

文章编号: 1001-0920(2013)10-1541-06

具有动态不确定性的自适应动态面控制

张天平, 高志远

(扬州大学 信息工程学院, 江苏 扬州 225127)

摘要: 针对一类具有未建模动态的纯反馈非线性系统, 提出一种自适应动态面控制方法. 利用神经网络逼近未知连续函数, 通过引入一种动态信号克服未建模动态. 与现有结果相比, 提出的设计方案简化了对未建模动态的处理过程, 取消了神经网络逼近误差有界的假设. 理论分析证明了该自适应控制方法能够保证闭环系统是半全局一致最终有界的, 仿真结果验证了该方案的有效性.

关键词: 未建模动态; 纯反馈系统; 动态面控制; 动态信号

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Adaptive dynamic surface control including dynamic uncertainties

ZHANG Tian-ping, GAO Zhi-yuan

(College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China. Correspondent: ZHANG Tian-ping, E-mail: tpzhang@yzu.edu.cn)

Abstract: An adaptive dynamic surface control(DSC) procedure is proposed for a class of nonlinear systems in pure-feedback form with unmodeled dynamics. Neural networks is used to approximate the unknown continuous functions. A dynamic signal is introduced to dominate the dynamic disturbances. Compared with the existing literature, the proposed design scheme simplifies the processing procedure of the unmodeled dynamics, and cancels the assumption of the neural network approximation error to be bounded. By theoretical analysis, the closed-loop control system is shown to be semi-globally uniformly ultimately bounded. Simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: unmodeled dynamics; pure-feedback systems; dynamic surface control; dynamic signal

0 引言

经过20余年的发展, 非线性系统的自适应后推控制取得了许多成果^[1-3]. 此类控制方法取消了传统模糊自适应控制方法中“匹配条件”的限制, 因此与之相比, 后推设计在不确定非线性系统的自适应控制方面更有优势. 传统的后推设计需要对每一步的虚拟控制反复求导, 为了克服这一不足, 文献[4]首次提出了动态面控制方法, 即在后推的每一步中引入一个一阶滤波器, 有效地避免了传统后推设计方法中的“参数爆炸”问题.

随着具有普适逼近能力的神经网络/模糊系统的发展, 后推设计方法和动态面控制方法已广泛应用于非线性不确定性系统的控制器设计中^[5-7]. 未建模动态在实际控制系统中广泛存在, 对控制系统的稳定性造成很大影响, 甚至导致系统振荡或发散. 为了消除

未建模动态的影响, 文献[8]针对一类含有未建模动态的非线性系统, 在不考虑系统结构的情况下, 提出了一种鲁棒自适应后推控制方案. 同样, 文献[9]针对此类系统, 引入一个可量测的动态信号克服未建模动态, 提出了一种新的鲁棒自适应控制方案. 文献[10]针对一类非线性系统, 引入小增益定理和动态信号, 提出了基于后推技术的鲁棒自适应控制方案, 但文献[9-10]中被控系统所含的未知连续函数已被参数化. 文献[11]针对一类更具一般性的非线性系统, 基于小增益定理和模糊系统, 提出了一种模糊自适应控制方案. 文献[12]针对一类仿射的非线性系统, 同时引入非线性阻尼项克服非线性不确定项, 引入动态信号克服未建模动态, 提出一种模糊自适应控制方案. 文献[13]针对一类控制增益符号未知的仿射非线性系统, 引入Nussbaum函数和动态信号, 提出了一种模糊自适应控制新方案. 文献[14]针对具有未建模动态的

收稿日期: 2012-05-31; 修回日期: 2012-10-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174046, 61175111); 江苏省自然科学基金项目(BK2009184).

作者简介: 张天平(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒自适应控制、非线性控制等研究; 高志远(1988—), 男, 硕士生, 从事自适应控制、神经网络控制的研究.

一类特殊纯反馈非线性系统,提出了一种自适应动态面控制方案,但需要动态扰动上界中的两个函数已知^[8-14],条件比较苛刻.文献[15]通过引入动态信号,研究了一类具有未建模动态和输入迟滞的纯反馈非线性系统的控制问题,提出了一种自适应神经网络控制方案,然而,在利用神经网络逼近未知连续函数时,其网络的输入变量有待商榷.文献[14]与文献[15]的主要区别是:对未建模动态的刻画不同.此外,文献[9,11-13,15]在对动态扰动中未建模动态项处理时,由于所得函数不是单调函数,动态信号从其中分离出来的过程有待商榷.此外,文献[15]中确定一阶滤波器参数的不等式含有未知函数,即不等式右边是未知的,不能根据该不等式求解一阶滤波器参数.

本文在文献[9,15]的基础上,针对一类具有未建模动态的非线性纯反馈系统,提出了一种基于径向基函数神经网络的自适应动态面控制方法.主要创新点如下:1)在刻画一个可量测的动态信号时,引理1省略了对 k_∞ 类函数 $\bar{\gamma}(|x_1|)$ 的假定,只需保证 $\bar{\gamma}(|x_1|) \geq \gamma(|x_1|)$ 始终成立,避免了 $\bar{\gamma}(s) = s^2\gamma_0(s^2)$ 的限制;2)简化了引理1中 $\bar{\gamma}(|x_1|)$ 函数的处理和分析过程,使得控制器的设计更加简单;3)在对未建模动态进行处理和分析时,利用分离定理巧妙地将可量测的动态信号从未知光滑函数 $\phi_{i2} \circ \alpha_1^{-1}(\cdot)$ 中分离出来,简化了设计和分析过程,消除了现有文献中因动态信号分离的不等式不成立而出现的问题,使得证明更加合理.

