

文章编号: 1001-0920(2013)08-1178-05

一种改进的鲁棒多目标优化方法

徐鸣¹, 马龙华², 顾江萍¹, 黄跃进¹, 沈希¹

(1. 浙江工业大学机械工程学院, 杭州 310014; 2. 浙江大学宁波理工学院信息工程学院, 浙江宁波 315100)

摘要: 针对在解决某些复杂多目标优化问题过程中, 所得到的 Pareto 最优解易受设计参数或环境参数扰动的影响, 引入了鲁棒的概念并提出一种改进的鲁棒多目标优化方法, 它利用了经典的基于适应度函数期望和方差方法各自的优势, 有效地将两种方法结合在一起. 为了实现该方法, 给出一种基于粒子群优化算法的多目标优化算法. 仿真实例结果表明, 所给出的方法能够得到更为鲁棒的 Pareto 最优解.

关键词: 参数扰动; 多目标优化; 鲁棒优化

中图分类号: TP18

文献标志码: A

An improved robust multi-objective optimization method

XU Ming¹, MA Long-hua², GU Jiang-ping¹, HUANG Yue-jin¹, SHEN Xi¹

(1. College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China; 2. School of Information Science and Engineering, Zhejiang University Ningbo Institute of Technology, Ningbo 315100, China. Correspondent: XU Ming, E-mail: photoman2004@126.com)

Abstract: In the process of solving some complex multi-objective optimization problems, Pareto optimal solutions obtained are vulnerable to the effects of design parameters or environment parameters perturbation. Therefore, the robust solution is considered and an improved robust multi-objective optimization method is proposed. The method takes advantage of the expectation and variance of fitness function value, which are combined effectively. Then, a specific multi-objective evolutionary algorithm(MOEA) based on particle swarm optimization(PSO) is proposed. The simulation results show that, more robust Pareto optimal solutions can be obtained by using the improved method.

Key words: parameter perturbation; multi-objective optimization; robust optimization

0 引言

在工程应用中存在大量的优化问题, 随着研究的深入和应用的需要, 人们已不仅仅满足于追求解的质量, 也在追求解的鲁棒程度. 这里所谓的鲁棒^[1]是指目标函数的解相对于设计参数或环境参数微小扰动的不敏感程度, 即当这些参数在可行域内扰动时, 相应的解的变化量没有超出许可的范围. 特别在国防、航天等重大工程项目中, 解的鲁棒性尤为重要, 即无论参数在指定变化范围内怎么扰动, 得到的仍是可行解且解的变化量符合预期.

鲁棒一词最早出现在控制领域, 后逐渐拓展至优化领域. 近些年来对鲁棒优化的研究越来越多, 逐渐形成独立的研究分支, 特别在鲁棒单目标优化的研究中积累了一些成果, 其中应用最广的是将适应度函数的期望或方差作为鲁棒评价指标的方法^[2-3]和基于

多目标的方法^[4-5]. 而关于鲁棒多目标优化的研究则相对较少, 大多数研究都是在鲁棒单目标优化的基础上拓展而来. 当然也有例外, 如 Gunawan 等^[6]提出了将最坏参数不敏感区域的半径作为鲁棒性指标进行优化; Barrico 等^[7]将决策变量扰动 δ 进行扩展 ($\delta, 2\delta, \dots, k\delta$), 并将 $k-1$ 定义为鲁棒度, 对 Pareto 最优集按鲁棒度进行划分.

本文在分析了现有鲁棒方法的基础上, 结合期望和偏差方法各自的优势, 提出一种求解优化问题鲁棒解的数学模型, 并推广到多目标优化中. 最后采用粒子群多目标优化算法进行仿真计算, 仿真结果表明了该方法的有效性.

1 鲁棒单目标优化

1.1 鲁棒的描述

首先给出单目标优化问题的数学描述

收稿日期: 2012-04-16; 修回日期: 2012-10-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51076143).

作者简介: 徐鸣(1981-), 男, 助理研究员, 博士, 从事多目标优化、鲁棒优化的研究; 马龙华(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统的综合集成建模、优化和控制等研究.

