文章编号: 1001-0920 (2013) 09-1389-04

需求不确定性对条件风险价值约束库存系统的影响

禹海波

(北京工业大学 经济与管理学院，北京 100124)

摘 要: 研究风险偏好和需求不确定性对库存系统的影响, 证明最优订货量和最优利润关于缺货惩罚成本和风险水平的单调性. 利用随机比较方法证明随机大需求导致较高的最优订货量, 当不考虑缺货惩罚成本时随机大需求导致较高的最优利润; 证明最优利润随需求可变性增加而减少, 并给出相应的充分条件与充分必要条件; 进一步证明存在一类需求分布, 在一定条件下系统利润随需求可变性增加而增加. 通过数值例子验证了所得研究结果.

关键词: 风险；不确定性；库存系统；广义TTT变换；随机占优

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Impact of demand uncertainty on inventory system with conditional value-at-risk constrain

YU Hai-bo

(School of Economics and Management，Beijing University of Technology，Beijing 100124，China. E-mail: haibo_yu@126.com)

Abstract: The effect of risk aversion and demand uncertainty in inventory system is studied. The monotonicities of the optimal order quantity and optimal profit on penalty cost and risk level are obtained. By using stochastic comparison, larger demand leads to high optimal order quantity, and larger demand leads to higher optimal profit when the penalty cost is set to zero. It is proved that the profit will decrease when the demand variability increases, and the corresponding sufficient conditions and/or necessary and sufficient conditions are given. Furthermore, a class of distributions exist such that larger demand variability leads to higher optimal profit. Several examples are provided to illustrate the obtained results.

Key words: risk；uncertainty；inventory system；generalized TTT transform；stochastic dominance

0 引 言

研究需求为随机且具有条件风险价值 (CVaR) 约束的库存系统, 目的是研究决策者的风险态度和市场需求的不确定性对系统补货策略和最优利润的影响. 此类研究对企业在面对风险与需求不确定时进行库存决策有较大的帮助.

在实践中, 市场环境的不确定性往往使企业的收益具有风险性, 并且不同的企业对风险的态度也是不同的, 大部分企业因为害怕风险而选择规避风险的行为, 只有搞清楚风险偏好对系统决策的影响, 才可能更好地实现企业运营的目标, 提高运作效率. 文献 [1] 采用期望效用准则研究了风险厌恶对需求依赖价格报童问题的影响. 除期望效用准则外, 条件风险价值 CVaR 也在管理领域具有广泛的应用, 它是一致性风险度量准则, 并且易于计算. 文献 [2] 采用条件风险价值准则研究了风险厌恶情况下一般随机需求依赖销售努力不存在缺货惩罚费用的报童问题, 研究表明决策者的风险厌恶态度总会降低系统的利润, 但并不一定会导致努力水平和订货批量的减小, 这取决于其需求函数的性质. 文献 [2] 指出, 在商业运作中应根据需求函数的性质来确定适当的销售策略, 但其没有分析需求不确定性对系统利润和努力水平的影响.

需求的不确定性对库存系统最优利润 (或最优费用) 的影响是一个非常困难的研究课题. 具有代表性的研究有文献 [3-5]. 直观上看, 库存系统中需求的可变性越大, 需求的方差越大且系统的费用也越高. 文献 [3] 通过引用一类多可变序证明对采用基本存储策略最小化期望费用的库存系统 (至少对许多类需求

收稿日期: 2012-05-31；**修回日期:** 2012-11-13.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(70971001).

作者简介: 禹海波(1965−), 男, 副研究员, 从事供应链不确定性与风险管理、随机服务系统等研究.

分布如正态分布)而言,这一直观看法是正确的. 文献[4]将这一结果推广到(r,q)存储策略的库存系统. 文献[5]通过研究得到了与文献[3]相反的结果,即对于某些需求分布而言,需求的可变性越大,需求的方差越大但系统的费用越低,并且证明了两个库存系统最优费用的充分必要条件与三阶随机占优有关. 文献[6-7]研究了到达或服务的不确定性对排队系统的影响. 文献[8-9]分别研究了库存系统和供应链系统中需求不确定性对系统的影响. 文献[10]对不确定条件下新兴市场扩大投资决策模型进行研究,获得了库存系统关于需求的随机单调性. 文献[11]讨论了需求依赖销售努力供应链的协调问题,给出了具体的随机比较结果. 可变序是研究需求不确定性对系统影响的有用工具,常见的可变序有二阶随机占优(递增凹序)、递增凸序、凸序等. 文献[12]定义了割准则序. 文献[13]通过两个随机变量密度函数之差符号的变换次数引入了多可变序. 关于可变序的比较全面的研究参见文献[14-15].