1 问题描述和基本假设

考虑如下类单输入单输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = q(z, x), \\ \dot{x}_i = f(\bar{x}_i, x_{i+1}) + \Delta_i(x, z, t), \\ \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f(\bar{x}_n, u) + \Delta_n(x, z, t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i$, $i = 1, 2, \dots, n$; $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ 为系统状态; $u \in R$ 为系统输入; $y \in R$ 为系统输出; $f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ 为未知连续函数; $z \in R^{n_0}$ 为不可测状态部分,又称为未建模动态; $\Delta_i(z, x, t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为非线性动态扰动; $q(z, x)$ 和 $\Delta_i(z, x, t)$ 为满足 Lipschitz 条件的未知函数.

控制目标是:设计自适应控制器 u , 使系统输出 y 跟踪一个给定的期望轨迹 y_d , 且闭环控制系统是半全局一致终结有界的.

假设 1 未知非线性动态扰动 $\Delta_i(z, x, t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 满足

$$|\Delta_i(z, x, t)| \leq \varphi_{i1}(\|\bar{x}_i\|) + \varphi_{i2}(\|z\|). \quad (2)$$

其中: $\varphi_{i1}(\cdot)$ 为未知非负连续函数, $\varphi_{i2}(\cdot)$ 为未知非负单调递增连续函数, $\|\cdot\|$ 为欧氏范数.

假设 2 未建模动态指数输入状态渐近稳定 (exp-ISpS), 即系统 $\dot{z} = q(z, x)$ 存在一个 Lyapunov 函数 $V(z)$ 满足

$$\alpha_1(\|z\|) \leq V(z) \leq \alpha_2(\|z\|), \quad (3)$$

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} q(z, x) \leq -cV(z) + \gamma(|x_1|) + d. \quad (4)$$

其中: $\alpha_1(\cdot)$, $\alpha_2(\cdot)$ 为 k_∞ 函数; c 和 d 为已知正常数; $\gamma(\cdot)$ 为 k_∞ 函数且为一个已知函数.

假设 3 参考输入 $X_d = [y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d]^T \in \Omega_d$ 光滑可测, 其中 $\Omega_d = \{x_d : y_d^2 + \dot{y}_d^2 + \ddot{y}_d^2 \leq B_0\}$, B_0 为已知常数.

假设 4 $f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为未知光滑函数, 即它们可导, 且偏导数 $\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})/\partial x_{i+1}$ 是连续的, 其中 $x_{n+1} = u$. 对于纯反馈系统的控制, 定义

$$g_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) = \frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

根据中值定理可得, 存在一个 λ_i ($0 \leq \lambda_i \leq 1$) 使得

$$\begin{aligned} f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) &= f_i(\bar{x}_i, 0) + g_i(\bar{x}_i, \lambda_i x_{i+1}) x_{i+1}, \\ &\quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (6)$$

假设 5 非线性连续函数 $g_i(\cdot)$ 符号已知, 且存在正常数 g_{\min} 和 g_{\max} 使得不等式 $0 < g_{\min} \leq |g_i(\cdot)| \leq g_{\max}$ ($1 \leq i \leq n$) 成立.

引理 1^[9] 若 V 是系统 $\dot{z} = q(z, x)$ 的 exp-ISpS 函数, 即式 (3) 和 (4) 成立, 则对于任意常数 $\bar{c} \in (0, c)$, 任意初始时间 $t_0 > 0$, 任意初始状态 $z_0 = z(t_0)$, $v_0 > 0$ 和任意 $\bar{\gamma}(|x_1|) \geq \gamma(|x_1|)$, 存在有限时间

$$T_0 = \frac{V(z_0)}{v_0} e^{(c-\bar{c})t_0} / (c - \bar{c}) \geq 0.$$

对于非负函数 $D(t_0, t)$, 定义动态信号 $\dot{v} = -\bar{c}v + \bar{\gamma}(|x_1|) + d$, $v(t_0) = v_0$, 当 $t \geq t_0 + T_0$ 时, 有 $D(t_0, t) = 0$, 使得 $V(z) \leq v(t) + D(t_0, t)$. 不失一般性, 取 $\bar{\gamma}(|x_1|) = \gamma(|x_1|)$.

引理 2^[16] 对于任意实值连续函数 $f(x, y)$, 存在光滑的纯量函数 $\phi(x) \geq 0$ 和 $\vartheta(y) \geq 0$, 使得

$$|f(x, y)| \leq \phi(x) + \vartheta(y) \quad (7)$$

成立. 其中: $x \in R^m$, $y \in R^n$.