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}, \mathbf{c}), \\ & \text{s.t. } \mathbf{x} \in S. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: \mathbf{c} 为环境参数, \mathbf{x} 为设计参数, S 为 n 维搜索空间. 在实际中, 环境参数和设计参数都需要考虑参数的鲁棒性问题. 如果考虑设计参数扰动, 设实际施加的量为 $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$, 则目标函数可以描述为 $f(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$; 环境参数值一般是固定不变的, 但实际中很难做到, 当其存在扰动时, 目标函数可描述为 $f(\mathbf{x}, \mathbf{c} + \Delta\mathbf{c})$. 由于两类参数本质上是一样的, 本文将其统称为优化问题的变量(参数) \mathbf{x} , 统称扰动为 δ . 于是, 当 \mathbf{x} 受到 δ 的一个扰动时, 目标函数可描述为 $f(\mathbf{x} + \delta)$. 如果 $\mathbf{x} + \delta$ 仍在可行域内, 且目标函数的变化量 $\Delta f = f(\mathbf{x} + \delta) - f(\mathbf{x})$ 没有超过阈值, 则可称 \mathbf{x} 为鲁棒的^[1].

1.2 已有鲁棒性评价方法

为了得到鲁棒解, 首先要对变量的扰动特性有所了解, 其中包括各个变量扰动的分布函数和联合扰动分布函数. 一般来说, 各个扰动分量分布是相互独立的, 因此目标函数的期望 $f^{\text{exp}}(\mathbf{x})$ 与方差 $f^{\text{var}}(\mathbf{x})$ 可由下式得到:

$$f^{\text{exp}}(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x} + \delta)p(\delta)d\delta, \quad (2)$$

$$f^{\text{var}}(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} (f(\mathbf{x} + \delta) - f^{\text{exp}}(\mathbf{x}))^2 p(\delta)d\delta, \quad (3)$$

其中 $p(\delta)$ 为扰动 δ 的分布密度函数. 采用进化算法求解优化问题的鲁棒解时, 通常都是采用目标函数期望或方差的方法来评价解的鲁棒性, 并利用蒙特卡罗法求其近似值. 下面简要介绍几种典型方法.

Gaspar-Cunha 等^[8]提出了一种基于期望的方法. 该方法不需要其他适应参数, 只需将原有目标函数乘以一个鲁棒系数, 而该鲁棒系数是该可行解 \mathbf{x}_i 邻域内的 N 个可行解的目标函数值通过归一化计算后的偏离程度, 即

$$F(\mathbf{x}_i) = \left(1 - \left(\sum_{j=0}^N |\tilde{f}(\mathbf{x}_j) - \tilde{f}(\mathbf{x}_i)|\right) / N\right) f(\mathbf{x}_i). \quad (4)$$

其中: 对于最大化问题, 有

$$\tilde{f}(\mathbf{x}_i) = (f(\mathbf{x}_i) - f_{\min}) / (f_{\max} - f_{\min});$$

对于最小化问题, 有

$$\tilde{f}(\mathbf{x}_i) = (f_{\max} - f(\mathbf{x}_i)) / (f_{\max} - f_{\min}).$$

f_{\max} 和 f_{\min} 分别为每次迭代的最大和最小适应函数值. 与此相对应, 他们还提出了另外一种方法: 将可行解 \mathbf{x}_i 邻域内的 N 个可行解两点之间欧氏距离经归一化计算后得到的目标函数变化率的平均值作为鲁棒指标, 即

$$f^R(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \left| \frac{\tilde{f}(\mathbf{x}_j) - \tilde{f}(\mathbf{x}_i)}{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i} \right|. \quad (5)$$

其中: $d_{i,j} < d_{\max}$, $d_{i,j}$ 为可行解 i 和 j 两点之间的欧氏距离, d_{\max} 为欧氏距离的极值. 很明显, $f^R(\mathbf{x}_i)$ 的值越小, 解的鲁棒性就越强. 因此, 求解鲁棒单目标优化问题可以通过对 $F(\mathbf{x}_i)$ 或者 $f(\mathbf{x}_i) + f^R(\mathbf{x}_i)$ 求解的方法来获得鲁棒解; 也可在原有函数的基础上增加 $f^R(\mathbf{x}_i)$ 作为鲁棒目标, 从而按多目标问题来处理.