本文主要创新如下:

1) 在具有条件风险价值约束和缺货惩罚的框架下得到最优订货批量和最优利润的解析表达式,证明了最优利润和最优努力水平关于风险厌恶程度和缺货惩罚成本的单调性.

2) 引入定义在不同支撑概率分布上的一阶、二阶和三阶占优函数,可变函数和广义TTT变换,并证明这些函数或变换满足的关系式.

3) 系统地研究了需求不确定性对系统的影响,包括随机大需求对系统的影响、可变需求对系统的影响和需求可变性对系统相反影响.

4) 详细给出了满足定理中概率分布的3个例子,这些例子不仅有助于理解本文的研究结果,而且有利于库存与供应链管理者根据实际中不同的市场情况进行决策,从而避免了盲目性.

1 模型与最优解

考虑两个单周期单类产品的库存系统,这两个系统除需求的概率分布不同外其余假设均相同. 系统i中需求X_i服从定义在区间$[\underline{\ell}_i,\infty)$上的一般连续型分布, $\underline{\ell}_i \geqslant 0$, X_i的累积分布函数和概率密度函数分别为$F_i(\cdot)$和$f_i(\cdot)$, X_i的均值、方差和变异系数分别为$\boldsymbol{E}[X_i]$, $\mathrm{Var}(X_i) < \infty$和$\mathrm{Cv}(X_i) = \mathrm{Var}(X_i)/(\boldsymbol{E}[X_i])^2$, $i=1,2$. 假设在周期开始时系统中没有库存,零售商决定订购该类产品的数量y. 当需求的实现小于y时,多余的库存有数值s的销售剩余;当需求的实现大于y时,零售商承受缺货损失,单位缺货惩罚费用为b, $b \geqslant 0$. 假定产品在订单下达后可以立即得到,不计固定订货成本,单位产品的订货成本记为c,市场零售价格为p, $p > c > s$. 假设$F_i(\cdot)$严格单调增, X_i的逆分布函数记为$F_i^{-1}(\cdot)$. 零售商是风险规避的,他采用条件风险价值(CVaR)准则,其目标是

$$\max_{y\geqslant 0} \pi_i(y) = \mathrm{CVaR}_\eta(\Pi(y,X_i)). \tag{1}$$

其中

$$\Pi(y,X_i) = \\ p\min(y,X_i) - cy + s(y-X_i)_+ - b(X_i-y)_+, \tag{2}$$

这里$(x)_+ = \max\{x,0\}$,且对所有的$\eta \in (0,1]$,有

$$\mathrm{CVaR}_\eta(Z) = \max_{v\geqslant 0}\Big\{v - \frac{1}{\eta}\boldsymbol{E}[(v-Z)_+]\Big\}. \tag{3}$$

记y_i^*表示零售商的最优订货量,即

$$y_i^* = \arg\max_{y\geqslant 0}\pi_i(y),$$

其中零售商利润函数$\pi_i(y)$由式(1)给出,最优利润为$\pi_i(y_i^*)$. 下面给出系统最优订货量和最优利润的表达式,证明系统最优订货量和最优利润关于缺货惩罚成本和风险厌恶水平的单调性.

定理 1 考虑问题(1),假设X_i是定义在区间$[\underline{\ell}_i,\infty)$上的连续型随机变量,单位缺货惩罚费用$b \geqslant 0$,则:

1) 系统i的最优订货批量为

$$y_i^* = \{(p-s)F_i^{-1}(\gamma) + bF_i^{-1}(\tilde{\gamma})\}/(p+b-s), \tag{4}$$

其中

$$\gamma = \rho\eta,\ \tilde{\gamma} = \rho\eta + 1 - \eta, \\ \rho = (p+b-c)/(p+b-s). \tag{5}$$

2) 系统i的最优利润为

$$\pi_i(y_i^*) = \{(p-s)\tilde{T}_i(\gamma) + b\tilde{T}_i(\tilde{\gamma}) - b\boldsymbol{E}[X_i]\}/\eta, \tag{6}$$

其中

$$\widetilde{T}_i(\alpha) = \int_{\underline{\ell}_i}^{F_i^{-1}(\alpha)}(\alpha - F_i(x))\mathrm{d}x + \alpha\underline{\ell}_i,\ \alpha \in [0,1] \tag{7}$$

称为X_i的广义TTT变换.