在紧集 Ω_{ξ_i} 上, 采用径向基函数神经网络逼近未知连续函数 $h_i(\xi_i)$, 有

$$h_i(\xi_i) = W_i^{*T} \psi_i(\xi_i) + w_i(\xi_i).$$

其中: $\xi_i \in \Omega_{\xi_i}$ 为神经网络的输入, 稍后给出; $W_i^* \in R^{N_i}$ 为神经网络的理想权向量, 定义为

$$W_i^* = \arg \min_{W_i \in R^{N_i}} \left[\sup_{\xi_i \in \Omega_{\xi_i}} |W_i^T \psi_i(\xi_i) - f_i(\xi_i)| \right], \quad N_i > 1;$$

$\psi_i(\xi_i) = [\rho_{i1}(\xi_i), \rho_{i2}(\xi_i), \dots, \rho_{iN_i}(\xi_i)]^T \in R^{N_i}$ 为基函

数向量, 通常 $\rho_{ij}(\xi_i)$ 选择为高斯函数

$$\rho_{ij}(\xi_i) = \exp \left[\frac{-(\xi_i - \zeta_{ij})^T (\xi_i - \zeta_{ij})}{\varphi_{ij}^2} \right], \quad (8)$$

$1 \leq j \leq N_i$, $\zeta_{ij} = [\zeta_{ij1}, \zeta_{ij2}, \dots, \zeta_{ijq_i}]^T$ 为基函数中心, $q_i = i + 3$; φ_{ij} 为高斯函数的宽度.

为了叙述方便, 定义以下符号:

$$\bar{s}_i = [s_1, s_2, \dots, s_i]^T, \quad (9)$$

$$\bar{y}_j = [y_2, y_3, \dots, y_j]^T, \quad (10)$$

$$\theta = \max\{\|W_i^*\|^2, i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (11)$$

其中: s_i, y_j 在后面的控制器设计中给出, $i = 1, 2, \dots, n, j = 2, 3, \dots, n$; $\hat{\theta}$ 为 θ 在 t 时刻的估计, $\bar{\theta} = \hat{\theta} - \theta$; $y_j = \omega_j - \alpha_{j-1}, j = 2, 3, \dots, n$, ω_j 是以虚拟控制 α_{j-1} 为输入的 1 阶滤波器的输出.

2 自适应动态面控制器设计

本节将提出自适应动态面控制器的设计方法. 整个设计过程分为 n 步, 前 $n - 1$ 步确定 $n - 1$ 个虚拟控制, 第 n 步确定控制律.

Step 1 令 $\omega_1 = y_d$, 得到 $s_1 = x_1 - \omega_1$. 考虑式 (1), 有

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) + \Delta_1(x, z, t). \quad (12)$$

s_1 对时间求导得到

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= f_1(x_1, x_2) + \Delta_1(x, z, t) - \dot{\omega}_1 = \\ & f_1(x_1, 0) + g_1(x_1, \lambda_1 x_2)x_2 + \Delta_1(x, z, t) - \dot{\omega}_1. \end{aligned} \quad (13)$$

根据假设 1, 利用 Young's 不等式可得

$$|s_1 \Delta_1(x, z, t)| \leq |s_1| \varphi_{11}(|x_1|) + |s_1| \varphi_{12}(\|z\|). \quad (14)$$

选取 Lyapunov 方程

$$V_{s_1} = \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{\lambda_0} v, \quad (15)$$

其中 $\lambda_0 > 0$ 为设计常数. 对 V_1 求导得 $\dot{V}_{s_1} = s_1 \dot{s}_1 + \dot{v}/\lambda_0$. 由式 (14), (15) 和引理 1 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_1} &\leq \\ & s_1 [f_1(x_1, 0) + g_1(x_1, \lambda_1 x_2)x_2 - \dot{\omega}_1] + |s_1| \varphi_{11}(|x_1|) + \\ & |s_1| \varphi_{12}(\|z\|) + \frac{1}{\lambda_0} (-\bar{c}v + \bar{\gamma}(|x_1|) + d). \end{aligned} \quad (16)$$

利用 Young's 不等式可得

$$|s_1| \varphi_{11}(|x_1|) \leq \frac{1}{\varepsilon_1^2} s_1^2 \varphi_{11}^2(|x_1|) + \frac{\varepsilon_1^2}{4}, \quad (17)$$

其中 $\varepsilon_1 > 0$. 因为 $\alpha_1(\cdot)$ 是 k_∞ 类函数, $\alpha_1^{-1}(\cdot)$ 是单增函数, 利用不等式 (3) 和引理 1 可得

$$\|z\| \leq \alpha_1^{-1}(v(t) + D(t_0, t)). \quad (18)$$

根据假设 2, 存在 $p_1^* > 0$, 使得如下不等式成立:

$$\varphi_{12}(\|z\|) \leq p_1^* \varphi_{12} \circ \alpha_1^{-1}(v(t) + D(t_0, t)), \quad (19)$$

其中 $\varphi_{12} \circ \alpha_1^{-1}(\cdot) = \varphi_{12}(\alpha_1^{-1}(\cdot))$. 因为 $\varphi_{12} \circ \alpha_1^{-1}(\cdot)$ 为非负的光滑函数, 利用引理 2, 由式 (19) 得到

$$|s_1| \varphi_{12}(\|z\|) \leq p_1^* |s_1| \phi_1(v(t)) + p_1^* |s_1| \vartheta_1(D(t_0, t)), \quad (20)$$

其中 $\phi_1(\cdot)$ 和 $\vartheta_1(\cdot)$ 为未知的非负光滑函数. 类似于式 (17), 得到

$$p_1^* |s_1| \phi_1(v(t)) \leq s_1^2 \phi_1^2(v(t)) + \frac{p_1^{*2}}{4}. \quad (21)$$

