

文章编号: 1001-0920(2013)09-1365-07

再入机动飞行器的模糊自适应 H_2/H_∞ 控制

史震, 张玉芳, 王飞

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对再入机动飞行器(MRV)动态的非线性和不确定性, 将模糊自适应理论与鲁棒 H_2/H_∞ 控制理论相结合, 提出一种 MRV 的模糊自适应 H_2/H_∞ 控制方法. 该方法利用模糊逻辑系统逼近导弹模型的非线性函数, 补偿其建模的不确定性; 并且基于 H_2/H_∞ 混合优化控制与非零和博弈理论, 设计了鲁棒 H_2/H_∞ 控制器补偿模糊系统的逼近误差和外界干扰, 进而改善控制性能, 使得性能指标在达到最优化的同时满足 H_2/H_∞ 性能指标. 通过仿真分析, 验证了所提出控制方法的有效性.

关键词: 再入机动飞行器; H_2/H_∞ 控制; 模糊自适应; 不确定非线性; 控制性能

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fuzzy adaptive H_2/H_∞ control for maneuvering reentry vehicle

SHI Zhen, ZHANG Yu-fang, WANG Fei

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China. Correspondent: ZHANG Yu-fang, E-mail: zhangyf001@yahoo.cn)

Abstract: A fuzzy adaptive H_2/H_∞ control is proposed for a maneuvering reentry vehicle(MRV). The controller consists of two parts: An adaptive fuzzy controller which is constructed to approximate the uncertain nonlinear function, and a robust mixed H_2/H_∞ controller. Based on the mixed H_2/H_∞ control and the non zero sum game theory, a robust H_2/H_∞ controller is designed to attenuate approximation errors of the fuzzy system and external disturbance, thus the controller performance is improved, while the controller possesses a optimal H_2 performance index and meets the H_∞ performance index. Simulation studies demonstrate the effectiveness of the proposed controller.

Key words: maneuvering reentry vehicle; H_2/H_∞ control; fuzzy adaptive; uncertain nonlinear; control performance

0 引言

不确定非线性系统的鲁棒稳定性的研究一直是控制领域的研究热点, 并已提出了多种控制方法^[1-2], 其中自适应模糊控制是一种较为有效的方法. 文献^[1-2]分别提出了直接或间接的自适应模糊 H_∞ 控制方法, 用模糊逻辑系统逼近未知的非线性函数, 同时结合自适应理论与 H_∞ 控制, 不仅保证了闭环系统稳定, 而且通过引入 H_∞ 控制项, 克服了模糊逼近误差和外界干扰对输出跟踪误差的影响, 且已应用到导弹自动驾驶仪设计中^[3-5]. H_∞ 控制虽然能够保证系统存在不确定性和外界干扰情况下的鲁棒稳定性, 但以牺牲系统的瞬时性能为代价, 因此, Bernstein 等^[6]提出了混合 H_2/H_∞ 控制的设计, 较好地解决了系统的鲁棒性和系统性能问题.

本文针对再入机动飞行器(MRV)动态的非线性和不确定性, 提出了模糊自适应 H_2/H_∞ 控制器设计方法. 该方法结合模糊逻辑逼近系统、自适应控制和 H_2/H_∞ 控制, 考虑多输入多输出非线性系统的不确定性, 通过选择合适的参数向量的自适应律, 使得模糊系统一致逼近被控系统的非线性函数, 同时设计鲁棒 H_2/H_∞ 控制器补偿模糊系统的逼近误差和外界干扰, 在 H_2 性能指标最优化的同时满足 H_∞ 性能指标. 对有限时间和无限时间 H_2/H_∞ 控制问题、被控输出信号系数矩阵不同的假设条件下的 Riccati 方程进行了讨论, 分别给出了不同条件下系统的状态反馈控制律. 通过仿真研究验证了控制方法的有效性.

1 问题描述

考虑如下输入-输出形式的非线性系统:

收稿日期: 2012-05-18; 修回日期: 2012-07-18.

基金项目: 第二炮兵装备部预研基金项目(103020101).

作者简介: 史震(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制、飞行器捷联惯性导航等研究; 张玉芳(1982-), 女, 博士生, 从事飞行器控制的研究.

$$\begin{cases} X = f(x) + \Delta f(x) + (g(x) + \Delta g(x))u + d(t), \\ y = x. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $X = (x_1^{n_1}, x_2^{n_2}, \dots, x_m^{n_m})^T$, $x = [x_1, \dot{x}_1, \dots, x_1^{(n_1-1)}, \dots, x_m, \dot{x}_m, \dots, x_m^{(n_m-1)}]^T$ 为系统状态向量; $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ 分别为系统的输入和输出; $\Delta f(x)$ 和 $\Delta g(x)$ 为系统的未建模动态不确定项; $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)]^T$ 和

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \cdots & g_{1m}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1}(x) & \cdots & g_{mm}(x) \end{bmatrix}$$

为非线性光滑函数; $d(x)$ 为外界干扰. 令 $\Delta = \Delta f(x) + \Delta g(x)u + d(x)$ 为系统扰动项, 则系统简化为

$$\begin{cases} X = f(x) + g(x)u + \Delta, \\ y = x. \end{cases} \quad (2)$$

对系统作如下假设:

- 1) 系统的状态向量可测.
- 2) 在紧集 $S \subset R^n$ 中, $g(x)$ 非奇异且范数有界, 同时矩阵的最小奇异值 σ , 满足对 $\forall \varepsilon > 0, \sigma \geq \varepsilon, \forall x \in S$.

控制器设计目标是针对上述不确定性非线性系统设计控制器, 消除不确定性和未知干扰的影响.