Deb 等^[9-10]提出了两种经典的鲁棒评价方法. 方法1是构造变量 \mathbf{x} 在扰动 δ 范围内的平均有效值 $f^{\text{eff}}(\mathbf{x})$ 作为鲁棒目标函数, $f^{\text{eff}}(\mathbf{x})$ 可表示为

$$f^{\text{eff}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{|2\vartheta_\delta|} \int_{\mathbf{x}-\vartheta_\delta}^{\mathbf{x}+\vartheta_\delta} f(y)dy, \quad (6)$$

其中 ϑ_δ 为扰动幅度. 方法2是将 $f^{\text{eff}}(\mathbf{x})$ 相对于 $f(\mathbf{x})$ 的偏离率作为鲁棒约束条件, 该约束条件可表示为

$$\frac{|f^{\text{eff}}(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})|}{|f(\mathbf{x})|} \leq \eta. \quad (7)$$

即当可行解 \mathbf{x}_i 的目标函数值和平均有效值之间的偏差相对于目标函数值最大不能超过 η , 只要符合要求的都是鲁棒解.

1.3 一种改进的鲁棒性评价方法

前面介绍了两种常用的鲁棒性度量方法, 但是对于一个扰动邻域内存在多个局部最优解的复杂问题而言, 单一地应用基于均值或方差的方法可能无法得到真正的鲁棒最优解. 这里给出一个复杂的优化问题^[11], 如下式所示:

$$\begin{aligned} \max g(x) = & e^{-2(x-1)^2} + 0.5e^{-(x-1.5)^2/0.0128} + \\ & e^{-(x-3)^2/0.5} + 2e^{-200(x-1.6)^2} + \\ & 2.5e^{-50(x-1.8)^2} + 2.5e^{-50(x-2.2)^2} + \\ & 2.4e^{-2(x-8)^2} + 2.2e^{-(x-7)^2/0.18} + \\ & 2e^{-(x-6)^2/0.32} + 2.3e^{-2(x-9.5)^2} + \\ & 2e^{-200(x-2.4)^2} + 2e^{-(x-1.25)^2/0.045} + \\ & 2e^{-(x-2.75)^2/0.045} + 1.2e^{-(x-12)^2/0.18} + \\ & 3.2e^{-(x-11)^2/0.18}, \\ \text{s.t. } & x \in [0, 12]. \end{aligned} \quad (8)$$

假定扰动幅度为1, 根据 Deb^[9-10]的方法1计算得到 $g^{\text{eff}}(x)$ 随 x 变化的曲线, 如图1虚线部分所示; 图1中实线部分为 $g(x)$ 随 x 变化的曲线. 从图1中可以看出, 对于 $g(x)$, 全局最优解为可行解 B , 可行解 A 和 C 为两个劣解; 对于 $g^{\text{eff}}(x)$, 全局最优解变成了可行解 A , 而局部最优解为可行解 C . 根据 Deb 的方法1可得 A 为鲁棒最优解的判断. 根据鲁棒评价方法2也可以得出类似的结论. 而根据经验, 虽然可行解 C 只是相对最优解, 但是它相对于可行解 A 鲁棒性要强. 因此综合来看, 可行解 C 才是理想的鲁棒最优解.

显然, 只采用基于均值或方差的方法所得到的最优解有时并不能真正反映该最优解的鲁棒性. 由于优

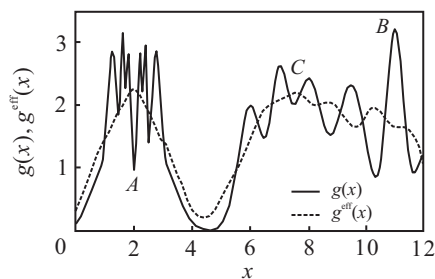


图 1 $g(x)$ 和 $g^{\text{eff}}(x)$ 随 x 变化的曲线图

化问题中各变量的量纲不同, 扰动幅度也不尽相同, 要完整地表述一个解的鲁棒指标是一件困难的事情. 假设决策者对需解决问题已有先验知识, 对各参数的扰动分布和扰动幅度已经了解, 本文提出一种新的改进的鲁棒评价方法.

