0\text{ 且 }\mathrm{SD}(\overline{P})\geqslant 0;\\ -1,\ \text{else}.\end{cases}\tag{8}$$

其中: $\varepsilon(\cdot)$为阶跃函数: $\varepsilon(t\geqslant 0)=1, \varepsilon(t<0)=0$; $\overline{P}^{\mathrm{PM}}$和$\overline{P}^{\mathrm{SM}}$分别为$\overline{J}$的最优可能度矩阵和最优满意度矩阵, 它们构成本文可能满意度$\mathrm{WD}(\overline{P})$的上下界.

由$\overline{P}^{\mathrm{PM}}$的完全一致性知$\lambda(\overline{P}^{\mathrm{SM}})\geqslant\lambda(\overline{P}^{\mathrm{PM}})$, 由式(4)的约束条件包含于式(5)知$v(\overline{P}^{\mathrm{PM}})\geqslant v(\overline{P}^{\mathrm{SM}})$. 若$\mathrm{PD}(\overline{P})<0$, 则$\lambda(\overline{P})>\lambda(\overline{P}^{\mathrm{SM}})$, 此时合成矩阵$\overline{P}$的一致性劣于$\overline{P}^{\mathrm{SM}}$, 而其与原始偏好的差异不小于$\overline{P}^{\mathrm{SM}}$, 令$\mathrm{WD}(\overline{P})=-1$. 若$\mathrm{SD}(\overline{P})<0$, 则$v(\overline{P})>v(\overline{P}^{\mathrm{PM}})$, 此时合成矩阵$\overline{P}$与原始偏好的差异大于$\overline{P}^{\mathrm{PM}}$, 而其一致性不优于$\overline{P}^{\mathrm{PM}}$, 令$\mathrm{WD}(\overline{P})=-1$.

3 基于最优可能满意度的AHP判断矩阵群决策方法(GMBPD)

输入: 正互反判断矩阵集$\{A^1,A^2,\cdots,A^m\}$;

输出: 合成模糊互补判断矩阵$\overline{P}=(\overline{p}_{ij})_{n\times n}$.

Step 1: 群组专家通过交互减少意见分歧[1-2].

Step 2: 将专家交互结果按式(1)转换为模糊互补判断矩阵P^k; 计算属性排序, 并按降序调整P^k为$\overline{P}^{k}$; 按式(4)和(5)计算$\overline{P}^{\mathrm{PM}}=(\overline{p}_{ij}^{\mathrm{PM}})_{n\times n}$, $\overline{P}^{\mathrm{SM}}=(\overline{p}_{ij}^{\mathrm{SM}})_{n\times n}$; 令$\overline{P}:=\overline{P}^{\mathrm{PM}}$, 转Step 3.

Step 3: 计算$g_{ij}=|\overline{p}_{ij}^{\mathrm{PM}}-\overline{p}_{ij}^{\mathrm{SM}}|,\ i<j; i,j=1,2,\cdots,n$. 令$G:=\{g_{ij}|g_{ij}>0\}$, 转Step 4.

Step 4: 若$G=\varnothing$, 则算法结束($\overline{P}$即为输出的合成矩阵); 否则从G中选取值最大的元素g_{i_0,j_0}, 令$G:=G-\{g_{i_0,j_0}\}$, 转Step 5.

Step 5: 调整 $\overline{P}$, 令

$$\overline{p}_{ij} := \begin{cases} (\overline{p}^{\rm PM}_{i_0,j_0})^{\theta^*}\cdot(\overline{p}^{\rm SM}_{i_0,j_0})^{1-\theta^*},\ (i,j)=(i_0,j_0); \\ 1-(\overline{p}^{\rm PM}_{i_0,j_0})^{\theta^*}\cdot(\overline{p}^{\rm SM}_{i_0,j_0})^{1-\theta^*},\ (i,j)=(i_0,j_0); \\ \overline{p}_{ij},\ \text{else}. \end{cases} \quad (9)$$

其中 θ^* 的选取策略为[6, 8]: 将 θ 以步长 0.1 从 0 逐步增至 1, 每次增值替换式 (9) 中的 θ^*, 计算调整后 $\overline{P}$ 的最大特征值 $\lambda(\overline{P})$、Saaty 一致性比率 CR、$\lambda(\overline{P})$ 对应特征向量 $r(\overline{P})$ 和可能满意度值 WD$(\overline{P})$; 然后在 CR $\leqslant$ 0.1 且 $r(\overline{P})$ 元素按降序排列的约束下, 选取对应最大 WD$(\overline{P})$ 的参数 θ^* 作为此次调整的最优参数. 调整完毕, 转 Step 4. □

定理 3 　基于最优可能满意度的 AHP 判断矩阵群决策方法 (GMBPD) 具有多项式时间复杂性.