2 控制器设计

2.1 自适应模糊鲁棒控制器

设期望轨迹参考信号为 $y_{id}, i = 1, 2, \dots, m$, 定义跟踪误差 $e_i = y_{id} - y_i$, 设 $E_i = (e_i, \dot{e}_i, \dots, e_i^{(n_i-1)})^T$, $K_i = (k_{in_i}, \dots, k_{i1})$, 选择向量 K_i 使得多项式 $s_n + k_{i1}s^{n-1} + \dots + k_{in_i} = 0$ 的所有根位于左半平面内.

若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 已知, 则

$$u = g(x)^{-1}[-f(x) + y_d^n + KE - u_\Delta], \quad (3)$$

其中: $KE = (K_1E_1, K_2E_2, \dots, K_mE_m)$, u_Δ 是用于抑制未知干扰影响的鲁棒控制器.

若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 为未知函数, 则对变量 $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 定义 P_i 个模糊集合 $A_i^{l_i}, l_i = 1, 2, \dots, P_i$, $\mu_{A_i^{l_i}}(x_i)$ 为 x_i 的隶属函数, θ_f 和 θ_g 为参数向量, $\xi(x) = \prod_{i=1}^m \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) / \left(\sum_{l_1=1}^{P_1} \cdots \sum_{l_m=1}^{P_m} \prod_{i=1}^m \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right)$ 为 $\prod_{i=1}^m P_i$ 维列向量. 采用模糊系统 $\hat{f}(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi(x)$ 和 $\hat{g}(x|\theta_g) = \theta_g^T \xi(x)$ 分别逼近 $f(x)$ 和 $g(x)$, 得到等效控制器

$$u_c = \hat{g}(x|\theta_g)^{-1}[-\hat{f}(x|\theta_f) + y_d^n + KE - u_\Delta]. \quad (4)$$

其中: $\hat{g}(x|\theta_g)$ 是通过在线估计 θ_g 而得到的, 很难保证 $\hat{g}(x|\theta_g)$ 的非奇异性, 因而用 $\hat{g}(x|\theta_g)$ 的广义逆

$$\hat{g}^T(x|\theta_g)[\varepsilon I + \hat{g}(x|\theta_g)\hat{g}^T(x|\theta_g)]^{-1} \quad (5)$$

代替 $\hat{g}(x|\theta_g)$ 的逆 $\hat{g}(x|\theta_g)^{-1}$. 由于 $\forall \varepsilon > 0$, 有

$$\begin{aligned} & \hat{g}(x|\theta_g)\hat{g}^T(x|\theta_g)[\varepsilon I + \hat{g}(x|\theta_g)\hat{g}^T(x|\theta_g)]^{-1} = \\ & I - \varepsilon[\varepsilon I + \hat{g}(x|\theta_g)\hat{g}^T(x|\theta_g)]^{-1} \end{aligned}$$

成立. 将式(5)代入(4), 有

$$\begin{aligned} u_c &= \hat{g}^T(x|\theta_g)[\varepsilon I + \hat{g}(x|\theta_g)\hat{g}^T(x|\theta_g)]^{-1} \cdot \\ & [-\hat{f}(x|\theta_f) + y_d^n + KE - u_\Delta]. \end{aligned} \quad (6)$$

将式(6)代入(2)得到

$$\begin{aligned} \dot{E}_i &= A_i E_i + B_i \left\{ \hat{f}_i(x|\theta_{if}) - f_i(x) + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^m [\varepsilon I + \hat{g}_{ij}(x|\theta_{ijg}) - g_{ij}(x)] u_{cj} + u_{i\Delta} - \Delta_i \right\}. \end{aligned}$$

定义最优参数向量

$$\begin{aligned} \theta_f^* &= \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} [\sup_{x \in R^m} |\hat{f}(x|\theta_f) - f(x)|], \\ \theta_g^* &= \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} [\sup_{x \in R^m} |\hat{g}(x|\theta_g) - f(x)|], \end{aligned}$$

其中 Ω_f, Ω_g 分别为 θ_f 和 θ_g 的有界集合. 定义最小模糊逼近误差为

$$\begin{aligned} \omega_i &= [\hat{f}_i(x|\theta_{if}^*) - f_i(x)] + \\ & \sum_{j=1}^m [\varepsilon I + \hat{g}_{ij}(x|\theta_{ijg}^*) - g_{ij}(x)], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_i &= A_i E_i + B_i \left\{ \hat{f}_i(x|\theta_{if}) - \hat{f}_i(x|\theta_{if}^*) + \hat{f}_i(x|\theta_{if}^*) - \right. \\ & f_i(x) + \sum_{j=1}^m [\hat{g}_{ij}(x|\theta_{ijg}) - \hat{g}_{ij}(x|\theta_{ijg}^*) + \\ & \left. \hat{g}_{ij}(x|\theta_{ijg}^*) - g_{ij}(x)] u_{cj} + u_{i\Delta} - \Delta_i \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

将式(7)代入(8)得到

$$\begin{aligned} \dot{E}_i &= A_i E_i + B_i u_{i\Delta} + B_i w + \\ & B_i \left[\tilde{\theta}_{if}^T \xi(x) + \sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_{ijg}^T \xi(x) u_{cj} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_{in_i} & -k_{i(n_i-1)} & \cdots & -k_{i2} & -k_{i1} \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$w = \omega_i - \Delta_i, \tilde{\theta}_{if} = \theta_{if} - \theta_{if}^*, \tilde{\theta}_{ijg} = \theta_{ijg} - \theta_{ijg}^*.$$