由引理 1 可知, 当 $t \geq t_0 + T_0$ 时, $D(t_0, t) = 0$. 因为 $D(t_0, t)$ 和 $\vartheta_1(\cdot)$ 为有界的光滑函数, 可设 $\vartheta_1^2(D(t_0, t)) \leq \vartheta_1^*$. 令

$$\begin{aligned} h_1(\xi_1) &= f_1(\bar{x}_1, 0) - \dot{\omega}_1 + \frac{1}{\varepsilon_1^2} s_1 \varphi_{11}^2(|x_1|) + \\ & s_1 \phi_1^2(v(t)) + \frac{s_1}{\varepsilon_\gamma^2} \frac{\bar{\gamma}(|x_1|)}{\lambda_0} + s_1. \end{aligned} \quad (22)$$

其中: $\xi_1 = [x_1, s_1, v, \dot{y}_d]^T \in \Omega_{\xi_1} \subset R^4, \varepsilon_\gamma > 0$ 为设计常数.

根据假设 1~假设 5, 综合式 (17), (20) 和 (21), 利用 Young's 不等式, 对式 (16) 进一步放缩得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_1} &\leq s_1 g_1(x_1, \lambda_1 x_2)x_2 + \frac{g_{\min}}{2a_1^2} s_1^2 \theta \|\psi_1(\xi_1)\|^2 + \\ & s_1 w_1(\xi_1) + \left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2}\right) \frac{\bar{\gamma}(|x_1|)}{\lambda_0} + C_1 - \frac{\bar{c}}{\lambda_0} v. \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$C_1 = \frac{d}{\lambda_0} + \frac{p_1^{*2}}{4} + \frac{\varepsilon_1^2}{4} + \frac{p_1^{*2} \vartheta_1^*}{4} + \frac{a_1^2}{2g_{\min}},$$

$a_1 > 0$ 为设计常数.

选取虚拟控制

$$\alpha_1 = -k_1 s_1 - \frac{1}{2a_1^2} \hat{\theta} s_1 \|\psi_1(\xi_1)\|^2, \quad (24)$$

其中 $k_1 > 0$ 为设计常数.

引入新变量 ω_2 作为虚拟控制 α_1 通过一阶滤波器后的输出, 令 τ_2 为时间常数, 有

$$\tau_2 \dot{\omega}_2 + \omega_2 = \alpha_1, \quad \omega_2(0) = \alpha_1(0). \quad (25)$$

由式 (25) 可得 $\dot{\omega}_2 = -y_2/\tau_2$. 又因为

$$\begin{aligned} x_2 &= s_2 + y_2 + \alpha_1 = \\ & s_2 + y_2 - k_1 s_1 - \frac{1}{2a_1^2} \hat{\theta} s_1 \|\psi_1(\xi_1)\|^2, \end{aligned}$$

存在非负连续函数 $\delta_1(s_1, v, y_d, \dot{y}_d)$ 满足

$$|w_1(\xi_1)| \leq \delta_1(s_1, v, y_d, \dot{y}_d). \quad (26)$$

因此利用式 (23) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_1} &\leq \\ & g_1(x_1, \lambda_1 x_2) s_1 [s_2 + y_2] - k_1 g_{\min} s_1^2 - \\ & \frac{g_{\min}}{2a_1^2} \hat{\theta} s_1^2 \|\psi_1(\xi_1)\|^2 + s_1 w_1(\xi_1) - \\ & \frac{\bar{c}}{\lambda_0} v + \left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2}\right) \frac{\bar{\gamma}(|x_1|)}{\lambda_0} + C_1 \leq \\ & (-k_1 g_{\min} + 2) s_1^2 + \frac{g_{\max}^2}{4} (s_2^2 + y_2^2) - \end{aligned}$$

$$\frac{g_{\min}}{2a_1^2} \tilde{\theta} s_1^2 \|\psi_1(\xi_1)\|^2 + |s_1| \delta_1(s_1, v, y_d, \dot{y}_d) - \frac{\bar{c}}{\lambda_0} v + \left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2}\right) \frac{\bar{\gamma}(\|x_1\|)}{\lambda_0} + C_1. \quad (27)$$

进一步利用 Young's 不等式, 式 (27) 可以转化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_1} &\leq (-k_1 g_{\min} + 3) s_1^2 + \frac{g_{\max}^2}{4} (s_2^2 + y_2^2) - \\ &\frac{g_{\min}}{2a_1^2} \tilde{\theta} s_1^2 \|\psi_1(\xi_1)\|^2 + \frac{1}{4} \delta_1^2 - \\ &\frac{\bar{c}}{\lambda_0} v + \left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2}\right) \frac{\bar{\gamma}(x_1)}{\lambda_0} + C_1. \end{aligned} \quad (28)$$

由假设 1 推得

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= -\frac{y_2}{\tau_2} + \left[k_1 \dot{s}_1 + \frac{1}{2a_1^2} \dot{s}_1 \hat{\theta} \|\psi_1(\xi_1)\|^2 + \right. \\ &\left. \frac{1}{2a_1^2} s_1 \hat{\theta} \|\psi_1(\xi_1)\|^2 + \frac{1}{2a_1^2} s_1 \hat{\theta} \frac{d\|\psi_1(\xi_1)\|^2}{dt} \right], \end{aligned} \quad (29)$$

进一步可得

$$\left| \dot{y}_2 + \frac{y_2}{\tau_2} \right| \leq \eta_2(\bar{s}_2, y_2, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d), \quad (30)$$

