

文章编号: 1001-0920(2013)06-0953-04

自主式智能体有限时间停车问题及控制策略设计

杨 雪, 唐功友, 盖绍婷

(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘 要: 提出自主式智能体在有限时间内的停车控制问题. 基于极坐标系下自主式智能体的非线性运动模型, 将智能体运动控制系统分解为原地转动的线性系统和直线运动、转动结合的弱非线性系统两种形式. 利用 Lyapunov 设计方法, 得到在有限时间内智能体到达给定停车区域的切换控制律, 并给出到达给定区域所需时间的估算公式. 仿真算例表明了所提出控制方法的有效性.

关键词: 自主式智能体; 停车问题; Lyapunov 方法; 切换控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Parking problem of autonomous agents in finite time and control strategy design

YANG Xue, TANG Gong-you, GAI Shao-ting

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China. Correspondent: TANG Gong-you, E-mail: gtang@ouc.edu.cn)

Abstract: This paper proposes a parking problem of autonomous agents in finite time. Based on the nonlinear motion model of the agent in polar coordinates, the motion control system of the agent is divided into two types: the linear system of rotation and the weakly nonlinear system of rectilinear motion together with rotation. The switching control laws are designed to guarantee that the agent can reach a given parking domain in finite time by using the Lyapunov designing method. The evaluating formula of the finite time is obtained. A simulation example shows the effectiveness of the designing method.

Key words: autonomous agents; parking problem; Lyapunov method; switch control

0 引 言

自主式智能体作为一种典型的非完整约束系统, 其控制问题一直是研究的热点. 根据控制目标不同, 自主式智能体的运动控制分为点镇定、路径跟踪和轨迹跟踪. 点镇定作为其中基本的控制问题之一, 引起学者们的广泛关注. 文献[1]利用状态空间反馈线性化的方法解决移动机器人的点镇定; [2]采用模糊思想建立模糊规则, 实现机器人的点镇定; [3]基于图式理论的仿人智能控制理论, 设计了一种可以完成机器人点镇定控制的智能控制器; [4]将神经网络运用到控制器的设计中, 达到点镇定的目的; [5]设计了一种基于人工势场法的点镇定控制器; [6]利用横截函数方法研究机器人的点镇定; [7]采用 Lyapunov 设计法, 针对极坐标系下机器人模型, 得到了光滑的点镇定控制律. 尽管这些方法各不相同, 但其研究均从初始条

件出发, 当时间 t 趋于无穷大时, 机器人渐近稳定到目标位置, 这在实际中难以实现, 且上述文献中对于智能体到达目标位置的时间没有要求.

在实际中, 有时要求智能体在有限时间内到达某一区域, 为此本文拓展了点镇定的设计目标, 提出智能体在有限时间内的停车控制问题, 即设计控制策略使智能体在有限时间内停靠在预先给定的停车区域内. 通过引入参数调节智能体到达目标区域的大小, 而不再局限于某一点, 并得到到达目标区域所需有限时间的估算方法, 同时设计出智能体在有限时间内完成各个控制目标的切换控制律.

1 问题描述

1.1 自主式智能体模型

本文考虑在水平面运动的自主式智能体, 如图 1 所示. 图 1 中, 自主式智能体的常见运动学模型为^[8]

收稿日期: 2012-06-14; 修回日期: 2012-10-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074092); 山东省自然科学基金项目(ZR2010FM019).

作者简介: 杨雪(1980—), 女, 讲师, 博士生, 从事非线性系统的研究; 唐功友(1953—), 男, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统、非线性系统、网络控制的分析和综合等研究.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 \\ \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中: x, y 为智能体在惯性坐标系 $\{I\}$ 中的位置坐标; ψ 为智能体的方位角, 即其前进方向与 x 轴的夹角 ($-\pi < \psi \leq \pi$), 逆时针转动取正值; u 和 ω 分别为智能体载体坐标系 $\{B\}$ 相对于惯性坐标系 $\{I\}$ 的线速度和角速度. 智能体满足如下一阶非完整性约束条件:

$$\dot{x} \sin \psi - \dot{y} \cos \psi = 0. \quad (2)$$

式(1)表明, 当 $u = \omega = 0$ 时, 智能体静止不动; 当 $u = 0$ 且 $\omega \neq 0$ 时, 智能体原地转动; 当 $\omega = 0$ 且 $u \neq 0$ 时, 智能体沿线速度 u 的方向直线运动; 当 $u \neq 0$ 且 $\omega \neq 0$ 时, 智能体直线运动且转动; 式(2)表明智能体只有前后直线运动和转动, 不能左右横向运动.