取向量 θ_f, θ_g 的自适应律

$$\dot{\theta}_{if} = \begin{cases} -\eta_i E_i^T P_i B_i \xi(x), \\ |\theta_{if}| \leq M_{if} \text{ 且 } E_i^T P_i B_i \theta_{if}^T \xi(x) > 0; \\ P_f[\cdot], |\theta_{if}| = M_{if} \text{ 且 } E_i^T P_i B_i \theta_{if}^T \xi(x) < 0. \end{cases} \quad (10)$$

$$\dot{\theta}_{ijg} = \begin{cases} -\eta_{ij} E_i^T P_i B_i \xi(x) u_j, \\ |\theta_{ijg}| \leq M_{ijg} \text{ 且 } E_i^T P_i B_i \theta_{ijg}^T \xi(x) u_j > 0; \\ P_f[\cdot], |\theta_{ijg}| = M_{ijg} \text{ 且 } E_i^T P_i B_i \theta_{ijg}^T \xi(x) u_j < 0. \end{cases} \quad (11)$$

其中: $P_f[\cdot]$ 为投影算子, 定义如下:

$$P_f[\cdot] = -\eta_i E_i^T P_i B_i \xi(x) + \eta_i E_i^T P_i B_i \frac{\theta_{if} \theta_{if}^T}{|\theta_{if}|^2} \xi(x).$$

$$P_f[\cdot] = -\eta_{ij} E_i^T P_i B_i \xi(x) u_j + \eta_{ij} E_i^T P_i B_i \frac{\theta_{ijg} \theta_{ijg}^T}{|\theta_{ijg}|^2} \xi(x) u_j.$$

2.2 鲁棒 H_2/H_∞ 控制器设计

针对误差方程(9)设计混合 H_2/H_∞ 状态反馈控制器, 根据被控系统对动态性能和鲁棒性的要求, 定义辅助被控输出信号 z_∞, z_2 , 得到被控对象的状态空间描述如下:

$$\begin{cases} \dot{E}_i = A_i E_i + B_i u_{i\Delta} + B_i \left[\tilde{\theta}_{if}^T \xi(x) + \sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_{ijg}^T \xi(x) u_{cj} \right] + B_i w, \\ z_\infty = C_\infty E_i + D_\infty u_{i\Delta}, \\ z_2 = C_2 E_i + D_2 u_{i\Delta}. \end{cases} \quad (12)$$

其中: $E_i, z_2, z_\infty \in R^{n_i}$ 分别为状态变量和被控输出信号; $u_{i\Delta}$ 为控制输入; w 为干扰输入且平方可积; $A_i, B_i, C_2, D_2, C_\infty, D_\infty$ 为相应维数的系数矩阵. 设 $C_\infty D_\infty^T = 0, C_2 D_2^T = 0$.

混合 H_2/H_∞ 状态反馈控制要求设计的控制器满足以下条件^[7]:

- 1) 闭环系统渐近稳定;
- 2) 对于给定的 H_∞ 性能指标 $\gamma_\infty > 0$, w 到 z_∞ 的传递函数 $\|T_{z_\infty w}\|_{\infty, [0, tf]} < \gamma_\infty$;
- 3) 在最坏扰动情形下, 有

$$\min_{u_{i\Delta}} J_{i2}(u_{i\Delta}, w^*) = \min_{u_{i\Delta}, w^*} \int_0^{tf} \|z_2\|^2 dt = J_{i2}(u_{i\Delta}^*, w^*),$$

其中 w^* 为最坏干扰信号.

根据非零和博弈论理论, 系统(12)的混合 H_2/H_∞ 控制器设计问题可用两个代价函数表示, 即

$$J_{i\infty}(u_{i\Delta}, w) = \int_0^{tf} (\|z_\infty\|^2 - \gamma_\infty^2 \|w\|^2) dt, \quad (13)$$

$$J_{i2}(u_{i\Delta}, w) = \int_0^{tf} \|z_2\|^2 dt. \quad (14)$$

控制的目标等价于寻找均衡决策 $u_{i\Delta}^*, w^*$ 满足如下定义的纳什均衡:

$$\begin{aligned} J_{i\infty}(u_{i\Delta}^*, w^*) &\geq J_{i\infty}(u_{i\Delta}^*, w), \quad \forall u_{i\Delta}^* \in L_2[0, tf], \\ J_{i2}(u_{i\Delta}^*, w^*) &\leq J_{i2}(u_{i\Delta}, w^*), \quad \forall w^* \in L_2[0, tf]. \end{aligned} \quad (15)$$

定义 1 由模糊自适应及混合 H_2/H_∞ 控制理论, 定义 H_2 跟踪性能指标 $J_{i2}(u_{i\Delta}, w)$ 和 H_∞ 性能指标 $J_{i\infty}(u_{i\Delta}, w)$ 如下:

$$\begin{aligned} J_{i2}(u_{i\Delta}, w) = & E_i^T(t_f) P_2(t_f) E_i(t_f) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(t_f) \tilde{\theta}_{if}(t_f) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(t_f) \tilde{\theta}_{ijg}(t_f) + \int_0^{tf} (E_i^T Q_2 E_i + u_{i\Delta}^T R_2 u_{i\Delta}) dt, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} J_{i\infty}(u_{i\Delta}, w) = & E_i^T(t_f) P_1(t_f) E_i(t_f) + \\ & \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(t_f) \tilde{\theta}_{if}(t_f) + \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(t_f) \tilde{\theta}_{ijg}(t_f) + \\ & \int_0^{tf} (E_i^T Q_\infty E_i + u_{i\Delta}^T R_\infty u_{i\Delta} - \gamma_\infty^2 w^T w) dt. \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} Q_2 &= C_2^T C_2 > 0, \quad R_2 = D_2^T D_2 > 0, \\ Q_\infty &= C_\infty^T C_\infty > 0, \quad R_\infty = D_\infty^T D_\infty > 0. \end{aligned}$$