其中 $\eta_2(s_1, s_2, y_2, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$ 为非负连续函数. 于是由式 (29) 和 (30) 得到

$$\begin{aligned} y_2 \dot{y}_2 &\leq -y_2^2/\tau_2 + |y_2| \eta_2(\bar{s}_2, y_2, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d) \leq \\ &-y_2^2/\tau_2 + y_2^2 + \frac{\eta_2^2}{4}. \end{aligned} \quad (31)$$

Step i ($2 \leq i \leq n-1$) 定义第 i 个动态面

$$s_i = x_i - \omega_i. \quad (32)$$

由式 (6) 可知, s_i 对时间 t 求导得到

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \\ f_i(x_i, 0) + g_i(x_i, \lambda_i x_{i+1}) x_{i+1} + \Delta_i(x, z, t) - \dot{\omega}_i. \end{aligned} \quad (33)$$

定义 $V_{s_i} = s_i^2/2$, V_{s_i} 对时间 t 求导得到

$$\dot{V}_{s_i} = s_i \dot{s}_i. \quad (34)$$

根据假设 1, 利用 Young's 不等式可得

$$|s_i \Delta_i(x, z, t)| \leq |s_i| \varphi_{i1}(\|\bar{x}_i\|) + |s_i| \varphi_{i2}(\|z\|). \quad (35)$$

类似于 Step 1, 利用 Young's 不等式, 类似可得

$$|s_i| \varphi_{i1}(\|\bar{x}_i\|) \leq \frac{1}{\varepsilon_i^2} s_i^2 \varphi_{i1}^2(\|\bar{x}_i\|) + \frac{\varepsilon_i^2}{4}, \quad (36)$$

$$|s_i| \varphi_{i2}(\|z\|) \leq p_i^* |s_i| \phi_i(v(t)) + p_i^* |s_i| \vartheta_i(D(t_0, t)), \quad (37)$$

$$p_i^* |s_i| \phi_i(v(t)) \leq s_i^2 \phi_i^2(v(t)) + \frac{p_i^{*2}}{4}. \quad (38)$$

其中: $i = 2, 3, \dots, n$, $\phi_i(\cdot)$ 和 $\vartheta_i(\cdot)$ 为未知光滑函数, $p_i^* > 0$. 同理, 由引理 1 可知, 当 $t \geq t_0 + T_0$ 时, $D(t_0, t) = 0$. 因为 $D(t_0, t)$ 和 $\vartheta_i(\cdot)$ 为有界的光滑函数, 可设 $\vartheta_1^2(D(t_0, t)) \leq \vartheta_1^*$.

将式 (33), (35) ~ (38) 代入 (34), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_i} &\leq g_i(\bar{x}_i, \lambda_i x_{i+1}) s_i x_{i+1} + s_i h_i(\xi_i) + \\ &\frac{\varepsilon_i^2}{4} + \frac{p_i^{*2}}{4} + \frac{p_i^{*2} \vartheta_i^*}{4}. \end{aligned} \quad (39)$$

其中

$$h_i(\xi_i) = f_i(\bar{x}_i, 0) - \dot{\omega}_i + \frac{1}{\varepsilon_i^2} s_i \varphi_{i1}^2(\|\bar{x}_i\|) +$$

$$s_i + s_i \phi_i^2(v(t)),$$

$$\xi_i = [\bar{x}_i, s_i, v, \dot{\omega}_i]^T \in \Omega_{\xi_i} \subset R^{i+3}.$$

注 1 在文献 [15] 中, 第 i 步构造的第 i 个未知连续函数中含有下一步的状态变量 x_{i+1} , 而用于逼近该函数神经网络的输入变量不含变量 x_{i+1} , 这种逼近方法有待商榷. 本文在控制器设计的每一步中作了修改, 未知函数中不含当前步之后的状态变量, 保证了用于逼近未知函数神经网络输入变量的正确性.

选取虚拟控制为

$$\alpha_i = -k_i s_i - \frac{1}{2a_i^2} \hat{\theta} s_i \|\psi_i(\xi_i)\|^2, \quad (40)$$

其中 $k_i > 0$ 为设计常数.

引入变量 ω_{i+1} 作为虚拟控制 α_i 通过一阶滤波器后的输出, 令 τ_{i+1} 为时间常数, 有

$$\tau_{i+1} \dot{\omega}_{i+1} + \omega_{i+1} = \alpha_i, \quad \omega_{i+1}(0) = \alpha_i(0). \quad (41)$$

由式 (41) 可得 $\dot{\omega}_{i+1} = -(\dot{\alpha}_i)/(\tau_{i+1})$. 又因为

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= s_{i+1} + y_{i+1} + \alpha_i = \\ s_{i+1} + y_{i+1} - k_i s_i - \frac{1}{2a_i^2} \hat{\theta} s_i \|\psi_i(\xi_i)\|^2, \end{aligned}$$

由式 (36) 和 Young's 不等式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_i} &\leq \\ &(-k_i g_{\min} + 2) s_i^2 + \frac{g_{\max}^2}{4} (s_{i+1}^2 + y_{i+1}^2) - \\ &\frac{g_{\min}}{2a_i^2} \tilde{\theta} s_i^2 \|\psi_i(\xi_i)\|^2 + |s_i| \delta_i(\bar{s}_i, \bar{y}_i, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d) + C_i, \end{aligned} \quad (42)$$