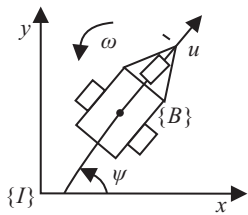


图 1 自主式智能体模型

1.2 极坐标系下的自主式智能体模型

建立极坐标系如图 2 所示, M 为智能体重心, O 为极点, OM 所在的射线为极轴; r 为重心 M 与极点 O 之间的距离, $r > 0$; α 为智能体线速度 u 与距离 r 之间的角度, 定义极轴逆时针旋转的角度为正角, $-\pi < \alpha \leq \pi$; θ 为 r 与 x 轴的夹角, $-\pi < \theta \leq \pi$.

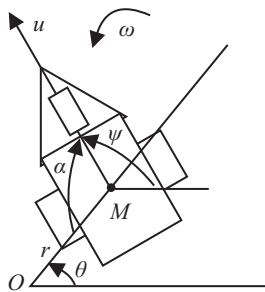


图 2 极坐标系下模型

相对于极点 O , 智能体本体坐标为

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta. \quad (3)$$

由图 2 和式(3)可以得到极坐标系下的系统变量有如下关系:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \alpha = \psi - \theta + \pi. \quad (4)$$

极坐标系下的智能体系统方程为

$$\dot{r} = u \cos \alpha, \quad \dot{\psi} = \omega, \quad \dot{\alpha} = \omega - u \frac{\sin \alpha}{r}. \quad (5)$$

本文的目的是设计控制输入 u 和 ω 使得智能体在有限时间 T 内满足 $r(T) \in \Delta$, 其中 $\Delta = \{r \mid 0 \leq$

$r \leq \epsilon, \epsilon > 0\}$. 这一设计目标类似于将汽车停于停车场指定停车位中, 故又称为停车问题.

注 1 在极坐标系下建立系统方程, 由于状态在 $r = 0$ 处是奇异的, 表明系统在 $r = 0$ 处失去了维数的概念^[9], 这样即可避开 Brockett 必要条件中对于维数的限制, 从而使设计光滑时不变的控制律成为可能.

注 2 本文给出的设计目标不同于点镇定^[10]. 点镇定是指给定任意初始条件, 设计合适的控制律, 使智能体在 $t \rightarrow \infty$ 时以给定的方位角到达期望的目标点. 文献[11]将其放宽至只需到达期望位置即可, 对方位角没有要求. 本文通过引入参数 ϵ 调节目标区域的大小, 得到在有限时间内到达指定位置的切换控制律, 此设计具有更大的实际意义.

2 控制器设计和有限时间的估算

本节采用将任务分解的方案, 分阶段完成控制任务. 具体可将任务分为智能体原地转动和直线运动、转动结合两种, 控制目标的完成视初始条件的不同将上述任务有机结合. 具体实施方案为: 当 $-\pi < \alpha < -\pi/2$ 或 $\pi/2 < \alpha \leq \pi$ 且 $r > \epsilon$ 时, 智能体原地转动, 使方位角转到 $\alpha = \pi/2$ 或 $\alpha = -\pi/2$ 的位置; 当 $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ 且 $r > \epsilon$ 时, 智能体直线运动和转动相结合并在有限时间内到达区域 Δ . 这样根据不同的初始条件分情况设计控制器, 从而得到切换控制律.

为了表述方便, 引入 $z = [r, \psi, \alpha]^T$, $z_0 = [r_0, \psi_0, \alpha_0]^T$, 其中 z_0 表示初始时刻 t_0 时的状态变量. 下面根据不同的初始条件设计控制器.