定理 1 考虑系统(1)和(12), 系统的控制律为式(6), 式(10)和(11)为参数向量的自适应律, 则有:

- 1) 参数向量有界, 即 $|\theta_{if}| \leq M_{if}, |\theta_{ijg}| \leq M_{ijg}, i, j = 1, 2, \dots, m$.
- 2) 若 Riccati 方程

$$\begin{aligned} \dot{P}_1(t) + A_i^T P_1(t) + P_1(t) A_i + Q_\infty - [P_1(t) \quad P_2(t)] \times \\ \begin{bmatrix} -\frac{1}{\gamma_\infty^2} B_i B_i^T & B_i R_2^{-1} B_i^T \\ B_i R_2^{-1} B_i^T & -B_i R_2^{-1} R_\infty R_2^{-1} B_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_2(t) + A_i^T P_2(t) + P_2(t) A_i + Q_2 - [P_1(t) \quad P_2(t)] \times \\ \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\gamma_\infty^2} B_i B_i^T \\ -\frac{1}{\gamma_\infty^2} B_i B_i^T & B_i R_2^{-1} B_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

存在对称正定解矩阵 $P_1(t), P_2(t), t \in [0, tf]$, 则有:

$$\text{① 纳什均衡决策} \quad u_{i\Delta}^* = -R_2^{-1} B_i^T P_2(t) E_i. \quad (20)$$

最差干扰输入信号

$$w^* = \frac{1}{\gamma_\infty^2} B_i^T P_1(t) E_i. \quad (21)$$

② 纳什均衡决策下的 H_2 最优跟踪性能指标 $J_{i2}(u_{i\Delta}^*, w^*)$ 和 H_∞ 性能指标 $J_{i\infty}(u_{i\Delta}^*, w^*)$ 分别为

$$\begin{aligned} J_{i2}(u_{i\Delta}^*, w^*) = & E_i^T(0) P_2(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) + \int_0^{tf} S_1 dt, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} J_{i\infty}(u_{i\Delta}^*, w^*) = & E_i^T(0) P_1(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) + \int_0^{tf} S_1 dt, \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\int_0^{tf} S_1 dt = \int_0^{tf} 2 \left[\tilde{\theta}_{if}^T \eta_i E_i^T P_i B_i \frac{\theta_{if} \theta_{if}^T}{|\theta_{if}|^2} \xi(x) + \right]$$

$$\sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_{ijg}^T \eta_{ij} E_i^T P_i B_i \frac{\theta_{ijg} \theta_{ijg}^T}{|\theta_{ijg}|^2} \xi(x) u_j \Big] dt. \quad (24)$$

证明 1) 的证明见文献 [8], 此处略.

2) 首先考虑 H_2 跟踪性能指标 J_{i2} , 由式 (16) 可得

$$\begin{aligned} J_{i2}(u_{i\Delta}, w) = & E_i^T(tf) P_2(tf) E_i(tf) + \\ & \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(tf) \tilde{\theta}_{if}(tf) + \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(tf) \tilde{\theta}_{ijg}(tf) + \\ & \int_0^{tf} (E_i^T Q_2 E_i + u_{i\Delta}^T R_2 u_{i\Delta}) dt + \\ & \frac{d}{dt} \left[\int_0^{tf} \left(E_i^T P_2 E_i + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T \tilde{\theta}_{if} + \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T \tilde{\theta}_{ijg} \right) dt \right] - \\ & \left[E_i^T(tf) P_2(tf) E_i(tf) - E_i^T(0) P_2(0) E_i(0) + \right. \\ & \left. \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(tf) \tilde{\theta}_{if}(tf) - \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(tf) \tilde{\theta}_{ijg}(tf) - \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) \right]. \quad (25) \end{aligned}$$

将式 (9) 和 (19) 代入 (25) 得

$$\begin{aligned} J_{i2}(u_{i\Delta}, w) = & E_i^T(0) P_2(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) + \int_0^{tf} \left\{ E_i^T \left[-\frac{2}{\gamma_\infty^2} P_1 P_2 + \right. \right. \\ & \left. \left. P_2 R_2^{-1} P_2 + u_{i\Delta}^T R_2 u_{i\Delta} \right] E_i + u_{i\Delta}^T B_i^T P_2 E_i + \right. \\ & \left. E_i^T P_2 B_i u_{i\Delta} + w^T B_i^T P_2 E_i + E_i^T P_2 B_i w + \frac{2}{\eta_i} \dot{\tilde{\theta}}_{if}^T \tilde{\theta}_{if} + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^m \frac{2}{\eta_{ij}} \dot{\tilde{\theta}}_{ijg}^T \tilde{\theta}_{ijg} + \xi(x)^T \tilde{\theta}_{if}^T B_i^T P_2 E_i + \right. \\ & \left. E_i^T P_2 B_i \xi(x) \tilde{\theta}_{if} + \left[\sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_{ijg}^T \xi(x) u_{cj} \right]^T B_i^T P_2 E_i + \right. \\ & \left. E_i^T P_2 B_i \left[\sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_{ijg}^T \xi(x) u_{cj} \right] \right\} dt. \quad (26) \end{aligned}$$