其中 $C_i = \frac{\varepsilon_i^2}{4} + \frac{p_i^{*2}}{4} + \frac{p_i^{*2} \vartheta_i^*}{4} + \frac{a_i^2}{2g_{\min}}$. 存在非负连续函数 $\delta_i(\bar{s}_i, \bar{y}_i, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d)$ 满足

$$|w_i(\xi_i)| \leq \delta_i(\bar{s}_i, \bar{y}_i, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d). \quad (43)$$

利用 Young's 不等式可得 $|s_i| \delta_i \leq s_i^2 + \delta_i^2/4$. 式 (42) 化简为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_i} &\leq (-k_i g_{\min} + 3) s_i^2 + \frac{g_{\max}^2}{4} (s_{i+1}^2 + y_{i+1}^2) - \\ &\frac{g_{\min}}{2a_i^2} \tilde{\theta} s_i^2 \|\psi_i(\xi_i)\|^2 + \frac{\delta_i^2}{4} + C_i. \end{aligned} \quad (44)$$

由假设 1 得到

$$\begin{aligned} \dot{y}_{i+1} &= -\frac{y_{i+1}}{\tau_{i+1}} + \left[k_i \dot{s}_i + \frac{1}{2a_i^2} \dot{\theta} s_i \|\psi_i(\xi_i)\|^2 - \right. \\ &\left. \frac{1}{2a_i^2} \hat{\theta} s_i \frac{d\|\psi_i(\xi_i)\|^2}{dt} - \frac{1}{2a_i^2} \hat{\theta} \dot{s}_i \|\psi(\bar{x}_i)\|^2 \right]. \end{aligned} \quad (45)$$

存在非负连续函数 $\eta_{i+1}(\bar{s}_{i+1}, \bar{y}_{i+1}, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$ 使得

$$\left| \dot{y}_{i+1} + \frac{y_{i+1}}{\tau_{i+1}} \right| \leq \eta_{i+1}(\bar{s}_{i+1}, \bar{y}_{i+1}, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d). \quad (46)$$

由式 (45) 和 (46) 可得

$$y_{i+1}\dot{y}_{i+1} \leq -y_{i+1}^2/\tau_{i+1} + y_{i+1}^2 + \frac{\eta_{i+1}^2}{4}. \quad (47)$$

Step n 定义第 n 个动态面

$$s_n = x_n - \omega_n. \quad (48)$$

s_n 对时间 t 求导得到

$$\begin{aligned} \dot{s}_n &= f_n(\bar{x}_n, 0) + g_n(\bar{x}_n, \lambda_n x_{n+1})u + \\ &\Delta_n(x, z, t) - \dot{\omega}_n. \end{aligned} \quad (49)$$

定义一个光滑的标量函数

$$V_{s_n} = \frac{1}{2}s_n^2, \quad (50)$$

与第 i 步讨论类似, 式 (50) 对时间 t 求导得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_n} &\leq g_n(\bar{x}_n, \lambda_n x_{n+1})s_n u + s_n h_n(\xi_n) + \\ &\frac{\varepsilon_n^2}{4} + \frac{p_n^{*2}}{4} + \frac{p_n^{*2}\vartheta_n^*}{4}. \end{aligned} \quad (51)$$

其中

$$h_n(\xi_n) = f_n(\bar{x}_n, 0) - \dot{\omega}_n + \frac{1}{\varepsilon_i^2} s_n \varphi_{i1}^2(\|\bar{x}_i\|) +$$

$$s_n + s_n \phi_i^2(v(t)),$$

$$\xi_n = (\bar{x}_n, s_n, v, \dot{\omega}_n)^T \in \Omega_{\xi_n} \subset R^{n+3}.$$

选取控制律

$$u = -k_n s_n - \frac{1}{2a_n^2} s_n \hat{\theta} \|\psi_n(\xi_n)\|^2, \quad (52)$$

其中 $k_n > 0$ 为设计常数. 存在非负连续函数 $\delta_n(\bar{s}_n, \bar{y}_n, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d)$ 满足

$$|w_n(\xi_n)| \leq \delta_n(\bar{s}_n, \bar{y}_n, \hat{\theta}, v, y_d, \dot{y}_d). \quad (53)$$

与式 (44) 类似, 利用 Young's 不等式对式 (51) 进一步化简得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{s_n} &\leq (-k_n g_{\min} + 1)s_n^2 - \\ &\frac{g_{\min}}{2a_n^2} \tilde{\theta} s_n^2 \|\psi_n(\xi_n)\|^2 + \frac{\delta_n^2}{4} + C_n, \end{aligned} \quad (54)$$

其中 $C_n = \frac{\varepsilon_n^2}{4} + \frac{p_n^{*2}}{4} + \frac{p_n^{*2}\vartheta_n^*}{4} + \frac{a_n^2}{2g_{\min}}$. 选取 $\hat{\theta}$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma_\theta \left[\sum_{i=1}^n \frac{s_i^2 \|\psi_i(\xi_i)\|^2}{2a_i^2} - \sigma_\theta \hat{\theta} \right], \quad (55)$$

其中 $\gamma_\theta > 0, \sigma_\theta > 0$ 为设计常数.