2.1 $-\pi < \alpha < -\pi/2$ 或 $\pi/2 < \alpha \leq \pi$ 且 $r > \epsilon$ 的情形

令 $u = 0$, 设计输入 ω 使智能体在有限时间内到达 $\alpha = \pi/2$ 或 $\alpha = -\pi/2$ 的位置, 这时系统转化为线性系统, 此种情况下选取 Lyapunov 函数 $V_1 = \alpha^2/2$, 则 $\dot{V}_1|_{(5)} = \alpha \dot{\alpha} = \alpha \omega$. 取 $\omega = -k_1 \alpha, k_1 > 0$, 于是有 $\dot{V}_1|_{(5)} = -k_1 \alpha^2 < 0$, 由 Lyapunov 稳定性定理得到当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\alpha \rightarrow 0$. 这样当 $-\pi < \alpha < -\pi/2$ 或 $\pi/2 < \alpha \leq \pi$ 时, 智能体在有限时间内必能到达 $\alpha = \pi/2$ 或 $\alpha = -\pi/2$ 的位置.

给出这一过程所需有限时间的求法. 令

$$\eta_{\min} = \min[-\dot{V}(z, t)/V(z, t)], \quad (6)$$

于是

$$V(z, t) \leq V(z_0, t_0) e^{-\eta_{\min}(t-t_0)}, \quad (7)$$

其中 $V(z_0, t_0)$ 对应于时间 $t = t_0$ 时从状态 z_0 出发的 V 的初始值. 则系统到达 $V(z, t)$ 的时间小于等于 $t - t_0$, 即

$$t - t_0 \leq -\frac{1}{\eta_{\min}} \ln \frac{V(z, t)}{V(z_0, t_0)}. \quad (8)$$

根据式(8)可以求得当 $-\pi < \alpha < -\pi/2$ 或 $\pi/2 < \alpha \leq$

π 且 $r > \epsilon$ 时, 智能体到达 $\alpha = \pi/2$ 或 $\alpha = -\pi/2$ 的位置时所需的时间

$$T_1 = -\frac{1}{\eta_{\min}} \ln \frac{V(z, t)}{V(z_0, t_0)}.$$

2.2 $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ 且 $r > \epsilon$ 的情形

此种情况下选取 Lyapunov 函数 $V_2 = (r^2 + \alpha^2)/2$, 则有

$$\dot{V}_2|_{(5)} = r\dot{r} + \alpha\dot{\alpha} = ru \cos \alpha + \alpha \left(\omega - u \frac{\sin \alpha}{r} \right).$$

设计控制输入使智能体在有限时间内到达区域 Δ , 取

$$\begin{cases} u = -k_2 r \cos \alpha, \\ \omega = -k_2 \sin \alpha \cos \alpha - k_3 \alpha, \end{cases} \quad (9)$$

其中 $k_i > 0 (i = 2, 3)$. 则有

$$\dot{V}_2|_{(5)} = -k_2 r^2 \cos^2 \alpha - k_3 \alpha^2 < 0.$$

同样由 Lyapunov 稳定性定理得到当 $t \rightarrow \infty$ 时, $r \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$, 则智能体在此控制策略下, 在有限时间内必能到达区域 Δ .

为了求出智能体到达区域 Δ 这一过程所需的时间, 先给出如下引理.

引理 1 当 $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ 时, 有 $2|x|/\pi \leq \sin|x| \leq |x|$.

证明 因为 $2|x|$, $\sin|x|$ 和 $|x|$ 关于 x 都是偶函数, 所以只需证明当 $0 \leq x \leq \pi/2$ 时的情形. 如图 3 所示的四分之一单位圆中, 设圆心角 $\angle AOB = x, 0 \leq x \leq \pi/2, BC \perp OA$.

