

文章编号: 1001-0920(2013)09-1315-07

非线性零阶接近有界多模型神经网络自适应控制器

黄淼¹, 王昕², 王振雷¹

(1. 华东理工大学 化工过程先进控制和优化技术教育部重点实验室, 上海 200237; 2. 上海交通大学 电工与电子技术中心, 上海 200240)

摘要: 针对一类单变量非线性离散时间系统, 提出一种零阶接近有界的多模型神经网络自适应控制器. 该控制器包含一个非线性鲁棒自适应控制器和一个非线性神经网络自适应控制器. 当系统非线性项放宽到零阶接近有界时, 这两个控制器分别用于保证系统的稳定性和提高系统的性能, 系统的控制输入由切换机构在两个控制器之间进行切换产生. 最后给出了稳定性和收敛性证明, 并通过仿真实验验证了该控制器的有效性.

关键词: 非线性; 多模型; 自适应; 零阶接近有界; 全局收敛性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Nonlinear adaptive controller using multiple models and neural networks based on zero order proximity boundedness

HUANG Miao¹, WANG Xin², WANG Zhen-lei¹

(1. Key Laboratory of Advanced Control and Optimization for Chemical Processes, Ministry of Education, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China; 2. Center of Electrical & Electronic Technology, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China. Correspondent: WANG Zhen-lei, E-mail: wangzhen.l@ecust.edu.cn)

Abstract: A nonlinear adaptive controller using multiple models and neural network based on zero order proximity boundedness for a class of single variable nonlinear discrete-time systems is proposed. The controller is consist of a nonlinear robust adaptive controller and a nonlinear neural networks adaptive controller. These controllers can respectively guarantee the stability of the system and improve the performance of the system when the restriction of nonlinear term is relaxed to the zero order proximity boundedness. The control input can be generated by the action of the switching mechanism between the two controllers. Finally, the stability and convergence of the system are proved, and simulation results validate the effectiveness of proposed controllers.

Key words: nonlinear; multiple models; adaptive; zero order proximity boundedness; global convergence

0 引言

对于非线性系统的控制问题, 由于其模型的复杂性和数学工具的缺乏, 目前还没有统一的研究方法^[1]. 自适应控制策略能够针对复杂模型自动改变控制器参数, 因而获得较好的控制效果^[2-3]. 但对于某些快时变、参数变化较大的系统, 可能会出现暂态误差过大的情况^[4-5]. 为此, Narendra 提出了基于切换的多模型自适应控制方法, 可有效提高系统的暂态性能^[6-7].

多模型自适应控制理论在近几十年的发展形成了很多重要的理论研究成果. 针对非线性系统, 文

献[8]采用神经网络前馈补偿方法与多模型相结合, 文献[9]采用模糊控制方法与多模型相结合, 均实现了对系统的有效控制, 但都没有给出系统的稳定性分析. 为了保证系统的稳定性, 文献[10]针对一类零动态渐近稳定的非线性离散时间系统, 设计了由线性鲁棒控制器和非线性神经网络控制器构成的多模型控制器, 依靠线性鲁棒控制器保证其稳定性. 文献[11]将多模型自适应控制方法推广到多变量系统, 文献[12-13]将其推广到零动态不稳定系统, 分别设计了非线性广义最小方差自适应控制器和非线性广义预测

收稿日期: 2012-05-21; 修回日期: 2012-10-22.

基金项目: 国家自然科学基金优秀青年基金项目(61222303); 上海市科技攻关项目(12dz1125100); 上海市重点学科建设项目(B504); 流程工业综合自动化国家重点实验室开放课题基金项目.

作者简介: 黄淼(1988-), 女, 博士生, 从事多模型自适应控制的研究; 王振雷(1975-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、复杂系统的建模及特征分析等研究.

控制器. 但为了证明稳定性, 上述方法都要求系统线性化后的非线性项是全局有界的. 而为了研究更一般意义上的非线性系统的控制问题, 需要进一步放宽非线性项全局有界的条件. 文献[14]在假设非线性项的变化率全局有界情况下, 提出了基于神经网络的多模型自适应控制方法. 文献[15-17]将非线性项的限制条件放宽到了线性有界, 但以上多模型自适应控制器都是由线性自适应控制器来保证系统的稳定性, 而由于线性自适应控制器的模型的辨识能力有限, 使得非线性项的限制难以放宽, 无法进一步在实际中得到应用.

为了进一步放宽系统非线性项的限制条件, 本文将非线性鲁棒间接自适应控制器引入多模型自适应控制方法, 提出了非线性零阶有界多模型神经网络自适应控制器. 该多模型自适应控制器包括一个非线性鲁棒自适应控制器和一个非线性神经网络自适应控制器. 非线性鲁棒自适应控制器在原来线性自适应模型的基础上增加了一个自适应的非线性补偿项, 从而将非线性项的限制条件由线性有界条件放宽到零阶接近有界. 非线性神经网络自适应控制器利用神经网络的逼近性能提高系统的控制性能, 然后通过两个控制器之间的切换来产生系统的控制输入, 提高系统的暂态性能. 最后给出了稳定性和收敛性证明, 并通过仿真结果验证了该方法的有效性.