证明 　Step 1 通过最大交互次数 MAXCYCLE[2], 避免意见分歧导致专家交互的无限循环; Step 2 的时间复杂性主要由式 (4) 中线性约束二次规划模型的求解决定, 二次规划模型可以采用多项式时间复杂性算法获取精确解或可保证的近似解[11]; Step 3 的时间复杂性为 $O(n^2)$; Step 4 和 Step 5 调整 $\overline{P}$ 的次数不超过 $(n-1)n/2$, 每次调整 θ^* 计算有限次的 θ. 因此, GMBPD 具有多项式时间复杂性. □

4　算例分析

例 1 　采用表 1 的数据 A 进行实验对比, CR(A) = 0.2249. 文献 [8] 的可能满意度 WK = PK · SK. 其中: PK $=(\lambda_0-\lambda_k)/(\lambda_0-n)$, SK $=(\|A_0\|_F-\|A_0-A_k\|_F)/\|A_0\|_F$. 本文的可能满意度 WD = PD · SD. 针对判断矩阵从原始向完全一致的转变过程, PK 和 SK 对应不同的取值范围, 而 PD 和 SD 的取值范围均为 $[0,1]$ 且具有更对称的表达形式. 为了增强对比的公正性, 本文方法在式 (9) 中 θ^* 的选取上采用 WK 和 WD 两种尺度. 设原始数据属性顺序为 $\{x_1,x_2,\cdots,x_5\}$, 其降序排列的属性顺序为 $x_1\succ x_3\succ x_2\succ x_5\succ x_4$, 文献 [8] 最优合成数据 (经历 9 次迭代) 对应特征向量的属性排序为 $x_1\succ x_2\succ x_4\succ x_5\succ x_3$, 不符合专家知识的直观排序. 由表 1 和表 2 的对比结果易知, 本文方法能够在保持合理属性排序的前提下, 获得优于文献 [8] 的可能满意度结果.

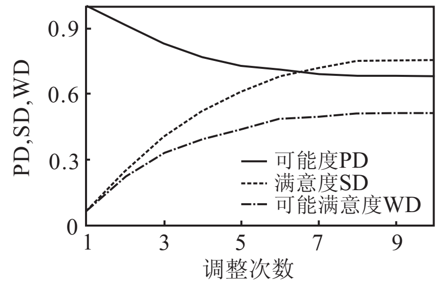
表 1　文献 [8] 数据

原始数据 $A^{[8]}$					文献 [8] 最优合成数据	
1	2	2	1	4	CR = 0.0095	
1/2	1	1/2	3	1/2	v = 0.1733 (见式 (3))	
1/2	2	1	1	5	PK = 0.9576	PD = 0.9576
1	1/3	1	1	1/2	SK = 0.4941	SD = 0.2899
1/4	2	1/5	2	1	WK = 0.4731	WD = 0.2776

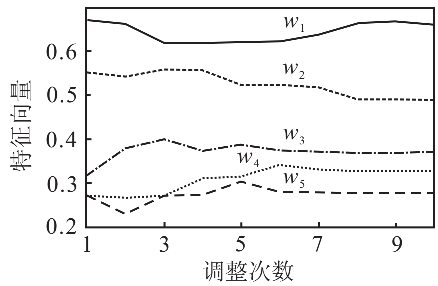
表 2　本文方法实验数据

本文 WK 尺度合成数据	本文 WD 尺度合成数据
CR = 0.0181	CR = 0.0716
v = 0.1301	v = 0.0618
PK = 0.9193	PD = 0.6816
SK = 0.5853	SD = 0.7467
WK = 0.5380	WD = 0.5089

本文方法按式 (9) 从 Step 4 至 Step 5 的循环调整的相应变化曲线如图 1 所示, 图 1(b) 中的各条曲线为每次调整对应的特征向量. 由图 1 可见, 本文方法在调整过程中, 可能度和满意度总体上分别呈递减和递增趋势, 可能满意度呈递增特征, 特征向量保持降序排列并随着调整次数逐步趋向稳定.



(a) 可能满意度变化曲线



(b) 特征向量变化曲线

图 1　调整过程变化曲线

例 2 　采用表 3 的数据进行实验对比, CR(A^1) = 0.0210, CR(A^2) = 0.0376. 文献 [6] 结果为属性排序向量 $\{w_i\}_{i=1}^n$, 等价于完全一致合成矩阵 $(w_i/w_j)_{n\times n}$. 设原始数据属性顺序为 $\{x_1,x_2,\cdots,x_5\}$, 其降序排列的属性顺序为 $x_1\succ x_3\succ x_2\succ x_5\succ x_4$. 此次实验中, 本文和文献 [6] 合成数据对应特征向量的属性排序均符合专家知识的直观排序. 由表 4 对比结果易知本文方法的优越性.