该方法是基于概率论中关于随机变量统计特性的描述^[12]: 对随机变量邻域内一定数量的样本进行数理统计, 计算出均值 μ 和方差 μ^2 , 则该随机变量的统计特性可描述为 $\mu \pm k\sigma$ 的形式, 这里 k 取 1. 对于目标函数而言, 可相应地计算出期望适应度函数 $f^{\text{exp}}(\mathbf{x})$ 和方差适应度函数 $f^{\text{var}}(\mathbf{x})$, 并将 $f^{\text{exp}}(\mathbf{x}) \pm \sqrt{f^{\text{var}}(\mathbf{x})}$ 作为鲁棒评价指标, 即将 $f^{\text{exp}}(\mathbf{x}) - \sqrt{f^{\text{var}}(\mathbf{x})}$ 作为新的目标函数(最大化问题); 将 $f^{\text{exp}}(\mathbf{x}) + \sqrt{f^{\text{var}}(\mathbf{x})}$ 作为新的目标函数(最小化问题), 因此总结得到以下定义.

定义 1 对于一个最小(大)化优化问题 $f(\mathbf{x})$, 如果变量 \mathbf{x} 存在扰动 δ , 则该优化问题的鲁棒最优解 \mathbf{x}^* 必须满足以下方程:

$$\begin{aligned} \min(\max) F(\mathbf{x}) &= f^{\text{exp}}(\mathbf{x}) \pm \sqrt{f^{\text{var}}(\mathbf{x})}, \\ \text{s.t. } \mathbf{x} &\in S. \end{aligned} \quad (9)$$

在实际操作中, 可以通过对目标函数 $f(\mathbf{x})$ 进行一阶泰勒级数的展开来近似计算其值, 即

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &\approx f(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \\ &\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i}(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \right] \cdot (x_i - \mu_{x_i}), \end{aligned} \quad (10)$$

其中 μ_{x_i} ($i = 1, 2, \dots, n$) 是 x_i 邻域 $[x_i - \vartheta_{\delta_i}, x_i + \vartheta_{\delta_i}]$ 的均值. 对式 (10) 求其方差, 可以推导得到

$$\begin{aligned} f^{\text{var}}(\mathbf{x}) &= \\ &\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot \sigma_{x_i x_j}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\sigma_{x_i}^2$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为 x_i 的方差. 由于 x_i 和 x_j 是相互独立的, 可得 $\sigma_{x_i x_j} = 0$; 另外, 假定扰动 δ_i 服从均匀分布, 则 $\sigma_{\delta_i}^2 = \vartheta_{\delta_i}^2/3$. 于是目标函数的方差可以转化为

$$f^{\text{var}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\vartheta_{\delta_i}^2}{3} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2. \quad (12)$$

经过简化, 式 (10) 所示的方程可以变换为如下形式:

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{|2\vartheta_{\delta}|} \int_{\mathbf{x}-\vartheta_{\delta}}^{\mathbf{x}+\vartheta_{\delta}} f(y) dy + \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\vartheta_{\delta_i}^2}{3} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2}. \quad (13)$$

实际中为了便于计算, 对 $F(\mathbf{x})$ 进行离散化, 对所有的可行解 \mathbf{x}_i 在其邻域 $[x_{ij} - \vartheta_{\delta_i}, x_{ij} + \vartheta_{\delta_i}]$ 随机选取数量一定的样本, 通过对样本的计算来简化式 (13), 简化过程如下式所示:

$$F(\mathbf{x}) \approx \frac{1}{R} \sum_{k \in D_j} f_k \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\vartheta_{\delta_i}^2}{3} \left(\frac{1}{R} \sum_{k \in D_j} \frac{f_j - f_k}{x_{i,j} - x_{i,k}} \right)^2}. \quad (14)$$

其中: R 为样本数, D_j 为 j 的高维邻域空间, $x_{i,j}$ 和 $x_{i,k}$ 为变量 x 在第 i 维第 j 和 k 个个体, f_j 和 f_k 分别为个体 j 和 k 的适应函数值.

该鲁棒评价方法的优点是: 在一定程度上克服了单纯应用基于期望和方差方法所带来的弊端, 且该方法无需其他适应性参数的参与, 只需确定变量扰动的幅值和样本数便可计算. 该方法的缺点是计算量较大.

2 鲁棒多目标优化

2.1 鲁棒多目标评价方法

与求解单目标优化问题不同, 求解多目标优化问题可以一次搜索到一定数量的 Pareto 解, 这些解之间不存在支配的关系, 而且非常接近 Pareto 最优前沿. 同样, 如果考虑变量存在扰动 δ , 则相应的目标函数会受到一定的影响, 需考虑相应目标的鲁棒性. 前一节提出的鲁棒单目标优化方法可以拓展至多目标优化问题的求解.

