

文章编号: 1001-0920(2013)08-1195-05

高阶有向积分器网络的包含控制

王寅秋, 伍清河, 王 垚

(北京理工大学 自动化学院, 北京 100081)

摘要: 研究高阶固定有向积分器网络的包含控制问题. 针对静止和运动的领导者, 分别为跟随者提出了不同的控制协议. 领导者是静止的情况下, 应用拉普拉斯变换终值定理提出线性控制协议, 驱使跟随者渐近进入由多个领导者所构成的静态凸包中; 领导者是移动的情况下, 提出非线性控制协议, 以保证跟随者能够渐近进入由多个领导者所构成的动态凸包中, 并使跟随者一直保持在该凸包中, 同时提出了能够达到这一目标的充分条件. 仿真结果验证了该理论分析的正确性.

关键词: 包含控制; 高阶系统; 多智能体网络; 有向网络拓扑

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Containment control for high-order multi-agent systems under directed topologies

WANG Yin-qiu, WU Qing-he, WANG Yao

(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China. Correspondent: WANG Yin-qiu, E-mail: wh6508@gmail.com)

Abstract: The containment control for high-order multi-agent systems under fixed directed topologies is investigated in this paper. The control protocols are proposed when the leaders are stationary and dynamical, respectively. For the stationary leaders, using the final-value theorem of the Laplace transform, the designed linear control protocol drives all followers to converge into the stationary convex hull spanned by the leaders, asymptotically. For the dynamical leaders, the nonlinear protocol is developed to guarantee all followers converge into the dynamical convex hull formed by the leaders. And sufficient conditions of the containment control are proposed. Simulation results validate these theoretical results.

Key words: containment control; high-order system; multi-agent network; directed topologies

0 引言

近年来, 多智能体协调控制问题已经越来越受到控制界的广泛重视. 其原因在于: 许多多智能体协调控制的理论成果能够广泛地应用于机器人编队、分布式计算、无线传感器定位以及智能电网调度等工程实际中. 文献[1]以代数图论作为研究工具, 解决了一阶积分器有向网络的均值一致性问题, 奠定了多智能体协调控制研究的基础. 之后, Ren等^[2]提出0是通信拓扑所对应的Laplacian矩阵的特征值, 并指出该特征值的代数重数和几何重数均为1. 该文献还提出只要网络拓扑含有一颗生成树, 一阶积分器有向网络所有节点便能够实现状态一致. 针对领导者-跟随者一致性问题, 文献[3]和文献[4]分别就一阶积分器网络、

二阶积分器网络、邻居节点部分状态不可测、静止或是运动领导者等情况进行了研究, 得到了相应的结果. 此后, 在这方面涌现出了大量优秀的理论成果^[5-10].

目前, 关于机器人协调控制的研究成果大都集中于二阶或者一阶积分器网络的一致性分析, 而关于高阶积分器网络的相关成果很少. 但是, 实际被控对象很多都是高阶系统. 例如, 无人机编队控制问题本质上即是一个高阶智能体网络的协调控制问题. 文献[6]为高阶积分器网络设计了一致性控制协议, 同时也给出了能够达到一致的充分条件.

现有的多智能体协调控制算法基本上都是关于无领导者或单领导者问题. 而包含控制在实际应用中更为普遍. 包含控制是指存在多个领导者, 通过设计

收稿日期: 2012-04-17; 修回日期: 2012-06-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074031).

作者简介: 王寅秋(1986-), 男, 博士生, 从事多智能体协作控制的研究; 伍清河(1955-), 男, 教授, 博士生导师, 从事 H_∞ 控制、鲁棒控制、多维系统等研究.

控制协议, 驱使所有跟随者进入由领导者所构成的一个最小几何空间中. 研究这一类问题具有非常重要的现实意义. 例如, 一组无人机需要从一个目标移动到另一个目标, 而只有一部分无人机装备有传感器来探测障碍物或者知道事先设计的路径. 这部分无人机称为领导者; 其他的则称为跟随者. 因此, 可以让领导者构成一个安全的移动区域. 如果跟随者能够一直在该区域中运动, 则该组无人机能够达到目标. 文献[8]和文献[9]分别针对一阶和二阶积分器网络设计了包含控制协议; 文献[7]讨论了带有未知参数的多拉格朗日系统包含控制问题, 提出了带参数估计器的自适应包含控制协议.

