

文章编号: 1001-0920(2013)09-1399-04

面向级联失效的复杂网络加权策略

丁琳^{1,2}, 张嗣瀛¹

(1. 青岛大学 复杂性科学研究所, 山东 青岛 266071; 2. 南华大学 计算机科学与技术学院, 湖南 衡阳 421001)

摘要: 针对加权复杂网络抵制级联失效的鲁棒性问题, 提出一种介数相关的节点加权方法, 并应用加权流局域重新分配原则构建了带有可调权重参数的级联模型. 在典型模型网络和真实网络上探讨了级联行为. 数值模拟和理论分析结果给出了网络达到最强鲁棒性水平时所对应的权重参数值. 与现有的度相关加权策略对比, 介数相关加权策略使得网络鲁棒性更强.

关键词: 级联失效; 复杂网络; 加权策略; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Cascading failures-oriented weighting strategies on complex networks

DING Lin^{1,2}, ZHANG Si-ying¹

(1. Institute of Complexity Science, Qingdao University, Qingdao 266071, China; 2. School of Computer Science & Technology, University of South China, Hengyang 421001, China. Correspondent: DING Lin, E-mail: linding1981@163.com)

Abstract: In order to discuss the robustness of weighted complex networks against cascading failures, this paper proposes a betweenness-dependent node weighting method, and constructs a cascading model with tunable weight parameters by applying the local weighted flow redistribution rule. Cascading behaviors on both model and real-world networks are studied. The numerical simulation and theoretical analysis results give a value of the weight parameter corresponding to the strongest robustness level for the networks. The betweenness-dependent weighting strategy makes the networks more robust as compared with existing degree-dependent that.

Key words: cascading failures; complex networks; weighting strategies; robustness

0 引言

基础设施网络, 如通信网、交通网和电力网等在现代社会变得越来越重要. 然而, 这些网络化系统日益增长的复杂性已明显增加了它们的脆弱性. 微小且局部的随机失效或攻击通过级联机制, 对整个网络可产生较大影响, 甚至导致网络的全局崩溃. 典型的例子是 Internet 拥塞^[1]、交通网拥堵^[2]和电网大崩溃事故^[1]. 为了避免或至少减轻这种灾难, 设计鲁棒性策略抵制级联失效成为网络科学研究中的重要问题.

许多真实网络具有共同的拓扑特性, 比如无标度、小世界和模块性. 由于网络动力学行为很大程度上取决于它们的拓扑特性^[3], 在各种拓扑网络上考虑级联动力学能更好地理解和控制由级联失效所导致的各种灾难^[1-2, 4-15]. 许多研究表明, 异质网络(如无标度网络)对节点上基于级联的攻击很脆弱^[1-2, 4-11]. 对此

提出了一些保护策略, 如节点选择性移除^[7-8]、流传输策略优化^[2, 9-10]、节点容量设计优化^[4, 11]和网络拓扑优化^[6]等. 然而, 这些研究都假定失效节点上负载在网络中进行全局重分配, 这一假设与许多大规模网络的实际情况不符, 因为实时搜索全局网络拓扑具有高通信代价. 为此, 文献 [12-13] 在无标度模型网络上考虑了一个基于加权流局域重新分配原则^[14-15]的级联模型, 其中节点权重与其度相关. 研究发现, 在此加权方法的某个特定权重强度下, 网络达到最强鲁棒性.

为了更好地探讨网络节点上加权特性和级联之间的关系, 本文提出一种介数相关加权方法, 并构建了一个新的基于加权流局域重新分配原则的级联模型. 不仅在一些典型模型网络上探讨了级联行为, 而且还考虑了一些真实网络, 如 AS 级 Internet、美国航空网、欧洲中部铁路和美国西部电网. 可以发现, 在该

收稿日期: 2012-04-05; 修回日期: 2012-10-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61104075).

作者简介: 丁琳(1981-), 女, 讲师, 博士生, 从事复杂网络、拥塞控制等研究; 张嗣瀛(1925-), 男, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 从事复杂系统的结构与功能、微分对策等研究.

加权方法下,网络达到最强鲁棒性时的权重强度条件没有改变.此外,相比于度相关加权策略,本文提出的加权策略使得网络更具鲁棒性,且这种优势在无标度网络上表现得尤为明显.