将参数向量的自适应律 (10)、(11) 代入 (26), 引入最差干扰输入 $w^* = \frac{1}{\gamma_\infty^2} B_i^T P_1(t) E_i$, 则有

$$\begin{aligned} J_{i2}(u_{i\Delta}, w^*) = & E_i^T(0) P_2(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) + \int_0^{tf} \left[E_i^T P_2 R_2^{-1} P_2 E_i + \right. \\ & \left. u_{i\Delta}^T B_i^T P_2 E_i + E_i^T P_2 B_i u_{i\Delta} \right] dt + \int_0^{tf} S_1 dt. \quad (27) \end{aligned}$$

如果 $u_{i\Delta}^* = -R_2^{-1} B_i^T P_2(t) E_i$, 则有

$$\begin{aligned} J_{i2}(u_{i\Delta}^*, w^*) = & E_i^T(0) P_2(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) + \int_0^{tf} S_1 dt.$$

同理, 考虑 H_∞ 跟踪性能指标 $J_{i\infty}(u_{i\Delta}, w)$, 根据参数向量自适应律 (10)、(11) 和 (17), 则有

$$\begin{aligned} J_{i\infty}(u_{i\Delta}, w^*) = & E_i^T(0) P_1(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) + \int_0^{tf} (E_i^T Q_\infty E_i + \\ & u_{i\Delta}^T R_\infty u_{i\Delta} - \gamma_\infty^2 w^T w) dt + \frac{d}{dt} \left[\int_0^{tf} \left(E_i^T P_1 E_i + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T \tilde{\theta}_{if} + \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T \tilde{\theta}_{ijg} \right) dt \right]. \quad (28) \end{aligned}$$

取 $w^* = \frac{1}{\gamma_\infty^2} B_i^T P_1(t) E_i$, 将式 (18) 代入 (28) 得

$$\begin{aligned} J_{i\infty}(u_{i\Delta}^*, w^*) = & E_i^T(0) P_1(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0) + \int_0^{tf} S_1 dt. \quad (29) \end{aligned}$$

当 $|\theta_{if}| = M_{if}$ 且 $E_i^T P_i B_i \theta_{if}^T \xi(x) < 0$, $|\theta_{if}| \geq |\theta_{if}^*|$ 时, 有

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_{if}^T \theta_{if} = & (\theta_{if} - \theta_{if}^*)^T \theta_{if} = \theta_{if}^T \theta_{if} - \tilde{\theta}_{if}^T \theta_{if} \geq \\ & |\theta_{if}|^2 - \frac{|\theta_{if}|^2 + |\theta_{if}^*|^2}{2} = \frac{|\theta_{if}|^2 - |\theta_{if}^*|^2}{2} \geq 0, \end{aligned}$$

因此 $\theta_{if}^T \eta_i E_i^T P_i B_i \frac{\theta_{if} \theta_{if}^T}{|\theta_{if}|^2} \xi(x) \leq 0$. 同理可以证明

$$\sum_{j=1}^m \tilde{\theta}_{ijg}^T \eta_{ij} E_i^T P_i B_i \frac{\theta_{ijg} \theta_{ijg}^T}{|\theta_{ijg}|^2} \xi(x) u_j \leq 0,$$

所以 $\int_0^{tf} S_1 dt \leq 0$. 进一步可得

$$\begin{aligned} J_{i\infty}(u_{i\Delta}^*, w^*) \leq & E_i^T(0) P_1(0) E_i(0) + \frac{1}{\eta_i} \tilde{\theta}_{if}^T(0) \tilde{\theta}_{if}(0) + \\ & \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ijg}^T(0) \tilde{\theta}_{ijg}(0). \quad (30) \end{aligned}$$

由此定理得证. \square

注 1 当 $tf \rightarrow \infty$ 时, 对无限时间混合 H_2/H_∞ 控制器进行设计, 此时

$$\lim_{tf \rightarrow \infty} P(t) = \lim_{tf \rightarrow \infty} P(t, tf, 0) = P,$$

P 为常值矩阵, 则 Riccati 方程 (18)、(19) 可修改为

$$\begin{aligned} A_i^T P_1 + P_1 A_i + Q_\infty - [P_1 B_i \quad P_2 B_i] \times \\ \begin{bmatrix} -\frac{1}{\gamma_\infty^2} I_{n_i \times n_i} & R_2^{-1} \\ R_2^{-1} & -R_2^{-1} R_\infty R_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_i^T P_1(t) \\ B_i^T P_2(t) \end{bmatrix} = 0, \quad (31) \end{aligned}$$

$$A_i^T P_2 + P_2 A_i + Q_2 - [P_1 B_i \quad P_2 B_i] \times \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\gamma_\infty^2} \\ -\frac{1}{\gamma_\infty^2} & R_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_i^T P_1 \\ B_i^T P_2 \end{bmatrix} = 0. \quad (32)$$

可以证明, 若式(31)、(32)存在对称正定的解矩阵 P_1 、 P_2 , 则可得到鲁棒 H_2/H_∞ 控制器

$$u_{i\Delta}^* = -R_2^{-1} B_i^T P_2 E_i, \quad (33)$$

最差干扰输入

$$w^* = \frac{1}{\gamma_\infty^2} B_i^T P_1 E_i. \quad (34)$$

注2 对于无限时间控制问题, 若取 $R_\infty = R_2$, 则式(18)可修改为

$$A_i^T P + P A_i + Q_\infty + P B_i \left(\frac{1}{\gamma_\infty^2} I_{n_i \times n_i} - R_\infty^{-1} \right) B_i^T P = 0. \quad (35)$$

若式(35)存在正定解矩阵 $P > 0$, 则可得到误差方程(9)的鲁棒 H_∞ 状态反馈控制律 $u_{i\Delta}^* = -R_\infty^{-1} B_i^T P E_i$, 证明略. 当性能指标 $\gamma_\infty \rightarrow \infty$ 时, Riccati 方程(35)退化为一般的LQ问题中的Riccati方程, 即 H_∞ 意义下的最优控制问题转化为一般意义下的二次型最优控制问题. 若取 $R_\infty = R_2 = 0$, 误差方程(9)的鲁棒 H_∞ 控制问题的研究要用到以下引理.