3) 当$b=0$时,最优订货批量y_i^*在$(0,1]$上是η的单调增函数;当$b>0$时, y_i^*在$[0,\infty)$上是b的单调增函数;如果X_i有IFR分布且$0 < b \leqslant \eta(p-c)/(1-\eta)$,则$y_i^*$在$(0,1]$上是$\eta$的单调增函数.

4) 最优利润$\pi_i(y_i^*)$在$[0,\infty)$上是b的单调减函数,在$(0,1]$上是η的单调增函数.

注 1 定理1表明风险中性模型的最优利润是风险规避模型最优利润的上界,这与直观看法一致.

2 需求不确定性对系统的影响

对于定义在不同区间$[\underline{\ell}_1,\infty)$和$[\underline{\ell}_2,\infty)$上的随机变量$X_1$和$X_2$,对任意$t \in [\underline{\ell}_1 \wedge \underline{\ell}_2,\infty)$,记

$$H^1(t) = F_2(t) - F_1(t), \tag{8}$$

$$H^2(t)=\int_{\underline{\ell}_2}^t F_2(x)\mathrm{d}x-\int_{\underline{\ell}_1}^t F_1(x)\mathrm{d}x, \tag{9}$$

$$H^3(t)=\int_{\underline{\ell}_2}^t\int_{\underline{\ell}_2}^x F_2(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}x-\int_{\underline{\ell}_1}^t\int_{\underline{\ell}_1}^x F_1(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}x, \tag{10}$$

$$V(t)=\int_{\underline{\ell}_2}^t xF_2(x)\mathrm{d}x-\int_{\underline{\ell}_1}^t xF_1(x)\mathrm{d}x. \tag{11}$$

其中: $H^k(t)$ 和 $V(t)$ 分别称为对应于随机变量 X_1 和 X_2 的 k 阶占优函数和可变函数, $k=1,2,3$.

记 $\Delta\widetilde{T}(\gamma)=\widetilde{T}_1(\gamma)-\widetilde{T}_2(\gamma)$, 表示两个 TTT 变换之差, $\gamma\in[0,1]$. 下面给出式 (7) 中广义 TTT 变换、式 (9) 中二阶占优函数、式 (10) 中三阶占优函数以及式 (11) 中可变函数之间的关系式.

定理 2　对于分别定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的随机变量 X_1 和 X_2, 对于任意 $\alpha\in[0,1]$, 有:

1) $H^2(F_2^{-1}(\alpha))\leqslant\Delta\widetilde{T}(\alpha)\leqslant H^2(F_1^{-1}(\alpha))$; (12)

2) $\boldsymbol{E}[X_1^2]-\boldsymbol{E}[X_2^2]=2V(\infty)$; (13)

3) 如果 $\boldsymbol{E}[X_1]>\boldsymbol{E}[X_2]$, 则

$$V(\infty)<0\Rightarrow \mathrm{Cv}(X_1)<\mathrm{Cv}(X_2); \tag{14}$$

4) 如果 $\boldsymbol{E}[X_1]=\boldsymbol{E}[X_2]$, 则 $V(\infty)=-H^3(\infty)$ 且

$$\mathrm{Var}(X_1)-\mathrm{Var}(X_2)=-2H^3(\infty). \tag{15}$$

下面给出采用占优函数定义一阶、二阶和三阶随机占优.

定义 1　对于分别定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的随机变量 X_1 和 X_2, 由对应于这两个随机变量的一阶、二阶和三阶占优函数 (8), (9) 和 (10) 给出, 如果 $H^n(t)\geqslant 0$ 对所有的 $t\in[\underline{\ell}_1\wedge\underline{\ell}_2,\infty)$ 都成立, 则称 X_1 在 n 阶随机占优意义下比 X_2 大, 记为 $X_1\geqslant_{n-SD}X_2$, $n=1,2,3$. 特别地, 一阶随机占优又称随机大.