1 级联模型

假设潜在的级联失效是由一个节点的移除导致的.初始阶段,每个节点的负载都小于它的处理能力(容量),因此网络处于自由流态;而节点的移除将使失效节点上的负载重新分配给其他节点,引起了网络中负载的重分配.本文采用加权流局域重新分配原则^[12-13],简单描述如下:当节点*i*受到某一攻击而从网络中移除时,理应通过节点*i*的负载将重新分配到它的邻居节点*j*上.邻居节点*j*收到的额外负载 ΔL_j 与它的权重成比例,即

$$\Delta L_j = L_i \frac{w_j}{\sum_{l \in \Gamma_i} w_l}, \quad (1)$$

其中 Γ_i 是节点*i*的邻居节点集合.此原则体现了真实网络系统上的级联过程.以Internet为例,当一个路由器崩溃后,迫使后续经过该节点的数据包重新路由而绕开该节点,但为了避免进一步拥塞,更倾向于选择具有较大容量的邻居节点.

人造网络中节点容量通常受到成本的约束,因此,假设每个节点*j*的容量 C_j 或权重阈值正比于其权重,即 $C_j = Tw_j$,其中 $T \geq 1$ 是一个阈值参数.对于节点*i*的邻居节点*j*而言,如果

$$L_j + \Delta L_j > C_j = Tw_j, \quad (2)$$

则节点*j*发生失效,导致 $L_j + \Delta L_j$ 的负载进一步重新分配,从而可能会导致更多的节点失效.当所有节点的负载都小于它们本身的容量时,级联过程结束.

从方程(1)和(2)及其分析可以看出,节点移除后的级联动力学过程与节点权重(即节点初始负载)的定义紧密相关.中心性测度通常可以用来估计加权网络的权重.节点度是节点中心性的一个明显测度,节点*i*的度 k_i 定义为该节点连接边的总数目.然而,该测度仅关注了大度节点在流交换中的重要作用,而忽略了作为桥节点的小度节点,介数是节点中心性的一个重要测度.不同于度相关加权(DW)方法,即 $w_i = k_i^\theta$ ^[12-13],本文提出介数相关加权(BW)方法,将 w_i 定义为节点*i*的介数 B_i 的函数,即 $w_i = B_i^\theta$,其中 θ 是可调的权重参数,它控制着权重强度, B_i 反映了网络中通过节点*i*的最短路径的数目,计算公式如下:

$$B_i = \frac{\sum_{s \neq t} \frac{\sigma_{st}(i)}{\sigma_{st}}}{N(N-1)}. \quad (3)$$

其中: σ_{st} 表示连接节点*s*和*t*的最短路径的数量,而

$\sigma_{st}(i)$ 表示连接节点*s*和*t*且经过节点*i*的最短路径的数量; N 为网络规模,即网络包含的节点总数.本方法符合真实网络的实际情况,例如在Internet中,介数越大的节点往往有更多数据包通过它来路由,同时,它们也往往具有更强的负载处理能力.

为了量化整个网络的鲁棒性,采用归一化级联规模 $S = \sum_{i \in N} S_i / N(N-1)$.其中 S_i 表示由节点*i*移除所导致的失效节点数量.很明显,当 T 足够大时,任意节点的移除都不能引发级联失效,因此,这里存在一个从自由流态到级联态的相变点,即临界阈值 T_c . T_c 表示了保护网络避免级联失效的最小成本,是度量网络鲁棒性的重要指标,显然 T_c 越小,网络鲁棒性越强.

2 网络拓扑

网络的拓扑结构在研究动力学过程中扮演着重要的角色,所以本文考虑一些典型的复杂网络作为研究级联行为的拓扑架构.

无标度网络在自然和人造系统中是普遍存在的.作为无标度网络的一个经典模型,Barabási-Albert(BA)模型^[12],其构造方式为:每个时间步引入一个新节点来增长网络,并且以与节点度正相关的概率连接到*m*个已存在的节点上.此外,许多真实网络具有模块结构^[3],因此,考虑了模块无标度网络^[5].从*c*个社团开始,每个时间步向每个社团增加一个新节点,此节点按优先连接机制与社团内外的共*m*个现有节点相连.在仿真中,参数*c*设为5.对于上述两种网络,平均度 $\langle k \rangle = 2m$.无标度网络的度分布是异质的,然而,许多真实网络是度分布同质的网络.为了构造这样的网络,也考虑2种模型,即Newman-Watts(NW)小世界模型^[3]和Erdős-Renyi(ER)随机模型^[3].NW网络构造方法如下:从一个规则环开始,其中每个节点都与它们的*h*个最近邻居相连,以概率*p*在没有连接的节点对之间加边,该网络的 $\langle k \rangle = 2(h+p)$.为了构造ER网络,在具有*N*个孤立节点的网络中,以概率*p*给每对节点加边, $\langle k \rangle = p(N-1)$.在仿真中,上述4种模型网络采用相同的网络规模 $N = 1000$,且它们的每个模拟结果都是在20个不同网络实例上的平均结果.