本文研究在固定有向网络拓扑环境下, 高阶积分器多智能体系统的包含控制问题, 分别讨论了领导者为静止和运动的两种情况. 在领导者是静止的情况下, 利用拉普拉斯变换终值定理, 为跟随者设计控制协议, 驱使跟随者进入由领导者构成的静态凸包中, 并给出能够进入凸包的充分条件. 在领导者是运动的情况下(运动速度可以相同也可以不同), 因拉普拉斯变换终值定理的使用条件无法满足, 故先对整个系统进行降阶处理, 然后基于已有结论设计控制协议, 再直接进行拉普拉斯反变换, 经证明所提出的控制协议能够保证跟随者渐近进入到由领导者所构成的动态凸包中.

1 预备知识

设由 N 个智能体所组成的有向网络及各智能体之间的通信可以用有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 来表示. 其中: $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示节点集合, 节点 i 表示第 i 个智能体, $\mathcal{E} = \{(i, j) : i, j \in \mathcal{V}\}$ 表示有向边的集合, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 表示非负加权邻接矩阵. 如果节点 i 能够接收到 j 的信息, 即有向边 $(j, i) \in \mathcal{E}$, 则有 $a_{ij} > 0$; 否则 $a_{ij} = 0$. $a_{ij} > 0$ 意味着节点 j 是节点 i 的一个邻居, 用 \mathcal{N}_i 代表节点 i 的邻居集. 定义节点 i 的度为 $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ [12-13].

定义有向图 \mathcal{G} 的 Laplacian 矩阵 $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$, 矩阵 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$. 由边 $(i_1, i_2), \dots, (i_{k-1}, i_k)$ 所组成的序列称为节点 i_1 到 i_k 之间的有向路径. 有向图 \mathcal{G} 含有一个生成树, 是指该图中至少含有一个节点, 这个节点与图中其他所有节点之间均存在至少一条有向路径.

在有 N 个节点的多智能体网络中, 设存在 m 个跟随者和 $N - m$ 个领导者. 一个节点如果至少有一个邻居, 则称该节点为跟随者, 否则称为领导者. 使用符号 \mathcal{R} 和 \mathcal{F} 分别表示领导者集合和跟随者集合. 如果在有向图 \mathcal{G} 中, 每一个跟随者至少能够和一个领导者

之间存在有向路径, 则可以说图 \mathcal{G} 含有一颗联合生成树. 为了表示方便, 本文令多智能体网络中标号前 m 个节点为跟随者, 标号后 $N - m$ 个节点为领导者. 据此, 图 \mathcal{G} 的 Laplacian 矩阵可以写成

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ \mathbf{0}_{(N-m) \times m} & \mathbf{0}_{(N-m) \times (N-m)} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中: $L_1 \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 描述跟随者之间的通信情况, $L_2 \in \mathbf{R}^{m \times (N-m)}$ 描述领导者与跟随者之间的通信情况.

引理 1 [10] 如果图 \mathcal{G} 含有一颗联合生成树, 则 L_1 矩阵是非奇异矩阵并且所有 L_1 矩阵的特征值的实部均大于 0. 另外, 矩阵 $-L_1^{-1}L_2$ 的所有元素都是非负的, 矩阵 $-L_1^{-1}L_2$ 的行和均为 1.

定义 1 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是实向量空间 $V \subseteq \mathbf{R}^n$ 的集合. 用 $\text{Co}(X)$ 来表示集合 X 的凸包, 即

$$\text{Co}(X) = \left\{ \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i \mid x_i \in X, \alpha_i \in \mathbf{R}, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \right\}.$$

特别地, 当 $V \subseteq \mathbf{R}$ 时, 有

$$\text{Co}(X) = \{x \mid x \in [\min_{i=1, \dots, n} x_i, \max_{i=1, \dots, n} x_i]\}.$$

引理 2 [8] 对于一个含有 N 个节点的单积分器有向网络 \mathcal{G} , 如果领导者是运动的, 则设 \mathcal{G} 含有一颗联合生成树, 如果参数 $\beta > \sup_{i \in \mathcal{R}} |\dot{x}_i|$, 则以下控制协议

$$\dot{x}_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i - x_j) - \beta \text{sign} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i - x_j) \right\}, \quad i \in \mathcal{F} \quad (2)$$

可以驱使所有跟随者渐近进入到由领导者所构成的动态凸包中, 其中 $\text{sign}(\cdot)$ 是符号函数.