1 被控系统描述

本文考虑如下的非线性离散时间系统:

$$\Sigma: \begin{cases} \mathbf{x}(t+1) = F(\mathbf{x}(t), u(t)), \\ y(t) = G(\mathbf{x}(t)). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $u(t), y(t) \in R$ 分别是系统的输入和输出; $\mathbf{x}(t) \in R^n$ 是 n 维状态向量; $F(\cdot), G(\cdot)$ 是光滑的非线性函数.

在原点的一个邻域内系统可由如下的非线性模型表示^[18]:

$$y(t+1) = \sum_{i=0}^{n_a-1} a_i y(t-i) + \sum_{j=0}^{n_b} b_j u(t-j) + f(\mathbf{w}(t)). \quad (2)$$

其中: $a_i (i = 0, 1, \dots, n_a - 1)$ 和 $b_j (j = 0, 1, \dots, n_b)$ 为系统未知的参数, n_a 和 n_b 为系统的阶次; $\mathbf{w}(t) = [y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]^T$ 为由系统数据组成的回归向量.

为了给出本文的假设条件, 首先给出零阶接近有界的定义.

定义 1 (零阶接近度) 当函数 $f(t)$ 与 $g(t)$ 之差的绝对值小于任意小的正数 ε , 即 $|f(t) - g(t)| \leq \varepsilon$ 时, 称 $f(t)$ 与 $g(t)$ 相接近, 这两个函数称作具有零阶接近

度^[19].

定义 2 (零阶接近有界) 当函数 $f(t)$ 与 $g(t)$ 之差的绝对值小于一个正数 μ , 即 $|f(t) - g(t)| \leq \mu$, $0 \leq \mu < \infty$ 时, 称 $f(t)$ 对于 $g(t)$ 是零阶接近有界的.

对系统(2)进行如下假设:

假设 1 系统的阶次 n_a 和 n_b 是已知的.

假设 2 参数 $a_i (i = 0, 1, \dots, n_a - 1)$ 和 $b_j (j = 0, 1, \dots, n_b)$ 在一个紧集 Ω 中变化.

假设 3 系统具有全局一致渐近稳定的零动态, 使得系统的任一输入序列的增长速度不超过其对应的输出序列的增长速度.

假设 4 存在已知常数 $\mu (0 \leq \mu < \infty)$ 使得函数 $f(\mathbf{w}(t))$ 对于 $g(\bar{\mathbf{w}}(t))$ 是零阶接近有界的, 即满足 $|f(\mathbf{w}(t)) - g(\bar{\mathbf{w}}(t))| \leq \mu$, 其中 $\bar{\mathbf{w}}(t) = [y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t-1), \dots, u(t-n_b)]^T$, $g(\bar{\mathbf{w}}(t)) = \lambda \|\bar{\mathbf{w}}(t)\|$ 为非线性函数, λ 是未知的任意常数.

注 1 文献[17]为了证明上述系统的稳定性, 在假设中, 要求非线性项满足 $|f(\mathbf{w}(t))| \leq \lambda \|\bar{\mathbf{w}}(t)\| + \mu$, $0 < \lambda < \alpha$, α 是预先确定的正常数, 并且 $\partial f(\mathbf{w}(t)) / \partial u(t) = \eta > 0$. 与文献[17]相比, 本文将非线性项限制条件中 $0 < \lambda < \alpha$ 放宽到 λ 是未知的任意常数, 并去除了条件 $\partial f(\mathbf{w}(t)) / \partial u(t) = \eta > 0$, 因而适用于更广泛的非线性系统.

2 非线性多模型自适应控制

本文提出的多模型自适应控制器包含一个非线性鲁棒自适应控制器、一个非线性神经网络自适应控制器和一个切换机构, 如图 1 所示.

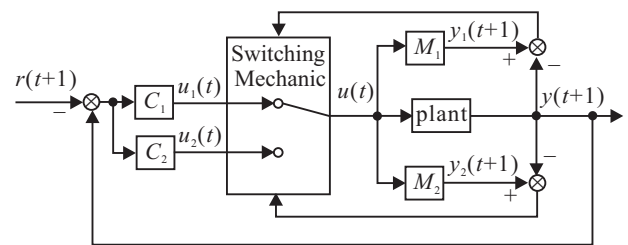


图 1 多模型自适应控制图

图 1 中, $u(t), y(t+1)$ 分别是系统的输入和输出; $r(t+1)$ 为系统的跟踪参考信号; M_1, M_2 分别是系统的非线性鲁棒自适应模型和非线性神经网络自适应模型, $y_1(t+1), y_2(t+1)$ 分别是模型 M_1, M_2 的输出, C_1, C_2 分别是模型 M_1, M_2 对应的控制器, $u_1(t), u_2(t)$ 分别是控制器 C_1, C_2 产生的控制信号. 在每一个时刻, 由切换机构选择切换指标最小的模型 M_s , 并将其对应的控制器 C_s 产生的控制信号 $u_s(t)$ 作为系统的控制信号 $u(t)$ 来实现控制.