3 稳定性分析

定义有界闭集

$$\Omega_i = \{[\bar{s}_i^T, \bar{y}_i^T, \nu, \hat{\theta}]^T : V_i \leq p\} \subset R^{p_i}, \quad (56)$$

其中

$$V_1 = \frac{1}{2}s_1^2 + \frac{1}{\lambda_0}v, \quad (57)$$

$$V_i = \sum_{j=1}^i V_{s_j} + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^i y_j^2, \quad i = 2, 3, \dots, n-1; \quad (58)$$

$p > 0$ 为设计常数, $p_i = 2i+1, i = 1, 2, \dots, n$. 易知 $\Omega_1 \times R^{p_n-p_1} \supset \Omega_2 \times R^{p_n-p_2} \supset \dots \supset \Omega_{n-1} \times R^{p_n-p_{n-1}} \supset$

Ω_n , 因此 $\Omega_d \times \Omega_i$ 和 $\Omega_d \times \Omega_{i+1}$ 分别属于 R^{p_i} 和 $R^{p_{i+1}}$ 的两个交集. 假设连续函数 δ_i 在交集 $\Omega_d \times \Omega_i$ 上的最大值为 M_i , 连续函数 η_{i+1} 在交集 $\Omega_d \times \Omega_{i+1}$ 上的最大值为 N_{i+1} .

定理 1 考虑由非线性系统 (1), 控制律 (52) 和自适应律 (55) 构成的闭环系统, 其满足假设 1 ~ 假设 5, 对于有界初始条件, 若满足 $V(0) \leq p$, 且选取适当正常数 $k_i, \tau_i, \gamma_\theta, \sigma_\theta$, 则整个闭环控制系统是半全局一致终结有界的, 且跟踪误差收敛到一个小的残差内, 其中 k_i, τ_{i+1} 满足

$$\begin{aligned} k_i &\geq g_{\min}^{-1} \left[3 + \frac{g_{\max}^2}{4} + \frac{\alpha_0}{2} \right], \quad \frac{1}{\tau_{i+1}} \geq 1 + \frac{g_{\max}^2}{4} + \frac{\alpha_0}{2}, \\ \alpha_0 &= \min\{\gamma_\theta \sigma_\theta, \bar{c}\}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (59)$$

证明 取 Lyapunov 函数

$$V = \sum_{j=1}^n V_{s_j} + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^n y_j^2 + \frac{g_{\min}}{2\gamma_\theta} \tilde{\theta}^2. \quad (60)$$

将 V 对时间 t 求导得

$$\dot{V} = \sum_{j=1}^n \dot{V}_{s_j} + \sum_{j=2}^n y_j \dot{y}_j + \frac{g_{\min}}{\gamma_\theta} \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}}. \quad (61)$$

将式 (28), (44) 和 (54) 代入 (61), 应用式 (55) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^n \left(-k_i g_{\min} + 3 + \frac{g_{\max}^2}{4} \right) s_i^2 + \\ &\sum_{i=1}^{n-1} \left(-\frac{1}{\tau_{i+1}} + 1 + \frac{g_{\max}^2}{4} \right) y_{i+1}^2 + \\ &\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\eta_{i+1}^2}{4} + \sum_{i=1}^n \left(C_i + \frac{\delta_i^2}{4} \right) - \\ &g_{\min} \sigma_\theta \tilde{\theta} \hat{\theta} - \frac{\bar{c}}{\lambda_0} \nu + \left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2} \right) \frac{\bar{\gamma}(|x_1|)}{\lambda_0}. \end{aligned} \quad (62)$$

根据完全平方公式, 以下不等式成立:

$$\begin{aligned} -g_{\min} \sigma_\theta \tilde{\theta} \hat{\theta} &\leq \\ -g_{\min} \sigma_\theta \tilde{\theta} (\tilde{\theta} + \theta) &\leq g_{\min} \sigma_\theta \left(\frac{\theta^2}{2} - \frac{\tilde{\theta}^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (63)$$

令

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{M_i^2}{4} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{N_{i+1}^2}{4} + \sum_{i=1}^n C_i + g_{\min} \sigma_\theta \frac{\theta^2}{2}, \quad (64)$$

将式 (59), (63) 和 (64) 代入 (62) 得到

$$\dot{V} \leq -\alpha_0 V + \mu + \left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2} \right) \frac{\bar{\gamma}(|x_1|)}{\lambda_0}. \quad (65)$$

由式 (65) 可见, 第 1 项是负定的, 第 2 项是正常数, 但最后 1 项不确定, 因此在稳定性分析时分两种情况进行考虑:

1) $s_1 \in \Omega_{s_1} = \{s_1 : |s_1| < \varepsilon_\gamma\}$. 由 $s_1 = x_1 - \omega_1$ 可知, s_1 有界, 由假设 3 可知, $\omega_1 = y_d$ 有界, 所以 x_1 也有界. 因为 $\bar{\gamma}(\cdot)$ 是一个非负的 k_∞ 类函数, $\bar{\gamma}(|x_1|)$ 有界, 所以

$$\left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2}\right) \frac{\bar{\gamma}(|x_1|)}{\lambda_0} \tag{66}$$

是有界的. 令

$$\left(1 - \frac{s_1^2}{\varepsilon_\gamma^2}\right) \frac{\bar{\gamma}(|x_1|)}{\lambda_0} \leq \mu_0, \mu_0 > 0,$$