引理1 设 $M \in R^{n \times n}$ 为一对称矩阵, $L \in R^{r \times n}$ 为一矩阵且 $\text{rank} L = r$. 若对于满足 $Lx = 0$ 的任意非零向量 $x \in R^n$, $x^T M x < 0$ 成立, 则存在正数 $\mu_0 > 0$, 使得 $\forall \mu > \mu_0, M - \mu L^T L < 0$ 成立.

根据文献[9]中引理, 式(18)可以修改为

$$A_i^T P + P A_i + Q_\infty + P B_i \left(\frac{1}{\gamma_\infty^2} I_{n_i \times n_i} - \varepsilon^{-2} I_{n_i \times n_i} \right) B_i^T P = 0, \quad (36)$$

则系统(9)的鲁棒 H_∞ 状态反馈控制律

$$u_{i\Delta}^* = -\frac{1}{2\varepsilon^2} B_i^T P E_i.$$

3 导弹弹体动态模型

根据时标分离原理, 将导弹非线性方程分为快慢不同的4组^[10], 本文研究的导弹非线性模型描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1)u_1, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + g_2(x_2)u_2. \end{cases} \quad (37)$$

其中: 快变量 $x_1 = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 表示弹头滚转速度、俯仰角速度和偏航角速度; 较慢变量 $x_2 = [\alpha, \beta, \gamma]^T$ 分别表示弹头的攻角、侧滑角、滚转角; $u_1 = [\delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$ 分别表示副翼偏转角、升降舵偏角和方向舵偏角; $u_2 = x_1$. 将 $f_1(x_1, x_2)$ 简记为 f_1 , 其余矩阵函数作类似处理. f_1, g_1, g_2 具体表达式为

$$f_1 = \begin{bmatrix} \frac{Q S b (C_{l\beta} \beta + C_{l\omega_x} b \omega_x / 2v)}{I_{xx}} \\ \frac{[Q S b (C_{m\alpha} \alpha + C_{m\omega_y} b \omega_y / 2v) - (I_{xx} - I_{zz}) \Omega_x \Omega_z]}{I_{yy}} \\ \frac{[Q S b (C_{n\beta} \beta + C_{n\omega_z} b \omega_z / 2v) - (I_{yy} - I_{xx}) \Omega_x \Omega_y]}{I_{zz}} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$g_1 = \begin{bmatrix} \frac{Q S b C_{l\delta_x}}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Q S b C_{m\delta_y}}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Q S b C_{n\delta_z}}{I_{zz}} \end{bmatrix}. \quad (39)$$

$$g_2 = \begin{bmatrix} -\tan \beta \cos \alpha & 1 & -\tan \beta \sin \alpha \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ \sec \beta \cos \alpha & 0 & \sec \beta \sin \alpha \end{bmatrix}. \quad (40)$$

记 $f_2 = [f_\alpha, f_\beta, f_\gamma]^T$, 表达式为

$$f_\alpha = [mg \cos \mu \cos \gamma - Q S C_L] / [mv \cos \beta], \quad (41)$$

$$f_\beta = [mg \cos \mu \sin \gamma + Q S \cos \beta C_{Y\beta} \beta] / (mv), \quad (42)$$

$$f_\gamma = -mg \cos \mu \cos \gamma \tan \beta + Q S [\tan \mu \sin \gamma C_L + \tan \beta C_L + Q S \tan \mu \cos \gamma \cos \beta C_{Y\beta} \beta] / (mv). \quad (43)$$

其中: $C_L, C_D, C_Y, C_l, C_m, C_n$ 为气动参数, m 为弹头质量, b 为弹头平均气动弦长, Q 为弹头所受动压, S 为弹头的参考面积.

这里假设 f_1, f_2, g_1, g_2 未知, 且根据实际情况, 当导弹系统存在不确定性或外界干扰时, 系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_{10} + \Delta f_1 + (g_{10} + \Delta g_1)u_1 + d_1, \\ \dot{x}_2 = f_{20} + \Delta f_2 + (g_{20} + \Delta g_2)u_2 + d_2. \end{cases} \quad (44)$$

其中: $f_{10}, g_{10}, f_{20}, g_{20}$ 为各标称系统的参数; $\Delta f_1, \Delta g_1, \Delta f_2, \Delta g_2$ 分别为快、慢回路的不确定部分; d_1, d_2 分别为快、慢回路的外部干扰.

根据文献[11-12]的分析, 快回路的不确定性影响将作为慢回路的输入部分作用到慢回路, 则式(37)可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = k_k [g_2^{-1} (v_2 - f_{20}) - x_1], \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 (u_2 + \Delta x_1) + d_2. \end{cases} \quad (45)$$

其中: k_k 为相应维数的对角矩阵, v_2 为慢回路的期望的动态特性. 本文的设计任务是设计导弹慢回路模糊自适应 H_2/H_∞ 控制器 u_c , 保证整个系统的鲁棒性.

4 仿真结果及分析

为验证本文所设计控制方法的正确性和有效性, 基于 Matlab/Simulink 环境建立了再入式导弹的仿真模型, 并对导弹慢回路设计了模糊自适应 H_2/H_∞ 控制器.