定义 2 对于一个最小(大)化多目标优化问题 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_N(\mathbf{x}))$, 变量 \mathbf{x} 存在一个 δ 的扰动, 如果问题的解 \mathbf{x}^* 可以称为鲁棒 Pareto 最优解, 则必须是以下多目标问题的 Pareto 最优解:

$$\begin{aligned} \min(\max) F(\mathbf{x}) &= (F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_N(\mathbf{x})), \\ \text{s.t. } \mathbf{x} &\in S. \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $F_n(\mathbf{x})$ 如下式所示:

$$F_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{|2\vartheta_{\delta}|} \sum_{k \in D_j} f_k \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\vartheta_{\delta_i}^2}{3} \left(\frac{1}{R} \sum_{k \in D_j} \frac{f_j - f_k}{x_{i,j} - x_{i,k}} \right)^2}. \quad (16)$$

对于最小化问题, 式 (16) 中的“ \pm ”取“+”; 对于最大化问题, 式 (16) 中的“ \pm ”取“-”.

针对不同的多目标优化问题以及优化问题中变量扰动存在的差异, 原有的 Pareto 最优前沿和鲁棒

Pareto 最优前沿在分布和排列上有一定的不同, 但可归结为以下 4 种情况^[10]:

- 1) 原有 Pareto 最优前沿和鲁棒 Pareto 最优前沿完全一致;
- 2) 原有 Pareto 最优前沿有一部分和鲁棒 Pareto 最优前沿一致;
- 3) 原有 Pareto 最优前沿和鲁棒 Pareto 最优前沿完全不一致, 而原有的局部最优前沿和鲁棒 Pareto 最优前沿完全一致;
- 4) 原有 Pareto 最优前沿的一部分和局部最优前沿的一部分共同组成了鲁棒 Pareto 最优前沿.

2.2 鲁棒多目标优化算法

任何一个多目标优化问题都可以用鲁棒评价的方法将其转化为鲁棒多目标优化问题. 而求解鲁棒多目标优化问题, 较为流行的方法是基于遗传算法和粒子群算法等方法进行求解. 本文给出一种基于粒子群算法的多目标优化算法, 其主要步骤如下.

Step 1: 对所有参数进行初始化, 并在可行域内随机产生 M 个粒子, 设粒子初始速度为 0, 初始最优位置即初始位置, 并将粒子信息存放于 DomList 中.

Step 2: 计算 DomList 中每个粒子的每个鲁棒目标函数值. 每个粒子在其扰动范围内随机产生 H 个样本, 对每个目标函数近似计算出样本的均值和方差, 从而得到鲁棒目标函数值.

Step 3: 由粒子所有的鲁棒目标函数值, 并根据 maximin 方法^[13]计算得到粒子的适应函数值, 并将适应函数值小于零的粒子存放于 nonDomList 中. 为了消除劣解对适应函数值的影响, 重新计算 nonDomList 中粒子的适应函数值, 对 nonDomList 中的粒子根据适应函数值大小进行排序, 选取最小的 20% 的粒子作为全局最优位置 p_g 候选, 存放于 PgList 中.

Step 4: 对 DomList 中所有粒子进行如下计算: 根据轮盘赌法在 PgList 中挑选粒子 i 的全局最优位置 p_g . 更新粒子速度, 并将速度限制在一定的范围内; 更新粒子位置, 并将位置限制在一定的范围内; 更新粒子的个体最优位置 p_i .

Step 5: 若算法已达到最大的迭代次数或 nonDomList 已满, 则终止计算并输出 nonDomList; 否则迭代次数加 1 并转 Step 2.

3 鲁棒多目标优化算法仿真分析

3.1 仿真算例

为了测试所提出的改进鲁棒多目标优化方法的有效性, 参考 Deb^[10]构造多目标优化问题的方法, 本文构造了一个鲁棒多目标优化的算例, 算例方程如下所示:

$$\begin{aligned} \min f_1(x, y) &= y, \\ \min f_2(x, y) &= h(y)(10 - g(x)); \\ \text{s.t. } 0 \leq x &\leq 12, \quad -1 \leq y \leq 1; \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $h(y) = 1 - y^2$.