为了简化系统形式, 令 $f(t) = f(\mathbf{w}(t))$, 则非线性系统(2)可记作

$$y(t+1) = \theta^T w(t) + f(t), \quad (3)$$

其中 $\theta = [a_0, a_1, \dots, a_{n_a-1}, b_0, b_1, \dots, b_{n_b}]^T$ ($b_0 \geq b_{\min} > 0$) 是系统的未知参数向量。

2.1 非线性鲁棒自适应控制器

针对非线性系统 (3) 建立一个非线性鲁棒自适应模型 (M_1)

$$y_1(t+1) = \theta_1^T(t)w(t) + \lambda_1(t)\|\bar{w}(t)\|, \quad (4)$$

$\theta_1(t) = [a_{10}(t), \dots, a_{1,n_a-1}(t), b_{10}(t), \dots, b_{1,n_b}(t)]^T$ 和 $\lambda_1(t)$ 是模型 M_1 在 t 时刻的参数。

由式 (4) 可以看出, 该模型是在线性模型的基础上, 增加了一个对系统非线性项的补偿项, 这就保证当系统非线性项的限制条件被放宽到非线性有界时, 该模型的辨识误差也能渐近小于一个正常数。令

$$\hat{\delta}_1(t) = [\theta_1(t)^T, \lambda_1(t)]^T, \quad \psi(t) = [w^T(t), \|\bar{w}(t)\|]^T,$$

则采用如下带死区的鲁棒自适应辨识算法:

$$\hat{\delta}_1(t) = \hat{\delta}_1(t-1) + \frac{h_1(t)e_1(t)\psi(t-1)}{1 + \|w(t-1)\|^2}, \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} e_1(t) &= y(t) - y_1(t) = \\ &\theta^T w(t-1) + f(t-1) - \\ &\theta_1^T(t-1)w(t-1) - \lambda_1(t-1)\|\bar{w}(t-1)\|. \end{aligned}$$

令 $f(t) = v(t) + \lambda\|\bar{w}(t)\|$, 则有

$$\begin{aligned} e_1(t) &= \\ &\theta^T w(t-1) + \lambda\|\bar{w}(t-1)\| + v(t-1) - \\ &\theta_1^T(t-1)w(t-1) - \lambda_1(t-1)\|\bar{w}(t-1)\| = \\ &[\delta - \hat{\delta}_1(t-1)]^T \psi(t-1) + v(t-1); \end{aligned} \quad (6)$$

并且

$$h_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |e_1(t)| \geq 2\mu; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7)$$

其中 μ 是假设 4 中给出的已知常数。

对于式 (5) 的辨识算法, 如果 $\hat{b}_{10}(t) \geq b_{\min}$, 则 $\hat{\delta}_1(t) = \hat{\delta}_1(t)$, 否则, 令 $\hat{b}_{10}(t) = b_{\min}$, 即

$$\hat{\delta}_1(t) = \begin{cases} \hat{\delta}_1(t), & \hat{b}_{10}(t) \geq b_{\min}; \\ \hat{\delta}_1^+(t) = [\dots, b_{\min}, \dots]^T, & \hat{b}_{10}(t) < b_{\min}. \end{cases} \quad (8)$$

利用式 (8) 获得的辨识参数 $\hat{\delta}_1(t)$, 可以获得控制律为

$$u_1(t) = \frac{1}{\hat{b}_{10}(t)} [r(t+1) - \hat{\delta}_1^T(t)\bar{\psi}(t)]. \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1^T(t) &= [\hat{\theta}_1^T(t), \hat{\lambda}_1(t)]^T, \\ \hat{\theta}_1(t) &= [\hat{a}_{10}(t), \dots, \hat{a}_{1,n_a-1}(t), \hat{b}_{11}(t), \dots, \hat{b}_{1,n_b}(t)]^T, \end{aligned}$$

$$\bar{\psi}(t) = [\bar{w}^T(t), \|\bar{w}(t)\|]^T.$$

2.2 非线性神经网络自适应控制器

针对非线性系统 (3) 建立一个非线性神经网络辨识模型 (M_2)

$$y_2(t+1) = \theta_2^T(t)w(t) + f(W(t), \bar{w}(t)). \quad (10)$$

其中: 参数 $\theta_2(t) = [a_{20}(t), \dots, a_{2,n_a-1}(t), b_{20}(t), \dots, b_{2,n_b}(t)]^T$; $f(W(t), \bar{w}(t))$ 是用神经网络表示的有界的非线性函数逼近, $W(t)$ 是神经网络的权重系数, 系数 $\theta_2(t)$ 和 $W(t)$ 在一个预先定义的紧集 S 中. $\hat{\theta}_2(t)$ 是 t 时刻对 $\theta_2(t)$ 的辨识, $\hat{\theta}_2(t)$ 以下列方式进行更新:

$$\hat{\theta}_2(t) = \hat{\theta}_2(t-1) + \frac{h_2(t)e_2(t)w(t-1)}{1 + \|w(t-1)\|^2}. \quad (11)$$

其中: $e_2(t) = y(t) - \hat{y}_2(t)$; $h_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |e_2(t)| \geq 2\mu; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$

如果 $\hat{b}_{20}(t) < b_{\min}$, 则令 $\hat{b}_{20}(t) = b_{\min}$.