设定导弹模型的初始条件为: $m = 641 \text{ kg}$, $b = 0.8 \text{ m}$, $v = 2500 \text{ m/s}$, $v_{\text{sheng}} = 301.805 \text{ m/s}$, $H = 30 \text{ km}$, $\rho = 0.00784 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.757 \text{ m/s}^2$, $\mu = 0.3766 \text{ rad}$, $\alpha_0 = 0.1 \text{ rad}$, $\beta_0 = 0.05 \text{ rad}$, $\gamma_0 = 0$, 三通道的控制指令为: $\alpha_c = 0.2 \sin \pi t$, $\beta_c = 0$, $\gamma_c = 0.1 \sin \pi t$. 选取如下 5 种隶属函数:

$$\begin{aligned}\mu_{A_1^1}(x_i) &= \exp\{-[(x_i + \pi/6)/(\pi/24)]^2\}, \\ \mu_{A_2^1}(x_i) &= \exp\{-[(x_i + \pi/12)/(\pi/24)]^2\}, \\ \mu_{A_3^1}(x_i) &= \exp\{-[x_i/(\pi/24)]^2\}, \\ \mu_{A_4^1}(x_i) &= \exp\{-[(x_i - \pi/12)/(\pi/24)]^2\}, \\ \mu_{A_5^1}(x_i) &= \exp\{-[(x_i - \pi/6)/(\pi/24)]^2\}.\end{aligned}$$

选取设计参数为 $\eta_{1f} = 15$, $\eta_{2f} = 0.5$, $\eta_{3f} = 10$, $\eta_g = 0.5I_{3 \times 3}$. 为简便起见, 本文考虑无限时间的再入机动弹头系统的模糊自适应 H_2/H_∞ 控制器设计, 选取 $Q_\infty = Q_2 = 10$, $\gamma_\infty = 0.0447$, $R_2 = 0.01$, $R_\infty = 0.015$, $k_1 = k_2 = 8$, $k_3 = 3$, 采用控制律 (6) 和式 (33), 参数向量的自适应律取式 (10) 和 (11).

图 1 给出了闭环系统的角度响应曲线, 其中实线为指令曲线, 虚线为气动参数无摄动时的响应曲线, 点划线为气动参数摄动 30% 时的响应曲线.

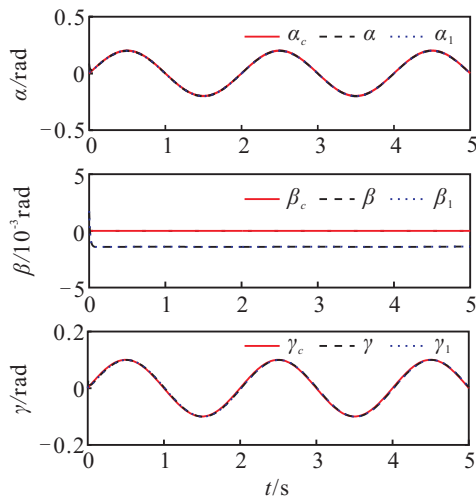


图 1 攻角、侧滑角及滚转角响应曲线

图 2 给出了闭环系统的角速度响应曲线, 其中实线为气动参数无摄动时的响应曲线, 点划线为气动参数摄动 30% 时的响应曲线. 图 3 和图 4 分别给出了在气动参数无摄动和气动参数摄动 30% 时, 攻角、侧滑角和滚转角的跟踪误差曲线.

从图 1~图 4 可以看出, 当不存在气动参数摄动时, 闭环系统针对给定参考轨迹具有良好的跟踪性能. 当系统气动参数摄动 30% 时, 本文所设计的控制系统仍具有良好控制效果, 表明该控制系统具有较强的鲁棒性.