2 静态领导者包含控制

为叙述简便, 以下仅讨论 $x \in \mathbf{R}$ 的情况. 当 $x \in \mathbf{R}^p (p > 1)$ 时, 应用解耦技术以及 Kronecker 积的相关知识, 可以得到相似的结论.

本节将为跟随者设计合适的控制协议, 以保证跟随者渐近收敛到由静止领导者所构成的静态凸包中.

设跟随者和领导者的动态模型都是 n 阶积分器, 即

$$\dot{x}_i^{(n)} = u_i, \quad i \in \mathcal{F} \cup \mathcal{R}. \quad (3)$$

由于领导者是静止的, 对于任意 $i \in \mathcal{R}$, 有 $x_i(t)$ 保持常值和 $\dot{x}_i = \ddot{x}_i = \dots = x_i^{(n)} = 0$.

为第 i 个跟随者设计分布式控制协议如下:

$$u_i = - \sum_{l=1}^{n-1} k_l x_i^{(l)} - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \left\{ \sum_{l=1}^{n-1} k_l [x_i^{(l-1)} - x_j^{(l-1)}] + [x_i^{(n-1)} - x_j^{(n-1)}] \right\}, \quad i \in \mathcal{F}, \quad (4)$$

其中 $k_l > 0 (l = 1, 2, \dots, n-1)$ 是反馈增益.

定理 1 考虑由动力学系统(3)所组成的有向积分器网络, 若网络拓扑含有一颗联合生成树, 并选

参数 $k_l > 0 (l = 1, 2, \dots, n-1)$, 使得多项式 $s^{n-1} + \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^{l-1}$ 是 Hurwitz 的, 则当领导者是静止时, 控制协议 (4) 可以保证所有跟随者渐近进入由其所构成的静态凸包中.

证明 令 $u_F = [u_1, \dots, u_m]^T \in \mathbf{R}^m, x_F = [x_1, \dots, x_m]^T \in \mathbf{R}^m, x_L = [x_{m+1}, \dots, x_N]^T \in \mathbf{R}^{N-m}$. 因为领导者是静止的, 所以 x_L 是常值向量, 且其各阶导数都是零向量.

将由式 (3) 和 (4) 组成的闭环系统写成向量的形式, 有

$$x_F^{(n)} = u_F = - \sum_{l=1}^{n-1} k_l x_F^{(l)} - \sum_{l=1}^{n-1} k_l L_1 x_F^{(l-1)} - L_1 x_F^{(n-1)} - k_1 L_2 x_L. \quad (5)$$

式 (5) 两边取拉普拉斯变换, 得

$$\begin{aligned} s^n X_F(s) - \sum_{p=0}^{n-1} s^{n-1-p} x_F^{(p)}(0) = & \\ - \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^l X_F(s) + \sum_{l=1}^{n-1} k_l \sum_{p=0}^{l-1} s^{l-1-p} x_F^{(p)}(0) - & \\ L_1 \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^{l-1} X_F(s) + L_1 \sum_{l=1}^{n-1} k_l \sum_{p=0}^{l-2} s^{l-2-p} x_F^{(p)}(0) - & \\ L_1 \left[s^{n-1} X_F(s) - \sum_{p=0}^{n-2} s^{n-2-p} x_F^{(p)}(0) \right] - k_1 L_2 \frac{x_L}{s}. \quad (6) \end{aligned}$$

其中: s 是拉普拉斯算子, $X_F(s)$ 是 $x_F(t)$ 的象函数.