根据非线性神经网络模型 M_2 , 可得到系统的非线性控制律为

$$\begin{aligned} u_2(t) &= \frac{1}{\hat{b}_{20}(t)} [r(t+1) - \hat{\theta}_2^T(t)\bar{w}(t) - \\ &\hat{f}(W(t), \bar{w}(t))], \end{aligned} \quad (12)$$

式中

$$\hat{\theta}_2(t) = [\hat{a}_{20}(t), \dots, \hat{a}_{2,n_a-1}(t), \hat{b}_{21}(t), \dots, \hat{b}_{2,n_b}(t)]^T.$$

2.3 切换机构

为每个控制器定义切换指标函数为

$$\begin{aligned} J_s(t) &= \sum_{i=1}^T \frac{h_s(i)[e_s^2(i) - 4\mu^2]}{2[1 + \|w(i-1)\|^2]} + \\ &c \sum_{j=t-1-N}^T \left[\frac{1}{2} - h_s(j) \right] e_s^2(j), \quad s = 1, 2. \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$e_s(t) = y(t) - \hat{y}_s(t); \quad h_s(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |e_s(t)| \geq 2\mu; \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$\mu \geq 0$ 是假设 4 中定义的常数; N 是预先定义的整数; $c \geq 0$ 是一个常数。

在时刻 t 求得各模型的切换指标函数值, 选择切换指标最小的模型所产生的控制律作为系统的控制输入, 即

$$u(t) = \begin{cases} u_1(t), & J_1(t) \leq J_2(t); \\ u_2(t), & J_1(t) > J_2(t). \end{cases} \quad (14)$$

3 多模型自适应控制稳定性分析

为了证明本文提出的多模型自适应控制的稳定性, 首先给出仅有非线性鲁棒自适应控制器作用时, 非线性系统的收敛性。

引理 1 针对式 (5)~(8) 提出的辨识算法, 有如

下结论成立:

$$1) \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{h_1(i)[e_1^2(i) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(i-1)\|^2]} < \infty; \quad (15)$$

$$2) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{h_1(t)[e_1^2(t) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2]} = 0; \quad (16)$$

$$3) \|\hat{\delta}_1(t) - \delta\| \leq \|\hat{\delta}_1(0) - \delta\|. \quad (17)$$

证明 1) 对于式(5)~(8)构成的辨识算法:

① 当 $\hat{b}_{10}(t) \geq b_{\min}$ 时, 因 $\psi(t) = [\mathbf{w}^T(t), \|\bar{\mathbf{w}}(t)\|]^T$,

$\|\psi(t)\| = \sqrt{\|\mathbf{w}(t)\|^2 + \|\bar{\mathbf{w}}(t)\|^2}$, 有

$$\frac{\|\psi(t)\|^2}{1 + \|\mathbf{w}(t)\|^2} = \frac{\|\mathbf{w}(t)\|^2}{1 + \|\mathbf{w}(t)\|^2} + \frac{\|\bar{\mathbf{w}}(t)\|^2}{1 + \|\mathbf{w}(t)\|^2} \leq 2. \quad (18)$$

令 $\phi(t) = \hat{\delta}_1^T(t) - \delta$, 由式(5)可得

$$\phi(t) = \phi(t-1) + \frac{h_1(t)e_1(t)\psi(t-1)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2}, \quad (19)$$

则

$$\begin{aligned} \|\phi(t)\|^2 &= \|\phi(t-1)\|^2 + \frac{2h_1(t)e_1(t)\phi(t-1)\psi(t-1)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} + \\ &\quad \left[\frac{h_1(t)e_1(t)\psi(t-1)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \right]^2. \end{aligned}$$

由式(6)及 $\phi(t) = \hat{\delta}_1^T(t) - \delta$, 可得

$$\begin{aligned} \|\phi(t)\|^2 &= \|\phi(t-1)\|^2 + \frac{2h_1(t)e_1(t)[v(t-1) - e_1(t)]}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} + \\ &\quad \left[\frac{h_1(t)e_1(t)\psi(t-1)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \right]^2 = \\ &\quad \|\phi(t-1)\|^2 + \frac{h_1(t)[2e_1(t)v(t-1)]}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} - \\ &\quad \frac{h_1(t)e_1^2(t)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \left[2 - \frac{h_1(t)\|\psi(t-1)\|^2}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \right]. \end{aligned}$$

由式(18)和(7)可知 $\frac{h_1(t)\|\psi(t-1)\|^2}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \leq 1$, 即 $2 -$