下面定理证明了随机大需求导致较高的最优订货量, 在不考虑缺货惩罚条件下, 随机大需求导致较高的最优利润, 证明可根据定理 1 和一阶随机占优的定义得到.

定理 3　对于分别定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的随机变量 X_1 和 X_2, 有:

1) 假设 $b\geqslant 0$, 有

$$X_1\geqslant_{1-SD}X_2\Rightarrow y_1^*\geqslant y_2^*,\ \forall\eta,\rho\in(0,1);$$

2) 假设 $b=0$, 有

$$X_1\geqslant_{1-SD}X_2\Rightarrow \pi_1(y_1^*)\geqslant\pi_1(y_2^*),\ \forall\eta,\rho\in(0,1).$$

下面定理给出了在二阶随机占优意义下比较需求分布不同的两个系统最优利润的充分条件或充分必要条件, 证明可根据定理 2 和二阶随机占优的定义得到.

定理 4　对于分别定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的随机变量 X_1 和 X_2, 假设 $\boldsymbol{E}[X_1]=\boldsymbol{E}[X_2]$, $b\geqslant 0$, 则:

1) $X_1\geqslant_{2-SD}X_2$ 且 $H^3(\infty)>0\Rightarrow\pi_1(y_1^*)>\pi_1(y_2^*)$, $\forall\eta,\rho\in(0,1)$, 且 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$.

2) 当 $b=0$ 时, $X_1\geqslant_{2-SD}X_2$ 且 $H^3(\infty)>0\Leftrightarrow\pi_1(y_1^*)>\pi_1(y_2^*),\forall\eta,\rho\in(0,1]$, 且 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$.

3) 当 $\eta=1,b\geqslant 0$ 时, $X_1\geqslant_{2-SD}X_2$ 且 $H^3(\infty)>0\Leftrightarrow\pi_1(y_1^*)>\pi_1(y_2^*)$, $\forall\rho\in(0,1)$, 且 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$.

$S(\varphi(\cdot))$ 表示实值函数 $\varphi(\cdot)$ 的正负符号的变化次数, 例如"$S(H^2(\cdot))=1$ 的符号序列为 $+,-$"表示存在 $t_0\in[\underline{\ell}_1\wedge\underline{\ell}_2,\infty)$ 使得当 $t\in[\underline{\ell}_1\wedge\underline{\ell}_2,t_0)$ 时, $H^2(t)>0$; 当 $t\in(t_0,\infty)$ 时, $H^2(t)<0$.

下面的定理将证明存在一类分布系统的最优利润随需求可变性的增加而增加, 证明可根据定理 2 和二阶占优函数的定义得到.

定理 5　对于分别定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的随机变量 X_1 和 X_2, 假设 $\boldsymbol{E}[X_1]=\boldsymbol{E}[X_2]$, $b\geqslant 0$, 有:

1) 当 $b=0$ 时, $S(H^2(\cdot))=1$ 符号序列为 $+,-$ 且 $H^3(\infty)>0\Leftrightarrow$ 存在 $\eta_0,\rho_0\in(0,1)$, 有: $\pi_1(y_1^*)>\pi_1(y_2^*)$, $\gamma\in(0,\eta_0\rho_0)$; $\pi_1(y_1^*)<\pi_1(y_2^*)$, $\gamma\in(\eta_0\rho_0,1)$ 且 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$.

2) 当 $\eta=1,b>0$ 时, $S(H^2(\cdot))=1$ 符号序列为 $+,-$ 且 $H^3(\infty)>0\Leftrightarrow$ 存在 $\rho_0\in(0,1)$, 有: $\pi_1(y_1^*)>\pi_1(y_2^*)$, $\rho\in(0,\rho_0)$; $\pi_1(y_1^*)<\pi_1(y_2^*),\rho\in(\rho_0,1)$ 且 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$.