对式 (6) 进行整理, 得到 $X_F(s)$ 的解析表达式

$$\begin{aligned} X_F(s) = & \\ \left(s^n I + \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^l I + L_1 \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^{l-1} + L_1 s^{n-1} \right)^{-1} \times & \\ \left[-k_1 L_2 \frac{x_L}{s} + \sum_{l=1}^{n-1} k_l \sum_{p=0}^{l-1} s^{l-1-p} x_F^{(p)}(0) + \right. & \\ \left. L_1 \sum_{l=1}^{n-1} k_l \sum_{p=0}^{l-2} s^{l-2-p} x_F^{(p)}(0) + L_1 \sum_{p=0}^{n-2} s^{n-2-p} x_F^{(p)}(0) \right] = & \\ \left[(sI + L_1) \left(s^{n-1} + \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^{l-1} \right) \right]^{-1} \times & \\ \left[-k_1 L_2 \frac{x_L}{s} + \sigma(s) \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \sigma(s) = & \\ \sum_{l=1}^{n-1} k_l \sum_{p=0}^{l-1} s^{l-1-p} x_F^{(p)}(0) + L_1 \sum_{p=0}^{n-2} s^{n-2-p} x_F^{(p)}(0) + & \\ L_1 \sum_{l=1}^{n-1} k_l \sum_{l=1}^{l-2} s^{l-2-p} x_F^{(p)}(0). \end{aligned}$$

另外, 由引理 1 可知, $sI + L_1 = \mathbf{0}$ 的解都在左半

开平面. 若多项式 $s^{n-1} + \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^{l-1}$ 是 Hurwitz 的, 则可知极限 $\lim_{s \rightarrow 0} s \sigma(s)$ 存在且为 0. 因此, 应用拉普拉斯变换终值定理, 可以得到

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x_F(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s X_F(s) = & \\ \lim_{s \rightarrow 0} s \left[(sI + L_1) \left(s^{n-1} + \sum_{l=1}^{n-1} k_l s^{l-1} \right) \right]^{-1} \times & \\ \left[-k_1 L_2 \frac{x_L}{s} + \sigma(s) \right] = -L_1^{-1} L_2 x_L. \quad (8) \end{aligned}$$

由此可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $x_F(t) + L_1^{-1} L_2 x_L(t) \rightarrow 0$. 于是, 所有跟随者都渐近进入由领导者所构成的静态凸包中. \square

注 1 当网络拓扑中无领导者存在时, 控制协议 (4) 可以保证高阶多智能体网络中的所有节点的状态达到一致.

3 动态领导者包含控制

本节讨论当领导者是运动时, 如何为跟随者设计控制协议, 以保证所有跟随者渐近进入由领导者构成的动态凸包中. 与前一节不同, 本节的领导者是运动的, 所以, 某些领导者或跟随者的状态向量的拉普拉斯变换, 其极点可能在虚轴上或者在右半平面, 无法使用拉普拉斯变换的终值定理. 因此, 基于以下引理, 可以为跟随者设计合适的控制协议.

引理 3 设 $h(t)$ 的拉普拉斯变换存在, 如果下式成立:

$$h^{(n)}(t) + \sum_{p=1}^n k_p h^{(p-1)}(t) \leq 0, \quad (9)$$

其中参数 $k_p > 0 (p = 1, 2, \dots, n)$ 均为实数, 且满足多项式

$$s^n + \sum_{p=1}^n k_p s^{p-1} = \prod_{q=1}^n (s + \alpha_q). \quad (10)$$

这里参数 $\alpha_q (q = 1, 2, \dots, n)$ 是两两不相等的正实数. 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $h(t) \leq 0$ 成立. 特别地, 当式 (9) 等号成立时, 有 $h(\infty) = 0$.

证明 令 $f(t) = h^{(n)}(t) + \sum_{p=1}^n k_p h^{(p-1)}(t) \leq 0$, 因为 $h(t)$ 的拉普拉斯变换存在, 记为 $H(s)$, 所以 $f(t)$ 的拉普拉斯变换也存在, 记为 $F(s)$. 求 $f(t)$ 的拉普拉斯变换, 可得

$$\begin{aligned} F(s) = s^n H(s) - \sum_{q=0}^{n-1} s^{n-1-q} h^{(q)}(0) + & \\ \sum_{p=1}^n k_p \left[s^{p-1} H(s) - \sum_{q=0}^{p-2} s^{p-2-q} h^{(q)}(0) \right] = & \\ s^n H(s) + \sum_{p=1}^n k_p s^{p-1} H(s) - & \end{aligned}$$

$$\sum_{q=0}^{n-1} s^{n-1-q} h^{(q)}(0) - \sum_{p=1}^n k_p \sum_{q=0}^{p-2} s^{p-2-q} h^{(q)}(0). \quad (11)$$