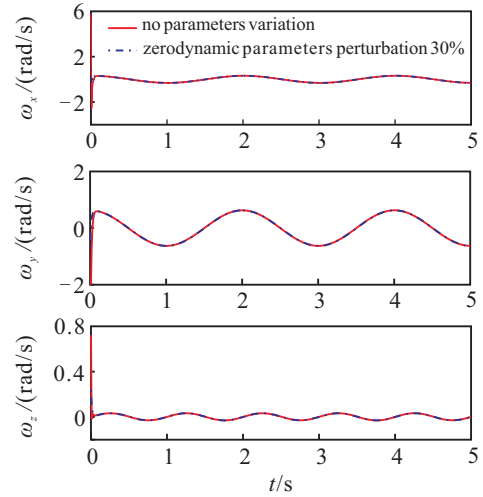


图 2 角速度响应曲线

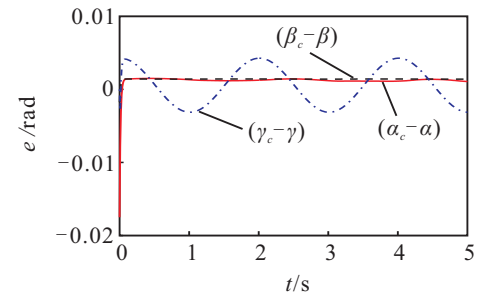


图 3 气动参数无摄动时跟踪误差曲线

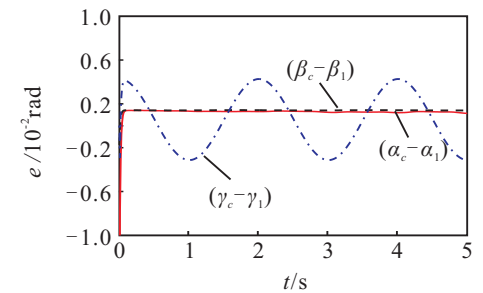


图 4 气动参数摄动 30% 时跟踪误差曲线

5 结论

本文设计了多输入多输出非线性系统的模糊自适应 H_2/H_∞ 控制方法, 利用模糊逻辑系统逼近系统的非线性函数, 同时为改善控制性能, 设计了鲁棒 H_2/H_∞ 控制器, 使 H_2 性能指标达到最优化的同时满足 H_∞ 性能指标. 利用本文提出的模糊自适应 H_2/H_∞ 控制方法, 开展了导弹慢回路模糊自适应控制器的设计, 并对其控制效果进行了仿真研究. 仿真结果表明, 本文提出的控制器, 当气动参数摄动 30% 时, 跟踪误差数量级 $\leq 10^{-3}$, 可以有效地抑制飞行器气动参数摄动引起的控制器性能下降, 验证了所设计的控制系统具有较强的鲁棒性.

参考文献(References)

- [1] 刘国荣, 万百五. 一类非线性 MIMO 系统的直接自适应模糊鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(5): 693-

698.
(Liu G R, Wan B W. Direct adaptive fuzzyrobust control for a class of nonlinear MIMO systems[J]. Control Theory & Applications, 2002, 19(5): 693-697.)
- [2] 陈谋, 姜长生, 吴庆宪, 等. 基于RBF神经网络的一类不确定非线性系统自适应 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 27-32.
(Chen M, Jiang C S, Wu Q X, et al. Adaptive H_∞ control of a class of uncertain nonlinear systems based on RBF neural networks[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(1): 27-32.)
- [3] 李海军, 黄显林, 葛东明. 再入机动飞行器自适应轨迹线性化控制[J]. 宇航学报, 2011, 32(5): 1039-1046.
(Li H J, Huang X L, Ge D M. Adaptive trajectory linearized control for maneuvering reentry vehicle[J]. J of Astronautics, 2011, 32(5): 1039-1046.)
- [4] 薛亚丽, 姜长生, 朱亮. 空天飞行器自适应模糊跟踪控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40(1): 70-75.
(Xue Y L, Jiang C S, Zhu L. Robust adaptive fuzzy tracking control of aerospace vehicle based on trajectory linearization method[J]. J of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 40(1): 70-75.)
- [5] 方炜, 姜长生. 基于自适应模糊系统的空天飞行器非线性预测控制[J]. 航空学报, 2008, 29(4): 988-994.
(Fang W, Jiang C S. Nonlinear predictive control of an aerospace vehicle based on adaptive fuzzy systems[J]. Acta Aerospace et Astronautica Sinica, 2008, 29(4): 988-994.)
- [6] Bernstein D S, Haddad W A. LQG control with an H_∞ performance bound: A Riccati equation approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1989, 34(4): 293-305.
- [7] Limebeer D J N, Anderson B D O, Hendel B. A Nash game approach to mixed H_2/H_∞ Control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(1): 69-82.
- [8] 佟绍成. 非线性系统的自适应模糊控制[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
(Tong S C. Adaptive fuzzy control of the nonlinear system[M]. Beijing: Science Press, 2006.)
- [9] Wang Dejin. H_2 and H_∞ optimal control theory[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2001: 102-103.
- [10] 李海军, 黄显林, 葛东明. 基于轨迹线性化的再入飞行器控制器设计[J]. 战术导弹控制技术, 2009, 31(1): 1-7.
(Li H J, Huang X L, Ge D M. Maneuvering reentry vehicle controller based on trajectory linearization[J]. Control Technology of Tactical Missile, 2009, 31(1): 1-7.)
- [11] 曾宪法, 张磊, 申鸿章. 基于动态逆和分散控制的导弹控制系统设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(11): 1303-1307.
(Zeng X F, Zhang L, Shen H Z. Design of control system for missiles based on dynamic inversion and decentralized Control[J]. J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(11): 1303-1307.)
- [12] 董飞垚, 雷虎民, 杨志峰, 等. 一种基于自适应模糊系统的导弹自动驾驶仪设计方法[J]. 弹道学报, 2011, 23(1): 84-87.
(Dong F Y, Lei H M, Yang Z F, et al. Design method of autopilot of missile based on adaptive fuzzy systems[J]. J of Ballistics, 2011, 23(1): 84-87.)

~~~~~

(上接第1364页)

- [10] 刘升, 王行愚, 游晓明. 求解TSP问题的文化蚁群优化算法[J]. 华东理工大学学报: 自然科学版, 2009, 35(2): 288-291.  
(Liu S, Wang X Y, You X M. A cultural ant colony system for solving TSP problem[J]. J of East China University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2009, 35(2): 288-291.)
- [11] 徐宗本, 陈志平, 章祥荪. 遗传算法基础理论研究的新近发展[J]. 数学进展, 2000, 29(2): 97-114.  
(Xu Z B, Chen Z P, Zhang X S. Theoretical development on genetic algorithms: A review[J]. Advances in Mathematics, 2000, 29(2): 97-114.)
- [12] 郭一楠, 王辉, 程健. 一类自适应混沌文化算法[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 514-519.  
(Guo Y N, Wang H, Cheng J. A novel adaptive chaotic cultural algorithm[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 514-519.)
- [13] 张波, 张景肖. 应用随机过程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.  
(Zhang B, Zhang J X. Applied stochastic processes[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)
- [14] 张文修, 梁怡. 遗传算法的数学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.  
(Zhang W X, Liang Y. Mathematical foundation of genetic algorithms[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001.)