模型网络虽然有助于理解真实系统的行为,但是其拓扑结构还是与真实网络存在差异,因此,还考虑了4种真实的拓扑网络,即AS级Internet^[16]、美国航空网^[15]、欧洲中部铁路网^[17]和美国西部电网^[10].AS级Internet中的节点代表AS,边代表两个AS间的物理链路,网络的 $N = 3015$, $\langle k \rangle \approx 3.42$.美国航空网由美国最繁忙的商业机场构成,两机场之间的连边表

示它们之间至少排定了一个航班, 网络的 $N = 500$, $\langle k \rangle = 11.92$. 欧洲中部铁路网的站点被抽象成节点, 连边代表至少有一辆列车在两个站点停靠, 网络的 $N = 2488$, $\langle k \rangle \approx 5.38$. 美国西部电网的节点代表着变压器、变电站和发电机, 边代表着高压输电线, 网络的 $N = 2488$, $\langle k \rangle \approx 2.65$.

下面应用本文构建的级联模型对上述模型网络和真实网络进行仿真分析.

3 仿真分析

研究发现^[12-13], 当 $\theta = 1$ 时, DW 方法下的无标度模型网络达到了最强鲁棒性. 因此, 本文首先聚焦于在 BW 方法下, 不同模型网络的 θ 与网络鲁棒性相关的 T_c 之间的关系如图 1 所示. 容易发现, 对于具有不同结构的网络, 当 $\theta \cong 1$ 时, T_c 最小, 表明网络都达到最强鲁棒性. 为了更好地理解这种普遍现象, 需进行理论分析.

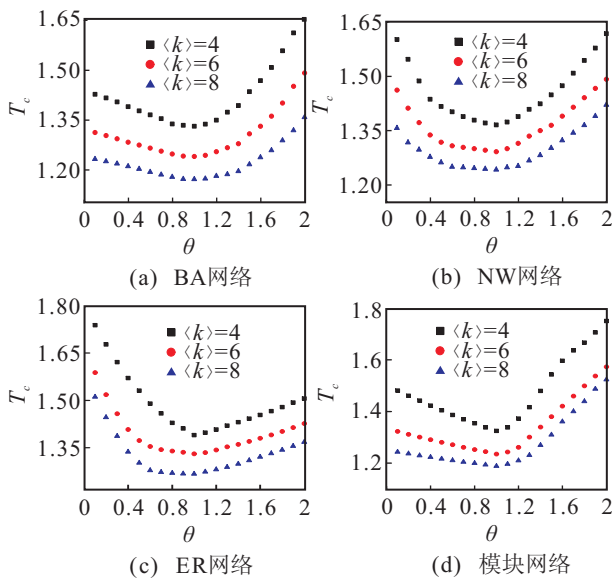


图 1 不同模型网络的 θ 与 T_c 之间的关系

结合方程(1)和(2)以及使用 $w_i = B_i^\theta$ 的加权方法, 为避免级联失效发生, 以下条件应被满足:

$$\frac{B_i^\theta B_j^\theta}{\sum_{l \in \Gamma_i} B_l^\theta} + B_j^\theta < T B_j^\theta, \quad (4)$$

$$\sum_{l \in \Gamma_i} B_l^\theta = \sum_{B'=B_{\min}}^{B_{\max}} k_i P(B'|B_i) B'^\theta.$$

其中: $P(B'|B_i)$ 是介数为 B_i 节点的邻居节点介数为 B' 的条件概率, B_{\min} 和 B_{\max} 分别是网络节点介数的最小值和最大值. 由于这 4 种网络不具有显著的介数-介数相关特性^[15], 条件概率可以写为 $P(B'|B_i) = P(B')$, 得到 $\sum_{l \in \Gamma_i} B_l^\theta = k_i \langle B^\theta \rangle$. 因此, 方程(4)可以重

写为

$$\frac{B_i^\theta}{k_i \langle B^\theta \rangle} + 1 < T. \quad (5)$$

下面根据不等式(5)来估计 T_c . 首先计算 $\theta \geq 1$ 情况下的 $T_c - 1$, 即

$$T_c(\theta \geq 1) - 1 = \max \left(\frac{B_i^\theta}{k_i \langle B^\theta \rangle} \right) \approx \frac{B_{\max}^\theta}{k_i \langle B^\theta \rangle}. \quad (6)$$