$\frac{h_1(t)\|\psi(t-1)\|^2}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \geq 1$, 于是

$$\begin{aligned} \|\phi(t)\|^2 &\leq \|\phi(t-1)\|^2 + \frac{h_1(t)[2e_1(t)v(t-1)]}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} - \frac{h_1(t)e_1^2(t)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \leq \\ &\quad \|\phi(t-1)\|^2 + \frac{h_1(t)\left[\frac{e_1^2(t)}{2} + 2v^2(t-1)\right]}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} - \frac{h_1(t)e_1^2(t)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \leq \\ &\quad \|\phi(t-1)\|^2 - \frac{h_1(t)e_1^2(t)}{2(1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2)} + \frac{2h_1(t)v^2(t-1)}{1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2} \leq \\ &\quad \|\phi(t-1)\|^2 - \frac{h_1(t)[e_1^2(t) - 4v^2(t-1)]}{2(1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2)}. \end{aligned}$$

因为 $v(t) = f(\mathbf{w}(t)) - \lambda\|\bar{\mathbf{w}}(t)\|$, 由假设4可知 $|f(\mathbf{w}(t)) - \lambda\|\bar{\mathbf{w}}(t)\|| \leq \mu$, 所以 $|v(t)| \leq \mu$, 于是

$$\begin{aligned} \|\phi(t)\|^2 &\leq \|\phi(t-1)\|^2 - \frac{h_1(t)[e_1^2(t) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2]}. \quad (20) \end{aligned}$$

② 当 $\hat{b}_{10}(t) < b_{\min}$ 时, 由辨识算法(8), 有 $\phi^+(t) = \hat{\delta}_1^+(t) - \delta$, $\phi(t) = \hat{\delta}_1(t) - \delta$, 于是

$$\begin{aligned} \|\phi^+(t)\|^2 - \|\phi(t)\|^2 &= \|\hat{\delta}_1^+(t) - \delta\|^2 - \|\hat{\delta}_1(t) - \delta\|^2 = \\ &\quad (b_{\min} - b_0)^2 - (\hat{b}_{10}(t) - b_0)^2 = \\ &\quad [2(b_{\min} - b_0) + (\hat{b}_{10}(t) - b_{\min})(b_{\min} - \hat{b}_{10}(t))] \leq 0, \end{aligned}$$

即

$$\|\phi^+(t)\| \leq \|\phi(t)\|. \quad (21)$$

综合式(20)和(21), 并用

$$\phi(t) = \begin{cases} \phi(t), & \hat{b}_{10}(t) \geq b_{\min}; \\ \phi^+(t), & \hat{b}_{10}(t) < b_{\min} \end{cases}$$

统一表示, 则有

$$\begin{aligned} \|\phi(t)\|^2 &\leq \|\phi(t-1)\|^2 - \frac{h_1(t)[e_1^2(t) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2]}. \quad (22) \end{aligned}$$

将式(22)取 $t = 1, 2, \dots, N$, 得到 N 个不等式, 将这 N 个不等式求和, 并取极限, 可得

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{l=1}^N \frac{h_1(l)[e_1^2(l) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(l-1)\|^2]} &\leq \\ \lim_{N \rightarrow \infty} (\|\phi(0)\|^2 - \|\phi(N)\|^2) &\leq \\ \|\phi(0)\|^2 &< \infty, \quad (23) \end{aligned}$$

则式(15)得证.

2) 由式(7)可知 $\frac{h_1(t)[e_1^2(t) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2]} \geq 0$, 并由式(22)可知, $\|\phi(t)\|^2$ 是单调减的. 再由式(23)可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{h_1(t)[e_1^2(t) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2]} = 0$, 则式(16)得证.

3) 由上面分析可知, $\|\phi(t)\|$ 是单调减的, 于是有 $\|\phi(t)\| \leq \|\phi(0)\|$, 即 $\|\hat{\delta}_1(t) - \delta\| \leq \|\hat{\delta}_1(0) - \delta\|$, 从而式(17)得证. \square

下面给出本文提出的多模型自适应控制器的稳定性结论.

定理 1 对于满足假设1~假设4的非线性系统(3), 在本文提出的多模型自适应控制器作用下所组成的闭环切换系统具有 BIBO 稳定性; 并且系统误差满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq 2\mu$.

证明 首先针对如下切换指标进行讨论:

$$\begin{aligned} J_s(t) &= \sum_{i=1}^T \frac{h_s(i)[e_s^2(i) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(i-1)\|^2]} + \\ &\quad c \sum_{j=t-1-N}^T \left[\frac{1}{2} - h_s(j) \right] e_s^2(j), \quad s = 1, 2. \end{aligned}$$

因为 $h_s(i) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |e_s(i)| \geq 2\mu \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, s = 1, 2$, 当 $|e_s(i)| \geq 2\mu$ 时, $[\frac{1}{2} - h_s(i)]e_s^2(i) = 0$; 当 $|e_s(i)| < 2\mu$ 时, $[\frac{1}{2} - h_s(i)]e_s^2(j) = \frac{1}{2}e_s^2(j) \leq 2\mu^2$ 有界, 所以切换指标的第2项 $\sum_{j=t-1-N}^T [\frac{1}{2} - h_s(j)]e_s^2(j)$ 是有界的.