表 3　文献 [6] 原始判断矩阵数据

A^1					A^2				
1	2	2	3	3	1	3	2	4	3
1/2	1	1/2	2	1	1/3	1	1/2	3	1
1/2	2	1	2	2	1/2	2	1	2	3
1/3	1/2	1/2	1	1/2	1/4	1/3	1/2	1	1/2
1/3	1	1/2	2	1	1/3	1	1/3	2	1

表 4 本文方法与文献 [6] 方法对比

本文合成数据	文献[6]合成数据
$\mathrm{CR} = 0.0101$	$\mathrm{CR} = 0$
$v = 0.0125$	$v = 0.0380$
$\mathrm{PD} = 0.6035$	$\mathrm{PD} = 1$
$\mathrm{SD} = 0.8290$	$\mathrm{SD} = -0.0402$
$\mathrm{WD} = 0.5003$	$\mathrm{WD} = -1$

5 结 论

针对AHP判断矩阵群决策问题, 本文提出一种基于最优可能满意度的群AHP判断矩阵集结方法. 该方法的创新点在于: 给出属性的直观排序方法, 构建最优可能度矩阵和最优满意度矩阵, 定义综合衡量可能度和满意度的可能满意度标准, 弥补了现有属性排序和群决策方法的不足; 以两个最优矩阵为上下界, 在可能满意度标准的指导下, 获得了比现有采用可能满意度方法更优的可能满意度合成矩阵.

参考文献(References)

[1] 徐泽水. 基于残缺互补判断矩阵的交互式群决策方法[J]. 控制与决策, 2005, 20(8): 913-916.
(Xu Z S. Interactive approach based on incomplete complementary judgement matrices to group decision making[J]. Control and Decision, 2005, 20(8): 913-916.)

[2] Enrique H V, Francisco H, Francisco C. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2002, 32(3): 394-402.

[3] 董玉成, 陈义华. 综合判断矩阵的几个性质[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(2): 62-66.
(Dong Y C, Chen Y H. The properties of consistency for the aggregation of individual reciprocal judgment matrix[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2005, 25(2): 62-66.)

[4] 吕跃进, 郭欣荣. 群组AHP判断矩阵的一种有效集结方法[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(7): 132-136.
(Lv Y J, Guo X R. An effective aggregation method for the AHP judgment matrix in group decision-making[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2007, 27(7): 132-136.)

[5] 周漩, 张凤鸣, 李克武, 等. 一种基于专家赋权的综合评价方法及其应用[J]. 火力指挥与控制, 2011, 36(6): 183-185.
(Zhou X, Zhang F M, Li K W, et al. A comprehensive evaluation method based on determining experts' weight and its application[J]. Fire Control & Command Control, 2011, 36(6): 183-185.)

[6] 孙靖, 许维胜, 吴启迪. 群组决策中残缺判断矩阵的相容性修正及排序新算法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(10): 88-94.
(Sun J, Xu W S, Wu Q D. A new algorithm for incomplete matrixes' compatibility improvement and group ranking in group decision making[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2006, 26(10): 88-94.)

[7] 杨静, 邱菀华. 模糊互补判断矩阵一致性检验和改进方法[J]. 系统管理学报, 2010, 19(1): 14-18.
(Yang J, Qiu W H. Research on consistency test and modification approach of fuzzy judgement matrix[J]. J of Systems & Management, 2010, 19(1): 14-18.)

[8] 田志友, 王浣尘, 吴瑞明. 可能满意度与判断矩阵的一致性检验及改进[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(12): 94-99.
(Tian Z Y, Wang H C, Wu R M. Possibility-satisfiability degree and the test and improvement of the comparison matrix' consistency[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2004, 24(12): 94-99.)

[9] 孙首群, 于建华, 杨凡, 等. 一种利用神经网络改善判断矩阵一致性的方法[J]. 运筹与管理, 2011, 20(3): 81-86.
(Sun S Q, Yu J H, Yang F, et al. A method for improving the consistency of judging matrix using neural network[J]. Operations Research and Management Science, 2011, 20(3): 81-86.)

[10] Enrique H V, Francisco C, Francisco H, et al. Group decision-making model with incomplete fuzzy preference relations based on additive consistency[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2007, 37(1): 176-189.

[11] 黄红选. 全局优化导论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 1-110.
(Huang H X. Introduction to global optimization[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 1-110.)