为了解决该问题, 首先要对该双目标优化问题有一个大致的了解. 很容易看出当 $g(x)$ 取到极大值 g_{\max} 时, 目标函数可以达到最优前沿, 此时目标函数 $f_2(x, y) = (1 - y^2)(10 - g_{\max})$. 因此, 可以得到该双目标优化问题的 Pareto 最优前沿为 $f_2 = (1 - f_1^2) \times (10 - g_{\max})$.

为了横向比较, $g(x)$ 的选取和式 (8) 相同, 其特征在前面已简要说明. 根据本文提出的改进鲁棒多目标优化方法和经典的鲁棒多目标优化方法对问题进行鲁棒处理, 分别进行计算机仿真计算, 并对仿真结果进行比较.

3.2 仿真计算结果

本文采用基于粒子群优化算法对该鲁棒多目标优化问题进行计算仿真. 仿真实验在软件平台 Matlab 2007b 中进行, 算法中主要的参数设置如下: 种群数量 $M = 100$, 外部集 nonDomList 规模为 100, 加速度参数 $c_1 = c_2 = 2$, 最大迭代次数为 100 次, 惯性权重 $\omega = 0.4444^{[7-9]}$.

为了比较扰动 δ 对算法的影响, 设定采样点数 $H = 100$, 并根据 $\delta(\delta_1, \delta_2)$ 分别设置 $\vartheta_\delta = 1, 0.1$. 根据以上算法进行仿真计算, 最终得到实际的 Pareto 最优前沿分布分别如图 2 和图 3 所示.

从图 2 和图 3 中可以看出, 对于不同的 ϑ_δ , 仿真

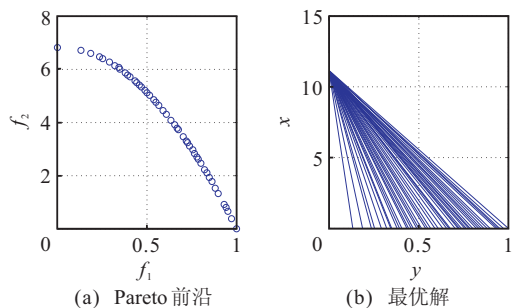


图 2 $\vartheta_\delta = 0.1$ 时鲁棒 Pareto 前沿和最优解分布

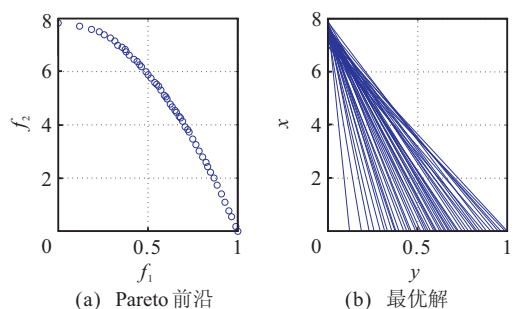


图 3 $\vartheta_\delta = 1$ 时鲁棒 Pareto 前沿和最优解分布

计算结果差异很大. 对于该多目标优化问题, 当 $\vartheta_\delta = 0.1$ 时, 原有 Pareto 最优前沿和目前鲁棒 Pareto 最优前沿完全一致, 即 Pareto 最优解的 x 变量都集中在 11 附近, 如图 2 所示; 当 $\vartheta_\delta = 1$ 时, 原有 Pareto 最优前沿和目前鲁棒 Pareto 最优前沿完全不一致, 即 Pareto 最优解的 x 变量都集中在 7.5 附近, 如图 3 所示. 可以看出 δ 扰动幅度直接影响到解的鲁棒程度, δ 扰动幅度越大则鲁棒度越强, δ 扰动幅度越小则鲁棒度越弱. 可见, δ 扰动幅度的选取实际上决定了整个问题的鲁棒特性, 因此实际选取时应视具体情况而定.

为了比较采样点数对算法的影响, 设定扰动幅度为 1, 并根据采样点个数分别设置 $H = 10, 100$, 可以得到当 $H = 10$ 时的仿真结果如图 4 所示.