因为

$$\frac{B_{\max}^\theta}{k_i \langle B^\theta \rangle} = \frac{B_{\max}}{k_i \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N B_i (B_i^{\theta-1} / B_{\max}^{\theta-1})} > \frac{B_{\max}}{k_i \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N B_i} = \frac{B_{\max}}{k_i \langle B \rangle}, \quad (7)$$

且注意到 $B_{\max}/k_i \langle B \rangle = T_c(\theta = 1) - 1$, 所以可以得到 $T_c(\theta > 1) > T_c(\theta = 1)$. 再计算 $\theta \leq 0$ 情况下的 $T_c - 1$, 即

$$T_c(\theta \leq 0) - 1 = \max \left(\frac{B_i^\theta}{k_i \langle B^\theta \rangle} \right) \approx \frac{B_{\min}^\theta}{k_i \langle B^\theta \rangle}. \quad (8)$$

因为

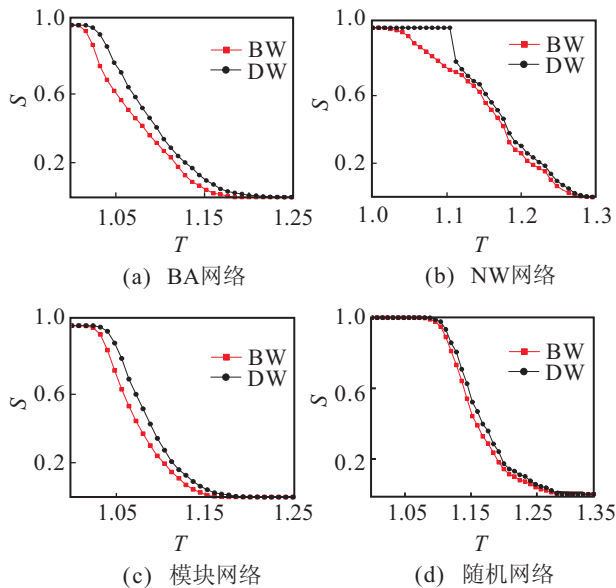
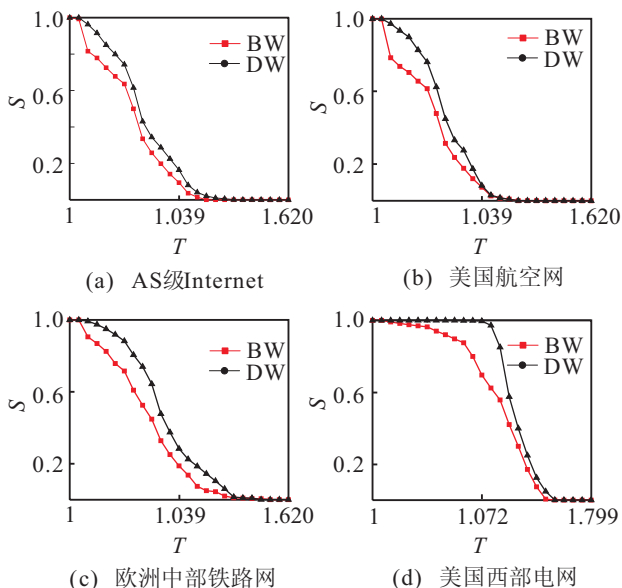
$$\frac{B_{\min}^\theta}{k_i \langle B^\theta \rangle} = \frac{1}{k_i \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (B_i^\theta / B_{\min}^\theta)} > \frac{1}{k_i} = T_c(\theta = 0) - 1, \quad (9)$$

所以又可以得到 $T_c(\theta < 0) > T_c(\theta = 0)$. 显然, 当 $0 < \theta < 1$ 时, 网络达到了最强鲁棒性. 虽然没有得到 $\theta \in [0, 1]$ 情况下估算 T_c 的方程, 但可以数值估计 $\theta \in [0, 1]$ 情况下的 T_c . 如图 1 所示, 在 BW 方法下, 所有网络的最强鲁棒性水平从 $\theta \cong 1$ 时得到.