3　数值例子

例 1　假设两个系统中的需求 X_1 和 X_2 服从定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的截尾指数分布, 记为 $X_i\sim\mathrm{Exp}(\underline{\ell}_i,\lambda_i)$, X_i 的累积分布函数为 $F_i(t)=1-\mathrm{e}^{-\lambda_i(t-\underline{\ell}_i)}$, $i=1,2$. 经计算有

$$F_i^{-1}(\alpha)=\underline{\ell}_i-\log(1-\alpha)/\lambda_i,$$

$$\tilde{T}_i(\alpha)=\alpha\underline{\ell}_i+(\alpha+(1-\alpha)\log(1-\alpha))/\lambda_i,$$

$\alpha\in(0,1)$. 因为 X_i 的失效率函数 $r_i(t)=\lambda_i$ 为单调增函数, 所以当 $0<b\leqslant\eta(p-c)/(1-\eta)$ 时, y_i^* 在 $(0,1]$ 上是 η 的单调增函数, 即定理 1 的 3) 成立. 另一方面, 假设 $\underline{\ell}_1=\underline{\ell}_2$, 则有 $X_1\geqslant_{1-SD}X_2$ 当且仅当 $\lambda_1\leqslant\lambda_2$. 条件 $\underline{\ell}_1=\underline{\ell}_2$ 和 $\lambda_1\leqslant\lambda_2$ 保证定理 3 中结论成立, 即随机大需求保证有较高最优订货量, 在 $b=0$ 时, 随机大需求导致较高的最优利润.

例 2　考虑例 1 中两个随机变量 X_1 和 X_2, $X_i\sim\mathrm{Exp}(\underline{\ell}_i,\lambda_i)$, $i=1,2$. $\boldsymbol{E}[X_1]=\boldsymbol{E}[X_2]$ 当且仅当 $\underline{\ell}_1-\underline{\ell}_2=1/\lambda_2-1/\lambda_1$. 均值相等条件下 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$ 当且仅当 $\underline{\ell}_1>\underline{\ell}_2$, 此时 $H^3(\infty)=(\underline{\ell}_1-\underline{\ell}_2)((\underline{\ell}_1-\underline{\ell}_2)/2+1/\lambda_1)>0$; 均值相等条件下, $H^2(t)\geqslant 0$ 对所有 $t\in[\underline{\ell}_1\wedge\underline{\ell}_2,\infty)$ 成立当且仅当 $\underline{\ell}_1\geqslant\underline{\ell}_2$; 均值相等条件下,

$\tilde{T}_1(\alpha) > \tilde{T}_2(\alpha)$ 对所有 $\alpha \in (0,1)$ 成立当且仅当 $\ell_1 \geqslant \ell_2$. 另一方面, $\boldsymbol{E}[X_1] > \boldsymbol{E}[X_2]$ 当且仅当 $\ell_1 - \ell_2 > 1/\lambda_2 - 1/\lambda_1$. 当 $\ell_1 - \ell_2 > 1/\lambda_2 - 1/\lambda_1 > 0$ 时, 有 $H^2(t) \geqslant 0$ 对所有 $t \in [\ell_1 \wedge \ell_2, \infty)$ 成立, 且 $\tilde{T}_1(\alpha) > \tilde{T}_2(\alpha)$ 对所有 $\alpha \in (0,1)$ 成立. 即定理 4 中结论成立.

例 3 记 $\log N(1,-0.1,0.2)$ 表示左支撑为 $\ell_1 = 1$, 参数为 $m = -0.1, \tau = 0.2^{1/2}$ 的截尾对数正态分布, $\mathrm{Gam}(1,4,4)$ 表示左支撑为 $\ell_2 = 1$, 参数为 $\lambda = \theta = 4$ 的截尾伽玛分布. 它们的累积分布函数为

$$F_1(t) = \varPhi(0.2^{-1/2}(\log(t-1)+0.1)),$$

$$F_2(t) = \int_0^{4(t-1)} x^3 \mathrm{e}^{-x} \mathrm{d}x / \varGamma(4),\ t \in [1,\infty).$$

这两个分布满足:

1) 均值相等, 且 $\mathrm{Var}(X_1) < \mathrm{Var}(X_2)$;

2) $S(H^2(\cdot)) = 1$ 且符号序列为 $+,-$, 即存在 $t_0 \in (0.280, 0.281)$, 当 $t \in (1, t_0)$ 时, 有 $H^2(t) > 0$, 当 $t \in (t_0, \infty)$ 时, 有 $H^2(t) < 0$;

3) $H^3(t)$ 对所有的 $t \in [1,\infty)$ 都成立, 且 $H^3(\infty) = 0.0143 > 0$;

4) 存在 $\alpha_0 \in (0.93, 0.94)$, 当 $\alpha \in (0, \alpha_0)$ 时, 有 $\widetilde{T}_1(\alpha) > \widetilde{T}_2(\alpha)$, 当 $\alpha \in (\alpha_0, 1)$ 时, 有 $\widetilde{T}_1(\alpha) < \widetilde{T}_2(\alpha)$;

5) 定理 5 中的条件满足.