令

$$Y(s) = \sum_{q=0}^{n-1} s^{n-1-q} h^{(q)}(0) + \sum_{p=1}^n k_p \sum_{q=0}^{p-2} s^{p-2-q} h^{(q)}(0),$$

进而得到 $H(s)$ 的表达式

$$H(s) = (F(s) + Y(s)) / \left(s^n + \sum_{p=1}^n k_p s^{p-1} \right). \quad (12)$$

令

$$H_1(s) = F(s) / \left(s^n + \sum_{p=1}^n k_p s^{p-1} \right),$$

$$H_2(s) = Y(s) / \left(s^n + \sum_{p=1}^n k_p s^{p-1} \right),$$

并设 $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 分别是 $H_1(s)$ 和 $H_2(s)$ 的象原函数. 由引理 3 假设可知, $H_2(s)$ 的极点均在负实轴上, 并两两不等, 可以应用拉普拉斯变换终值定理, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h_2(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Y(s)}{s^n + \sum_{p=1}^n k_p s^{p-1}} = 0. \quad (13)$$

下面求取 $H_1(\infty)$. 对 $H_1(s)$ 进行处理, 得

$$H_1(s) = \frac{F(s)}{\prod_{p=1}^n (s + \alpha_p)} = \sum_{p=1}^n \frac{\beta_p F(s)}{s + \alpha_p}. \quad (14)$$

因为 $\alpha_p (p = 1, 2, \dots, n)$ 是两两不相等的正实数, 所以由多项式分解的理论可知式 (14) 成立, 并且参数集合 $\{\beta_1, \dots, \beta_n\}$ 仅与集合 $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ 有关. 对式 (14) 两端进行拉氏反变换, 得

$$h_1(t) = \sum_{p=1}^n \beta_p \int_0^t f(\tau) e^{-\alpha_p(t-\tau)} d\tau = \sum_{p=1}^n \beta_p \frac{\int_0^t f(\tau) e^{\alpha_p \tau} d\tau}{e^{\alpha_p t}}. \quad (15)$$

应用洛比达法则, 对式 (15) 求取极限, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^n \beta_p \frac{f(t) e^{\alpha_p t}}{\alpha_p e^{\alpha_p t}} = f(\infty) \sum_{p=1}^n \frac{\beta_p}{\alpha_p}. \quad (16)$$

由式 (14) 可知

$$\frac{1}{\prod_{q=1}^n (s + \alpha_q)} = \sum_{p=1}^n \frac{\beta_p}{s + \alpha_p}. \quad (17)$$

取 $s = 0$, 式 (17) 可以写成

$$\sum_{p=1}^n (\beta_p / \alpha_p) = 1 / \left(\prod_{q=1}^n \alpha_q \right) > 0.$$

将这一结果代入式 (16) 中, 因为 $f(t) \leq 0$ 成立, 所以 $h_1(\infty) \leq 0$, 并且 $t \rightarrow \infty$ 时, $h(t) = h_1(t) + h_2(t) \leq 0$ 成立. 特别地, 当式 (9) 取等号时, 该式可以看成是一个稳定系统的特征多项式, 所以 $h(\infty) = 0$. \square

为第 i 个跟随者设计控制协议如下:

$$u_i = - \sum_{l=1}^{n-1} k_l x_i^{(l)} - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \sum_{l=1}^{n-1} \left[k_l (x_i^{(l-1)} - x_j^{(l-1)}) + (x_i^{(n-1)} - x_j^{(n-1)}) \right] - \beta \text{sign} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \sum_{l=1}^{n-1} [k_l (x_i^{(l-1)} - x_j^{(l-1)}) + (x_i^{(n-1)} - x_j^{(n-1)})] \right\}, \quad i \in \mathcal{F}. \quad (18)$$

其中: $k_l (l = 1, 2, \dots, n-1)$ 均为正实数, $\beta > 0$ 也是正实数, 且领导者和跟随者的动力学模型仍为式 (3).