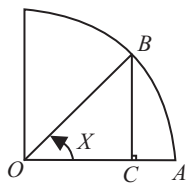


图 3 四分之一单位圆

由图 3 可见, $\sin x = CB, x = \widehat{AB}$, 容易得出 $\sin x \leq x, 0 \leq x \leq \pi/2$. 令 $f(x) = \sin x - 2x/\pi$, 显然有 $f(0) = 0, f(\pi/2) = 0$. 应用微分中值定理, 至少存在一点 $\xi \in (0, \pi/2)$, 使得 $f'(\xi) = \cos \xi - 2/\pi = 0$. 又因为

$$f''(x) = -\sin x < 0, 0 < x < \pi/2,$$

所以 $f(x)$ 在区间 $(0, \pi/2)$ 内是上凸函数, 且有

$$f(x) > 0, 0 < x < \pi/2,$$

即 $\sin x \geq 2x, 0 \leq x \leq \pi/2$, 当 $x = 0$ 或 $x = \pi/2$ 时等号成立. \square

将式 (9) 代人 (5) 得到如下闭环系统:

$$\begin{cases} \dot{r} = -k_2 r \cos^2 \alpha, \\ \dot{\psi} = -k_2 \sin \alpha \cos \alpha - k_3 \alpha, \\ \dot{\alpha} = -k_3 \alpha. \end{cases} \quad (10)$$

由式 (10) $\dot{\alpha} = -k_3 \alpha$ 可得

$$\alpha = \alpha_0 e^{-k_3 t}. \quad (11)$$

将式 (11) 代入 (10) 的第 1 式, 且从 0 到 T_2 积分可得

$$r(T_2) = r_0 e^{-k_2 \int_0^{T_2} \cos^2(\alpha_0 e^{-k_3 t}) dt}, \quad (12)$$

其中 T_2 表示智能体在此时刻满足 $r(T_2) \in \Delta$.

定理 1 给定初始误差距离 r_0 , 对于任意给定的 $-\pi/2 \leq \alpha_0 \leq \pi/2$, 自主式智能体在控制律 (9) 的作用下, 经过有限时间 T_2 使 $r(T_2) \in \Delta$, 其中

$$T_2 = \frac{1}{k_2} \ln \frac{r_0}{\epsilon} + \frac{\alpha_0^2}{2k_3}. \quad (13)$$

证明 由引理 1, 当 $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ 时, 有

$$1 - \alpha^2 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 - \frac{4\alpha^2}{\pi^2}. \quad (14)$$

根据式 (12) 和 (14), 因为 $-\pi/2 \leq \alpha_0 \leq \pi/2$, 所以有

$$r(T_2) \leq r_0 e^{-k_2 \int_0^{T_2} (1 - \alpha_0^2 e^{-2k_3 t}) dt} \leq r_0 e^{-k_0 \left(T_2 - \frac{\alpha_0^2}{2k_3} \right)}.$$

若要 $r(T_2) \in \Delta$, 即 $r(T_2) \leq \epsilon$, 则只需要

$$r_0 e^{-k_2 \left(T_2 - \frac{\alpha_0^2}{2k_3} \right)} = \epsilon. \quad (15)$$

由式 (15) 可推得 (13) 成立. \square

综上, 智能体的切换控制律设计方案如下: 当 $-\pi < \alpha < -\pi/2$ 或 $\pi/2 < \alpha \leq \pi$ 且 $r > \epsilon$ 时, 设计控制输入

$$u = 0, \omega = -k_1 \alpha. \quad (16)$$

当 $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ 且 $r > \epsilon$ 时, 设计控制输入

$$u = -k_2 r \cos \alpha, \omega = -k_2 \sin \alpha \cos \alpha - k_3 \alpha. \quad (17)$$

其中 $k_i > 0, i = 1, 2, 3$.

智能体根据初始条件, 采用上述切换控制律可以保证在有限时间内完成目标任务.

3 仿真算例

给定初始条件 $r_0 = 100, \alpha_0 = 3\pi/4, \psi_0 = 5\pi/6$, 参数 $\epsilon = 0.1$, 选取控制器增益 $k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = 4$, 采用本文提出的控制器设计方案, 可以保证智能体在有限时间 T 内满足 $r(T) \in \Delta = \{r \mid 0 \leq r \leq 0.1\}$.