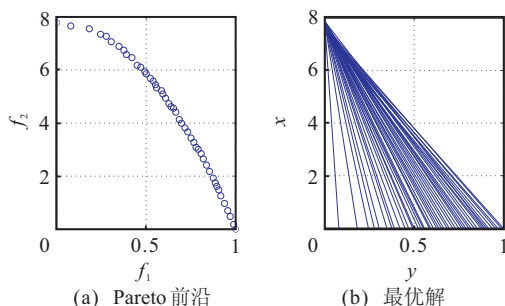


图 4 $H = 10, \vartheta_\delta = 1$ 时鲁棒 Pareto 前沿和最优解分布

从图 3 和图 4 的对比可以看出, 无论采样点数是 10 还是 100, 原有问题的 Pareto 最优前沿中的解全部不是现有鲁棒 Pareto 最优前沿的解, 即 Pareto 最优解的 x 变量都集中在 7.5 附近. 因此, 在保证一定采样点数的基础上, 采样点数对算法最终结果影响较小. 但对于算法效率而言, $H = 10$ 所需要计算适应度函数的次数只有 $H = 100$ 时计算次数的 1/10, 因此效率也大大提高. 但是采样点数过少也会带来一些问题, 如计算得到该点的鲁棒适应度值并不能真正代表此时的适应度值. 综合考虑, 可以设定 H 为 10 ~ 50 之间.

为了比较本文方法和传统方法的区别, 这里设定采样点数 $H = 100, \vartheta_{\delta 1} = 1$, 采用传统的方法进行了计算机仿真, 仿真结果如图 5 所示.

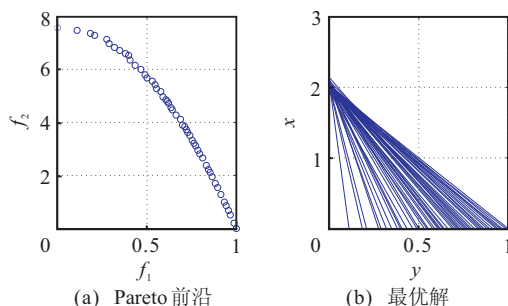


图 5 传统方法得到的鲁棒 Pareto 前沿和最优解分布

从图 3 和图 5 的对比可以看出, 采用传统的基于均值方法得到的鲁棒 Pareto 最优解和本文提出的鲁

棒方法得到的解有所不同, 前者的 Pareto 最优解的 x 变量都集中在 2 附近. 由第 1 节的分析知, 当 $x = 2$ 时解的鲁棒性很差, 因此本文方法得到的解更优一些, 这在一定程度上验证了本文算法的有效性.

4 结 论

在解决某些复杂多目标优化问题的过程中, 所得到的 Pareto 最优解易受设计参数或环境参数扰动的影响. 针对这一问题, 本文引入了鲁棒的概念并提出了一种改进的鲁棒多目标优化方法, 它利用经典的基于适应度函数期望和方差方法的各自优势, 并根据概率论中关于随机变量统计特性的描述将两种方法结合在一起. 另外, 本文给出了该模型的实现算法, 并对实例进行了仿真计算, 所得结果表明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Jin Y C, Branke J. Evolutionary optimization in uncertain environments – A survey[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2005, 9(3): 134-137.
- [2] Shimoyama K, Oyama A, Fujii K. A new efficient and useful robust optimization approach – Design for multi-objective six Sigma[C]. 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Edinburgh, 2005: 950-957.
- [3] Lim D, Ong Y S, Jin Y C, et al. Inverse multi-objective robust evolutionary design[J]. Genet Program Evolvable Mach, 2006, 7(4): 383-404.
- [4] Jin Y C, Sendhoff B. Trade-off between performance and robustness: An evolutionary multi-objective approach[C]. Proc of the 2nd Int Conf on Evolutionary Multi-criteria Optimization. Springer, 2003: 237-251.
- [5] 李亚林, 陈静, 罗彪, 等. 一种求解鲁棒优化问题的多目标进化方法[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(24): 58-61. (Li Y L, Chen J, Luo B, et al. Evolutionary multi-objective approach for solving robust optimization problem[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(24): 58-61.)
- [6] Gunawan S, Azarm S. Multi-objective robust optimization using a sensitivity region concept[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 29(1): 50-60.
- [7] Barrico C, Antunes C H. An evolutionary approach for assessing the degree of robustness of solutions to multi-objective models[M]. Heidelberg: Springer, 2007: 565-582.
- [8] Gaspar-Cunha A, Covas J A. Robustness in multi-objective optimization using evolutionary algorithms[J]. Computational Optimization and Applications, 2008, 39(1): 75-96.

(下转第 1189 页)