定理 2 设有向高阶积分器网络含有一颗联合生成树, 参数 β 和 $k_l (l = 1, 2, \dots, n-1)$ 分别满足条件

$$\beta > \sup_{i \in \mathcal{R}} \left| \sum_{l=1}^{n-1} k_l x_i^{(l)} + x_i^{(n)} \right|, \quad (19)$$

且多项式 $s^{n-1} + \sum_{p=1}^{n-1} k_p s^{p-1}$ 的所有极点都在负实轴上, 则控制协议 (18) 驱使所有跟随者进入由领导者所构成的动态凸包中.

证明 设对于所有节点, 都有

$$z_i = \sum_{l=1}^{n-1} k_l x_i^{(l-1)} + x_i^{(n-1)},$$

对于所有跟随者, 得到 z_i 的导数为

$$\dot{z}_i = \sum_{l=1}^{n-1} k_p x_i^{(l)} + u_i.$$

取 u_i 如式 (18), 则有

$$\dot{z}_i = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (z_i - z_j) - \beta \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \text{sign}(z_i - z_j). \quad (20)$$

如果 β 满足条件 (19), 则由引理 2 可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 式 (20) 可以驱使所有 $z_i (i \in \mathcal{F})$ 进入到由所有领导者的 z_i 所构成的凸包中.

设 $z_{\max} = \max_{i \in \mathcal{F}} (z_i)$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $z_i - z_{\max} \leq 0$. 令 $h_i(t) = z_i - z_j (i \in \mathcal{F}, z_j = z_{\max})$, 可以得到

$$h_i^{(n-1)}(t) + \sum_{l=1}^{n-1} k_l h_i^{(l-1)}(t) \leq 0. \quad (21)$$

因此, 由引理 3 可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $h_i(t) \leq 0$. 所以, 对于任意 $i \in \mathcal{R}, x_i \leq x_j \leq \max_{i \in \mathcal{R}} (x_i)$.

同理可证, 对于任意 $i \in \mathcal{F}$, 有 $x_i \geq \min_{j \in \mathcal{R}} (x_j)$. 故所有跟随者都将进入由领导者构成的动态凸包中. \square

注 2 当高阶积分器网络中仅含有一个领导者时, 动态包含问题将转换为单领导者-多跟随者一致性问题, 控制协议 (18) 也同样适用.

注 3 实际应用中, 如果先选取集合 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}\}$, 进而得到集合 $\{k_1, k_2, \dots, k_{n-1}\}$, 则计算量将大幅减少.

注 4 对控制协议 (4) 和 (18) 进行拓展, 可分别实现当领导者静止或者运动时的包含控制, 同时还能兼顾与领导者及其他跟随者之间的避碰控制. 具体可以使用以下两种策略避免碰撞. 方法 1: 为每个智能体设计两种不同的控制策略, 即包含控制策略和避碰控制策略. 当两个智能体之间的距离小于一个设定值时, 避碰控制起作用; 反之, 包含控制策略起作用. 方法 2: 在控制率中直接加入一个与势能函数有关的量, 可以避免碰撞的发生.

4 仿真研究

考虑由 6 个 4 阶积分器所构成的有向网络, 其通信拓扑如图 1 所示. 图 1 中, 节点 1~节点 3 为领导者, 节点 4~节点 6 为跟随者. 所有跟随者的初始状态均随机选择. 在二维平面中考虑该网络的协调控制, 即 $x_i \in \mathbf{R}^2$ 和 $u_i \in \mathbf{R}^2, i = 1, 2, \dots, 6$.