图 1 和图 2 分别给出了对应于这两个分布的二阶占优函数和广义 TTT 变换之差曲线.

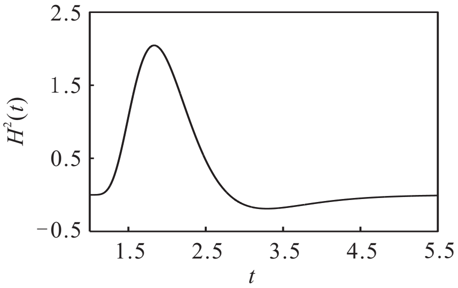

图 1 对数正态与伽玛分布的二阶占优函数曲线

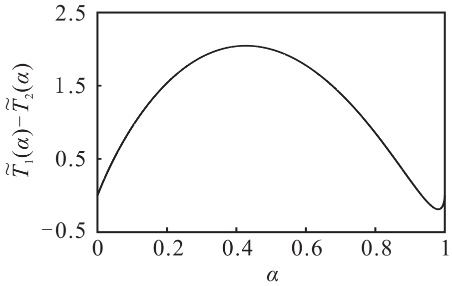

图 2 对数正态与伽玛分布的广义 TTT 变换之差曲线

4 结 论

本文研究风险偏好和需求不确定性对库存系统策略和利润的影响, 得到了在一阶随机占优和二阶随机占优意义下比较系统最优利润的充分条件和充分必要条件, 证明了存在一类需求分布系统的利润随需求可变性增加而增加. 值得进一步研究的问题包括: 效用准则下库存系统的随机比较和与条件风险价值有关的其他准则下供应链系统的随机比较等.

参考文献(References)

[1] Agrawal V, Seshadri S. Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem[J]. Manufaeturing & Service Operations Management, 2000, 2(4): 410-422.

[2] 禹海波, 杨传平. 在供应链角度下风险厌恶对需求依赖销售努力报童问题的影响[J]. 中国市场, 2011 (23): 7-8.
(Yu H B, Yang C P. The effect of risk aversion on newsvendor problem with demand dependent sales effort under supply chain[J]. China Market, 2011 (23): 7-8.)

[3] Song J. The effect of leadtime uncertainty in simple stochastic inventory model[J]. Management Science, 1994, 40(5): 603-613.

[4] Song J S, Zhang H Q, Hou Y M, et al. The effect of lead time and demand uncertainties in (r, q) inventory systems[J]. Operations Research, 2010, 58(1): 68-80.

[5] Ridder A, Van Der Laan E A, Salomon M. How larger demand variability may lead to lower costs in the newsboy problem[J]. Operations Research, 1998, 46(6): 934-936.

[6] Hai-Bo Yu, Qi-Ming He, Hanqin Zhang. Convexity of some functions associated with denumerable-state-space Markov chains and applications to queuing systems[J]. Probability in the Engineering and Information Sciences, 2006, 20(4): 67-86.

[7] 禹海波, 何启明, 张汉勤. 成批到达排队系统的随机比较[J]. 应用数学学报, 2006, 29(3): 398-404.
(Yu H B, He Q M, Zhang H Q. Stochastic comparison on queueing system with batch arrival[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2006, 29(3): 398-404.)

[8] 禹海波. 具有不确定性产出库存系统的随机比较[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(7): 105-112.
(YU H B. Stochastic comparison on inventory system with yield uncertainty[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2005, 25(7): 105-112.)

[9] Hai-Bo Yu, Chuanping Yang. The wholesale price contract under the conditional value-at-risk criterion[C]. 2010 Int Conf on Management Science and Information Engineering. Zhengzhou, 2010: 231-235.

[10] 禹海波. 管理方法论[M]. 北京: 中国财政经济出版社, 2008.
(Yu H B. Management methodology[M]. Beijing: China Financial & Economic Publishing House, 2008.)

(下转第1398页)