由于初始条件中 $\alpha_0 = 3\pi/4$, 先采用控制律 (16) 使智能体转到 $\alpha_1 = \pi/2$ 的位置, 此阶段经历的时间为

$$T_1 = -\frac{1}{\eta_{\min}} \ln \frac{V(z, t)}{V(z_0, t_0)} = \frac{1}{k_1} \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_1} = 0.2027 \text{ s}.$$

然后采用控制律 (17) 使 r 由 100 变为 0.1, 由定理 1 可得这一阶段所经历的时间为

$$T_2 = \frac{1}{k_2} \ln \frac{r_0}{\epsilon} + \frac{\alpha_0^2}{2k_3} = 3.8651 \text{ s}.$$

即经过 $T = T_1 + T_2 = 4.0687 \text{ s}$, 智能体满足 $r(T) \in \Delta$.

从该算例中可以看出, 智能体在有限时间 T 内到达目标位置, 且通过调节参数 ϵ 可以得到不同的目标位置, 从而满足不同的实际需求.

4 结 论

本文研究了自主式智能体的停车问题,即设计控制策略使智能体在有限时间内停靠在预先给定的停车区域内.建立极坐标系下的误差方程,通过引入可以调节区域大小的参数,拓展点镇定的设计目标,将智能体运动控制系统分解.利用 Lyapunov 设计方法,得到了有限时间内到达预定区域的切换控制律,并给出有限时间的估算方法.设计的控制律较为简单,易于实现,且可以通过调节参数得到不同的目标区域.仿真算例表明了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Park K, Chung H, Lee J G. Point stabilzation of mobile robots via state space exact feedback linearization[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2000, 16(5): 353-363.
- [2] Baturone I, Moreno-velo F J, Sanchez-solan S, et al. Automatic design of fuzzy controllers for car like autonomous robots[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2004, 12(4): 447-465.
- [3] 王牛, 李祖枢. 一种两轮轮式机器人点镇定智能控制实现[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(4): 437-443.
(Wang N, Li Z S. Realization of point stabilization intelligence control for two-wheel robot[J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(4): 437-443.)
- [4] Fierro R, Lewis F. Robust practical point stabilization of a nonholonomic mobile robot using neural networks[J]. J of Intelligent and Robotics Systems, 1997, 20(2): 295-317.
- [5] Xu H L, Li J H, Wu X D, et al. Point stabilization of wheeled mobile robots based on artificial potential field and genetic algorithm[C]. Proc of the 3rd Int Conf on Natural Computation. Haiko: IEEE, 2007: 13-17.
- [6] Morin P, Smaon C. Control of nonholonomic mobile robots based on the transverse function approach[J]. IEEE Trans on Robotics, 2009, 25(5): 1058-1073.
- [7] Aicardi M, Casalino G, Bicchi A, et al. Closed loop steering of unicycle-like vehicles via Lyapunov techniques[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 1995, 2(1): 27-35.
- [8] Kanayama Y, Kimura Y, Miyazaki F, et al. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot[C]. Proc of IEEE Conf on Robotics and Automation. Cincinnati: IEEE, 1990, 1: 384-389.
- [9] Indiveri G. Kinematic time-invariant control of 2D nonholonomic vehicle[C]. Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control. Arizona, 1999, 3: 2112-2117.
- [10] Samson C. Control of chained system application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(1): 64-76.
- [11] D'andrea-novel B, Campion G, Bastin G. Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization[J]. Int J of Robotics Research, 1995, 14(6): 543-559.

(上接第952页)

- [2] 李晓峰, 罗佑新. 苧麻纤维细度测试的灰色优化 GM(1,2)模型与误差分析[J]. 应用科学学报, 2003, 21(1): 25-29.
(Li X F, Luo Y X. The grey optimum model for the test of the fineness of ramie fiber and its error analysis[J]. J of Applied Sciences, 2003, 21(1): 25-29.)
- [3] 高宗强. 岚河流域径流中长期 GM(1,2)时滞预测模型[J]. 太原理工大学学报, 2006, 37(1): 71-73.
(Gao Z Q. GM(1,2) time-lag model of mid-long term runoff forecasting on lanhe river[J]. J of Taiyuan University of Technology, 2006, 37(1): 71-73.)
- [4] 邓聚龙. 灰色预测与决策[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 31-32.
(Deng J L. Grey forecasting and grey decision[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002: 31-32.)
- [5] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks. Piscataway: IEEE Press, 1995: 1942-1948.