为证实 BW 策略能使不同网络达到更强抵制级联失效的鲁棒性, 当 $\theta = 1$ 时比较了 BW 策略和 DW 策略 ($\theta = 1$ 是已得到的 DW 策略的最优权重参数值^[12-13]) 的临界阈值 T_c , 见表 1. 显然, DW 策略使得这些模型网络的 T_c 更小, 意味着此策略下的网络更难发生级联失效. 除了级联失效的发生, 还比较了这两种策略下级联规模 S 和 T 之间的关系, 如图 2 所示. 可以发现, BW 策略使得所有网络的 S 增长速度更慢, 因此对于任意 T , BW 策略产生了更强鲁棒性. 此外还发现, 相比于 NW 和 ER 网络, BA 和模块这两种无标度网络在不同加权策略下的鲁棒性差异更加明显, 这是由于无标度网络的介数分布具有更大的异质性. 在这种网络中, 介数远大于其他节点的中心节点, 因为有许多最短路径经过, 所以极易过载, 给这些中心节点分配更大权重能明显提高网络鲁棒性. 但是, 值得注意的是, 当 $\theta > 1$ 时, 在 $w_i = B_i^\theta$ 中增加 θ 没有同样效果, 因为 T_c 会随着 θ 增加而增加.

表1 $\theta = 1$ 时不同加权策略下的临界阈值 ($\langle k \rangle = 6$)

网络	BW	DW
BA 网络	1.241	1.256
模块网络	1.236	1.250
NW 网络	1.292	1.297
ER 网络	1.332	1.341

图2 $\theta = 1$ 时不同加权策略下模型网络的 S 与 T 之间的关系图3 $\theta = 1$ 时不同加权策略下真实网络的 S 与 T 之间的关系

为了进一步验证本策略能更好地保障网络鲁棒性,还在真实拓扑网络上探讨了级联行为,网络的加权方法与上面讨论的方法相同.图3(a)显示了AS级Internet的 S 和 T 之间的关系.显然,相比于DW策略,BW策略使得网络更具鲁棒性.仿真中发现,相比于DW策略($T_c \approx 1.643$),BW策略($T_c \approx 1.501$)的 T_c 明显更小.此外,BW策略的 S 增长也更慢.用同样方法也观察了其他真实网络,如美国航空网(图3(b)),

欧洲中部铁路网(图3(c))和美国西部电网(图3(d)),可以看出BW策略均产生了更强的鲁棒性.在这4个网络中,前3个网络的度分布具有无标度性,因此,它们的图轮廓相似于图2(a).而美国西部电网的度分布呈泊松分布,且具有小世界效应,因此,它的行为相似于图2(b)所示的网络.综上,给节点分配合适的权重能明显增强具有任意结构的网络抵制级联失效的鲁棒性.这在实际的网络系统设计中需给予充分考虑.

4 结论

本文研究了加权复杂网络抵制级联失效的鲁棒性,提出一种介数相关的节点加权方法.通过使节点的初始负载和容量分别为其权重和正比于其权重,并应用加权流局域重新分配原则,探讨了模型网络和真实网络上的级联行为.通过数值模拟和理论分析获得了网络达到最强鲁棒性水平时所对应的权重参数值.此外还发现,对比于度相关加权策略,本文提出的加权策略使得网络更具鲁棒性,能更加降低级联失效发生的可能性和发生情况下的级联规模,且本策略的优势在无标度网络上表现得尤为明显.此研究表明,为了增强网络抵制级联失效的鲁棒性,可以使节点上的负载等于它的介数.特别是,近来Ercsey-Ravasz等^[18]的研究表明,通过局部方法可以很好地估计介数,降低了介数计算的复杂度,更能实际地为大规模网络设计抵制级联失效的保护策略提供参考.

参考文献(References)

- [1] Motter A E, Lai Y C. Cascade-based attacks on complex networks[J]. Physical Review E, 2002, 66(6): 065102.
- [2] Zhao H, Gao Z Y. Cascade defense via navigation in scale free networks[J]. The European Physical J B, 2007, 57(1): 95-101.
- [3] Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, et al. Complex networks: Structure and dynamics[J]. Physics Reports, 2006, 424(4/5): 175-308.
- [4] Zhao L, Park K, Lai Y C, et al. Tolerance of scale-free networks against attack-induced cascades[J]. Physical Review E, 2005, 72(2): 025104.
- [5] Wu J J, Gao Z Y, Sun H J. Cascade and breakdown in Scale-free networks with community structure[J]. Physical Review E, 2006, 74(6): 066111.
- [6] Babaei M, Ghassemieh H, Jalili M. Cascading failure tolerance of modular small-world networks[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-II: Express Briefs, 2011, 58(8): 527-531.
- [7] Motter A E. Cascade control and defense in complex networks[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(9): 098701.

(下转第1408页)