由式 (65) 可得

$$\dot{V} \leq -\alpha_0 V + \mu + \mu_0. \tag{67}$$

令 $\alpha_0 > (\mu + \mu_0)/p$, 当 $V = p$ 时, 有 $\dot{V} \leq 0$, 由此可知, 当初值条件 $V(0) \leq p$ 时, $V(t) \leq p, \forall t \geq 0$, 即

$$0 \leq V(t) \leq \frac{(\mu + \mu_0)}{\alpha_0} + \left[V(0) - \frac{(\mu + \mu_0)}{\alpha_0}\right] e^{-\alpha_0 t}. \tag{68}$$

2) $s_1 \notin \Omega_{s_1}$. 当 $s_1 \notin \Omega_{s_1}$ 时, $1 - s_1^2/\varepsilon_\gamma^2 < 0$, 由式 (65) 可得

$$\dot{V} \leq -\alpha_0 V + \mu. \tag{69}$$

当 $V = p$ 时, $\alpha_0 > \mu/p$, 有 $\dot{V} \leq 0$, 由此可知, 当初始条件 $V(0) \leq c$ 时, $V(t) \leq p, \forall t \geq 0$, 即

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\mu}{\alpha_0} + \left[V(0) - \frac{\mu}{\alpha_0}\right] e^{-\alpha_0 t}. \tag{70}$$

因此, 闭环系统中的信号 $s_i, y_{i+1}, v, \hat{\theta}$ 都是一致终结有界的, 进一步可知 $x_i, \alpha_{i-1}, \omega_i$ 是一致终结有界的.

4 仿真结果

考虑如下带有未建模动态的二阶不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = -z + x_1^2, \\ \dot{x}_1 = x_1^2 + 5x_2 + 0.1 \sin t + z, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + x_1x_2 + (10 + 2 \cos(x_1x_2))u + 0.1 \sin t + x_1z, \\ y = x_1. \end{cases} \tag{71}$$

控制目标为: 设计自适应控制器 u , 使得系统输出 $y = x_1$ 跟踪一个给定的期望轨迹 $y_d = 0.5 \sin t + 0.5 \sin(0.5t)$, 闭环系统半全局一致终结有界, 且跟踪误差收敛到一个小的残差集内.

控制器设计参数为: $k_1 = 10, k_2 = 50, \tau_2 = 0.01, \sigma_\theta = 0.05, \gamma_\theta = 100, a_1 = a_2 = 1$. 初始值为: $x(0) = [0.1, -0.1]^T, v(0) = 0.1, \hat{\theta}(0) = 0.1, z(0) = 0.1$. 可量测的动态信号定义为 $\dot{v} = -0.6v + 2.5x_1^4 + 0.625$. 仿真结果如图 1~图 4 所示.

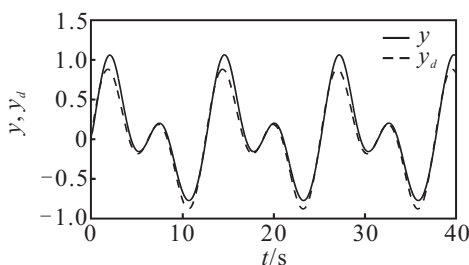


图 1 输出 y 和跟踪的期望轨迹 y_d

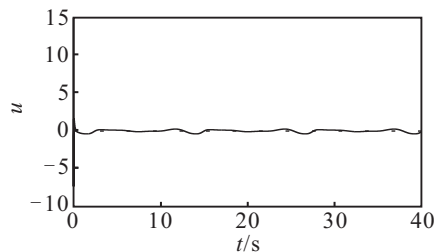


图 2 控制信号 u

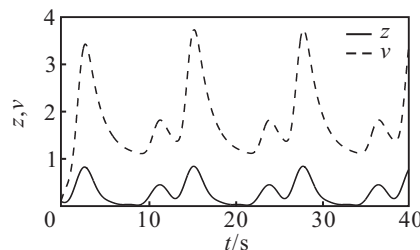


图 3 未建模动态 z 和动态信号 v

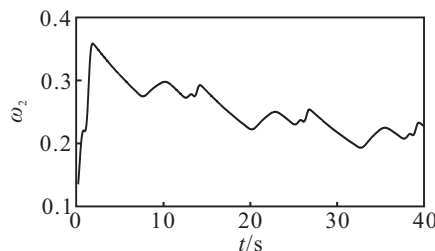


图 4 一阶滤波器输出 ω_2

5 结 论

本文针对一类带有未建模动态和动态扰动的纯反馈非线性系统, 提出了一种自适应动态面控制新方案. 通过引入一个动态信号克服了不可量测的未建模动态. 适当构造待逼近的未知连续函数, 保证了整个闭环系统中只有一个可调参数在线调节, 减少了计算复杂性. 与现有成果相比, 利用分离技术和 Young's 不等式, 简化了对动态扰动的处理和分析过程, 取消了神经网络逼近误差有界的假设. 理论分析表明闭环系统是半全局一致终结有界的, 仿真结果进一步验证了该方案的有效性.

参考文献(References)

[1] Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict feedback nonlinear systems using backstepping design[J]. Automatica, 2000, 36(12): 1835-1846

[2] Ge S S, Wang C. Adaptive NN control of uncertain nonlinear pure-feedback systems[J]. Automatica, 2002, 38(4): 671-682.

[3] 张天平, 张惠艳, 顾海军. 基于后推设计的直接自适应模糊控制[J]. 控制与决策, 2004, 19(1): 22-26.

(Zhang T P, Zhang H Y, Gu H J. Direct adaptive fuzzy control based on backstepping[J]. Control and Decision, 2004, 19(1): 22-26.)