由式(15)可知, 对于模型 M_1 , 其切换指标 $J_1(t)$ 的第1项 $\sum_{i=1}^T \frac{h_1(i)(e_1^2(i) - 4\mu^2)}{2[1 + \|\mathbf{w}(i-1)\|^2]}$ 是有界的, 所以 $J_1(t)$ 是有界的.

1) 当 $J_2(t)$ 无界时, 由于 $J_1(t)$ 是有界的, 一定存在某一时刻 t_0 , 使得对于任意的 $t \geq t_0$, 有 $J_2(t) > J_1(t)$, 则由切换准则(14)可知, 此时的多模型自适应控制器退变为单一的非线性鲁棒自适应控制器 C_1 .

假设系统的输出信号 $y(t)$ 是无界的, 则 $\mathbf{w}(t)$ 也是无界的. 由式(16)可得, $e_1(t+1) = o[\mathbf{w}(t)]$; 因为 $\mathbf{w}(t) = [y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]^T$ 和假设3, 可得 $\mathbf{w}(t) = O[y(t+1)]$; 由文献[10]中给出的性质(v)可知, $e_1(t+1) = o[y(t)]$. 证明中用到的 $O[\bullet]$ (Large order)、 $o[\bullet]$ (Small order) 和 \sim (equivalence) 定义参见文献[10].

当仅有非线性鲁棒自适应控制器(9)作用时, 有 $e_1(t) = r(t) - y(t)$. 又由 $r(t)$ 是有界的, 所以 $e_1(t) \sim y(t)$. 这与上面 $e_1(t+1) = o[y(t)]$ 矛盾, 所以可知系统输出 $y(t)$ 是有界的. 再由假设3可知, 系统输入 $u(t)$ 也是有界的, 即系统 BIBO 稳定.

由系统输出 $y(t)$ 、输入 $u(t)$ 有界, 可知 $\mathbf{w}(t) = [y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]^T$ 有界. 再由式(16)可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} h_1(t)[e_1^2(t) - 4\mu^2] = 0$, 从而有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t)| \leq 2\mu$.

2) 当 $J_2(t)$ 有界时, 即

$$J_2(t) = \sum_{i=1}^T \frac{h_2(i)[e_2^2(i) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(i-1)\|^2]} + c \sum_{j=t-1-N}^T \left[\frac{1}{2} - h_2(j) \right] e_2^2(j)$$

有界, 则该切换指标的第1项 $\sum_{i=1}^T \frac{h_2(i)[e_2^2(i) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(i-1)\|^2]}$ 有界, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^T \frac{h_2(i)[e_2^2(i) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(i-1)\|^2]} < \infty, \quad (24)$$

因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{h_2(t)[e_2^2(t) - 4\mu^2]}{2[1 + \|\mathbf{w}(t-1)\|^2]} = 0, \quad (25)$$

有 $e_2(t) = o[\mathbf{w}(t-1)]$.

由式(16)可知, $e_1(t) = o[\mathbf{w}(t-1)]$.

在任意时刻 t , 系统可能选中控制器 C_1 或 C_2 , 则系统在 t 时刻的误差为

$$e(t) = e_1(t) \text{ or } e(t) = e_2(t), \quad (26)$$

所以有 $e(t) = o[\mathbf{w}(t-1)]$.

因为 $\mathbf{w}(t) = [y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]^T$ 和假设3, 可得 $\mathbf{w}(t) = O[y(t+1)]$; 由文献[10]中给出的性质(v)可知, $e(t+1) = o[y(t)]$.

在时刻 t , 系统误差满足 $e(t) = r(t) - y(t)$, 又因 $r(t)$ 是有界的, 所以 $e(t) \sim y(t)$. 这与 $e(t+1) = o[y(t)]$ 矛盾, 所以可知系统输出 $y(t)$ 是有界的. 再由假设3可知, 系统输入 $u(t)$ 也是有界的, 即系统 BIBO 稳定.

由系统输出 $y(t)$ 、输入 $u(t)$ 有界, 可知 $\mathbf{w}(t) = [y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]^T$ 有界. 再由式(25)可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} h_2(t)[e_2^2(t) - 4\mu^2] = 0$, 从而有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_2(t)| \leq 2\mu$. 又由引理1可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t)| \leq 2\mu$, 于是由式(26)可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq 2\mu$. \square

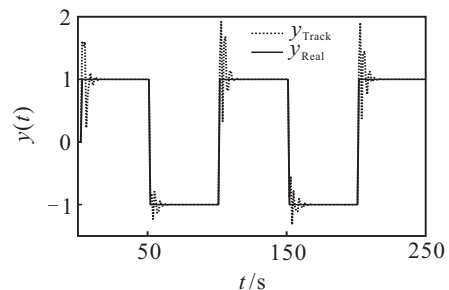
4 仿真研究

考虑如下的被控系统:

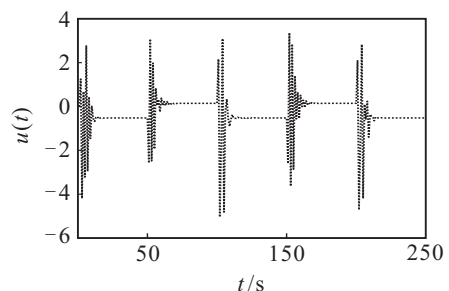
$$y(t+1) = 2.6y(t) - 1.2y(t-1) + u(k) + 0.5u(t-1) + 0.2\sqrt{u^2(t) + u^2(t-1) + y^2(t) + y^2(t-1)} + \frac{0.3 \sin(u(t) + u(t-1) + y(t) + y(t-1))}{1 + u^2(t) + u^2(t-1) + y^2(t) + y^2(t-1)},$$

参考输出为 $r(k) = \text{sign}(\sin(\pi k/50))$, 原点为该系统的平衡点.

图2为单独使用非线性鲁棒自适应控制器时系统的输出和输入曲线, 可以看出系统的输出是有界的, 但暂态误差较大, 振荡较频繁、剧烈. 这是因为, 非线性



(a) 系统的输出曲线

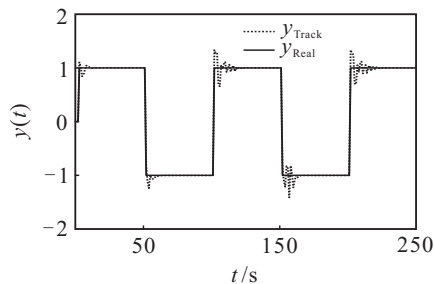


(b) 系统的输入曲线

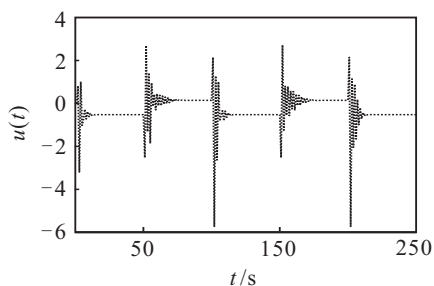
图2 单个非线性鲁棒自适应控制器作用下系统性能

性自适应控制器对非线性的补偿能力是有限的,因此在控制非线性系统时,非线性自适应控制器具有一定的局限性。

图 3 为单独使用非线性神经网络自适应控制器时系统的输出和输入曲线,可以看出系统输出的暂态

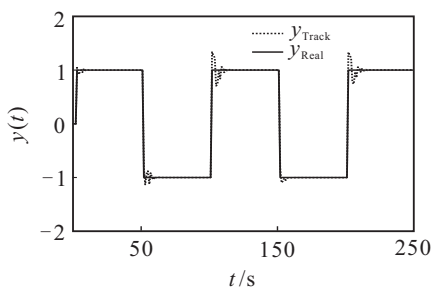


(a) 系统的输出曲线

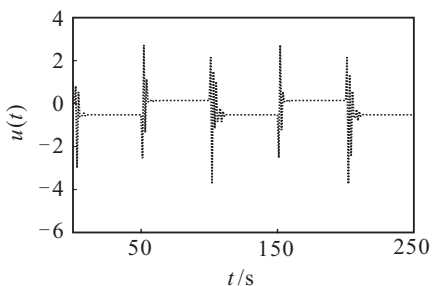


(b) 系统的输入曲线

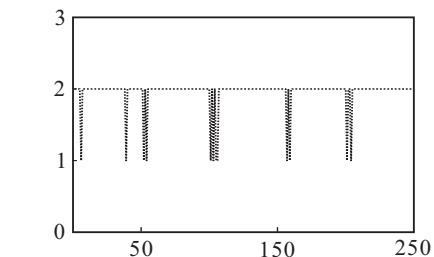
图 3 单个神经网络自适应控制器作用下系统性能



(a) 系统的输出曲线



(b) 系统的输入曲线



(c) 多模型自适应控制系统的切换序列

图 4 多模型自适应控制作用下系统的性能

性能有很大提高,说明非线性神经网络自适应控制器可以用来提高自适应控制系统的暂态性能。

图 4 为使用本文提出的多模型自适应控制器时系统的输出和输入曲线.非线性神经网络模型选择单隐层 BP 网络对被控对象进行估计,隐层神经元采用 logsig 函数,个数为 20 个,输出层神经元采用线性函数,学习律 $\mu = 0.28$.从图 4 中可以看出,系统的输出能够快速跟踪参考信号,有效地减少了暂态误差,振荡相对平缓,控制输入的变化幅度也有明显减小,便于实现。

5 结 论

本文为了将非线性系统的非线性项的限制条件放宽到零阶接近有界,设计了一种新的多模型自适应控制方法.该方法将非线性鲁棒间接自适应控制器引入多模型自适应控制中,证明了多模型自适应控制系统的稳定性和收敛性.从仿真结果上看,本文提出的控制方法与非线性鲁棒自适应控制和非线性神经网络控制相比,具有更好的控制效果。

参考文献(References)