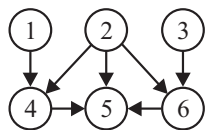


图 1 有向固定网络拓扑图

例 1 考虑领导者是静止的情况. 选取领导者的初始状态在二维平面上构成一个三角形. 图 2 是 0 ~ 50 s 内各节点的运动轨迹. 从图 2 中可以看出, 所有跟随者最终都进入到三角形中, 即最终收敛到由领导者所构成的静态凸包中. 特别地, 从图 1 中可知, 跟随者 4 仅能接收领导者 1 和领导者 2 的信息, 说明跟随者 4 的最终状态应收敛到领导者 1 和领导者 2 状态的凸包中, 即在二维平面上反映是节点 1 和节点 2 之间的连线. 同理, 跟随者 6 的运动与跟随者 4 类似, 收敛到领导者 2 和领导者 3 之间的连线上. 图 2 仿真结果验证了该结论的正确性.

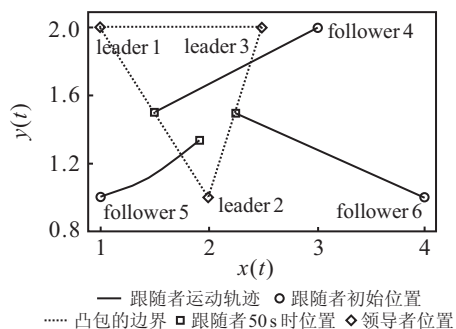


图 2 静态领导者情况下各节点运动轨迹

例 2 考虑领导者是运动的并且速度不同的情况. 设 3 个领导者在二维平面上的运动轨迹分别为: 领导者 1: $y_1 = 10 + \sin(0.05x_1)$; 领导者 2: $y_2 = 4 + \cos(0.05x_2)$; 领导者 3: $y_3 = -3 - \sin(0.05x_3)$. 仿真时间设为 50 s, 仿真结果如图 3 所示.

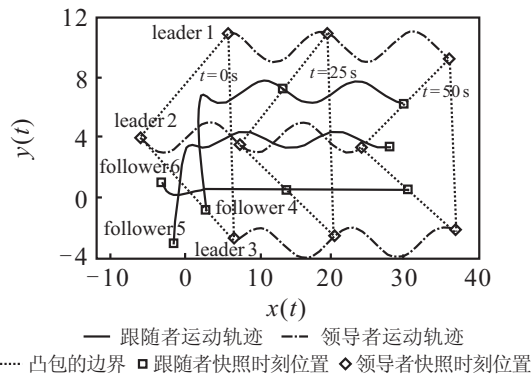


图 3 动态领导者情况下各节点运动轨迹

在 $t = 0\text{ s}, t = 25\text{ s}$ 和 $t = 50\text{ s}$ 时分别对各节点的位置进行快照, 由图 3 可知, 大约在 25 s 后跟随者全部进入由领导者构成的动态凸包中. 当凸包随着领导者运动时, 跟随者能够一直保持在该凸包中. 同时还可以看出, 跟随者 5 进入并且一直保持在三角形 (领导者构成的凸包) 内部; 跟随者 4 由于仅与领导者 1 和领导者 2 有通信, 状态最终收敛到领导者 1 和领导者 2 的状态所构成的动态凸包中, 在二维平面上反映的是跟随者 4 的位置最终收敛到领导者 1 和领导者 2 之间的连线上; 跟随者 6 的运动与跟随者 4 类似, 收敛到领导者 2 和领导者 3 之间的连线上.

5 结 论

本文针对高阶固定有向积分器网络, 考虑领导者是静止的和运动的两种情况, 分别为所有跟随者提出了分布式包含控制协议, 驱使所有跟随者进入由领导者所构成的闭包中. 领导者是静止的情况下, 应用拉普拉斯变换及其终值定理, 得到实现包含控制的充分条件, 进而得到相应的控制协议. 领导者是运动的情况下 (运动速度可以相同也可以不同), 首先使用变量代换的降阶方法, 将高阶积分器网络化为一个等价的一阶积分器网络, 基于现有结论设计控制协议, 以保证该一阶积分器网络实现包含; 然后, 因领导者是运动的, 无法满足使用拉普拉斯终值定理的条件, 故直接使用拉普拉斯反变换得到相应的控制协议, 同时得到了所有跟随者进入由领导者构成的凸包中所要满足的充分条件. 仿真结果表明了本文方法的正确性.

参考文献(References)

[1] Olfati-Saber R, Murray M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.

[2] Ren W, Beard W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.

(下转第 1206 页)