- [1] 李殿璞. 非线性控制系统[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2009.
(Li D P. Nonlinear control system[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2009.)
- [2] Hyeongcheol Lee. Robust adaptive fuzzy control by backstepping for a class of MIMO nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2011, 19(2): 265-275.
- [3] Park J H, Kim S H. Adaptive neural control for strict-feedback nonlinear systems without backstepping[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2009, 20(7): 1204-1209.
- [4] Cezayirli A, Ciliz M K. Transient performance enhancement of direct adaptive control of nonlinear systems using multiple models and switching[J]. IET Control Theory and Applications, 2007, 1(6): 1711-1725.
- [5] Arteaga M A, Yu Tang. Adaptive control of robots with an improved transient performance[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(7): 1198-1202.
- [6] Narendra K S, Balakrishnan J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(9): 1861-1866.
- [7] Narendra K S, Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(2): 171-187.
- [8] 王昕, 李少远, 岳恒. 一类非线性系统的多模型神经网络解耦控制器[J]. 控制与决策, 2004, 19(4): 424-428.
(Wang X, Li S Y, Yue H. Multiple models neural network

- decoupling controller for a nonlinear system[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(4): 424-428.)
- [9] 皮道映, 孙优贤. 一种新的多模型模糊自适应控制算法[J]. *控制与决策*, 1996, 11(1): 77-80.
(Pi D Y, Sun Y X. A new fuzzy adaptive control algorithm for multi-model systems[J]. *Control and Decision*, 1996, 11(1): 77-80.)
- [10] Chen L J, Narendra K S. Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models[J]. *Automatica*, 2001, 37(8): 1245-1255.
- [11] 富月, 柴天佑, 岳恒. 一类非线性多变量系统的多模型自适应解耦控制[J]. *控制与决策*, 2006, 21(2): 139-147.
(Fu Y, Chai T Y, Yue H. Multiple models adaptive decoupling control for a class of nonlinear multivariable systems[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(2): 139-147.)
- [12] 富月, 柴天佑. 一类非线性非最小相位系统的直接自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(6): 886-890.
(Fu Y, Chai T Y. Direct adaptive control for a class of nonlinear non-minimum phase systems[J]. *Control Theory & Application*, 2006, 23(6): 886-890.)
- [13] 张亚军, 柴天佑, 富月. 基于 ANFIS 与多模型的一类非线性系统的自适应控制方法[J]. *化工学报*, 2010, 61(8): 2084-2091.
(Zhang Y J, Chai T Y, Fu Y. Adaptive control method for a class of nonlinear systems based on ANFIS and multiple models[J]. *J of Chemical Industry and Engineering*, 2010, 61(8): 2084-2091.)
- [14] Fu Yue, Chai Tianyou. Nonlinear multivariable adaptive control using multiple models and neural networks[J]. *Automatica*, 2007, 43(6): 1101-1110.
- [15] Zhang Yajun, Chai Tianyou. An adaptive generalized predictive control method for nonlinear systems based on ANFIS and multiple models[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2010, 18(6): 1070-1082.
- [16] 柴天佑, 张亚军. 基于未建模动态补偿的非线性自适应切换控制方法[J]. *自动化学报*, 2011, 37(7): 773-786.
(Chai T Y, Zhang Y J. Nonlinear adaptive switching control method based on unmodeled dynamics compensation[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(7): 773-786.)
- [17] Fu Y, Chai T Y. Indirect self-tuning control using multiple models for non-affine nonlinear systems[J]. *Int J of Control*, 2011, 84(6): 1031-1040.
- [18] Chen Lingji, Narendra K S. Identification and control of a nonlinear discrete-time system based on its linearization: A unified framework[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2004, 15(3): 663-673.
- [19] 顾幸生, 刘漫丹, 张凌波. 现代控制理论及应用[M]. 上海: 华东理工大学出版社, 2008.
(Gu X S, Liu M D, Zhang L B. *Modern control theory and application*[M]. Shanghai: East China University of Science and Technology Press, 2008.)

~~~~~

(上接第1308页)

- [24] 张市芳, 刘三阳, 翟任何. 动态直觉模糊多属性决策VIKOR扩展方法[J]. *计算机科学*, 2012, 39(2): 240-244.  
(Zhang S F, Liu S Y, Zhai R H. Extended VIKOR method for dynamic intuitionistic fuzzy multi-attribute decision making[J]. *Computer Science*, 2012, 39(2): 240-244.)
- [25] 张市芳, 刘三阳, 秦传东, 等. 动态三角模糊多属性决策的VIKOR扩展方法[J]. *计算机集成制造系统*, 2012, 18(1): 186-191.  
(Zhang S F, Liu S Y, Qin C D, et al. VIKOR extension method for dynamic triangular fuzzy multi-attribute decision making[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2012, 18(1): 186-191.)
- [26] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 31(3): 343-349.
- [27] Atanassov K. Operators over interval valued intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, 64(2): 159-174.
- [28] Liu S F, Lin Y. Grey information theory and practical applications[M]. London: Springer-Verlag, 2011: 10-30.
- [29] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. *控制与决策*, 2007, 22(2): 215-219.  
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(2): 215-219.)