

文章编号: 1001-0920(2013)10-1591-05

## 一类纯反馈力学系统的自适应模糊动态面控制

刘金琨, 郭一

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 针对一类纯反馈形式的不稳定力学系统, 提出自适应模糊动态面控制方法. 在一般动态面控制的设计框架下, 引入模糊系统逼近模型的未知函数, 设计自适应律在线估计模糊系统权参数和模型未知参数, 通过 Lyapunov 方法证明得出闭环系统半全局稳定. 该策略避免了传统反演设计存在的“微分爆炸”现象, 并且解决了纯反馈系统控制设计中通常存在的循环设计问题. 仿真结果表明, 控制系统能够克服不确定性, 且能够简单有效地实现跟踪控制.

**关键词:** 动态面控制; 模糊系统; 自适应控制; 纯反馈系统

**中图分类号:** TP271

**文献标志码:** A

## Adaptive fuzzy dynamic surface control for a class of pure-feedback mechanical systems

LIU Jin-kun, GUO Yi

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China. Correspondent: LIU Jin-kun, E-mail: ljk@buaa.edu.cn)

**Abstract:** An adaptive fuzzy dynamic surface controller is proposed for a class of unstable mechanical systems in pure-feedback form. Under the design framework of general dynamic surface control, fuzzy systems are applied to approximate the unknown nonlinearities of the model. Adaptive laws are designed to estimate the weight values of fuzzy systems and unknown parameters. From Lyapunov stability analysis, it is shown that the control strategy can guarantee the semi-global stability of the closed-loop system. This method eliminates the problem of “explosion of complexity” existing in the traditional backstepping approach and solves the circular design problem existing in pure-feedback control system design. Simulation results show that the control system can overcome the uncertainties and realize the tracking control effectively.

**Key words:** dynamic surface control; fuzzy system; adaptive control; pure-feedback system

### 0 引言

纯反馈系统是一类典型的下三角型系统, 与严格反馈系统不同, 由于结构的特殊性, 这类系统的控制设计中通常存在“循环设计”问题<sup>[1]</sup>和无仿射变量作为虚拟控制信号的困扰. 一种解决方法是利用中值定理获得仿射信号, 然后采用反演设计方法结合神经网络或模糊系统实现控制目标<sup>[2-3]</sup>. 然而, 采用中值定理需要作出若干严格的假设, 这便限制了方法的实际应用<sup>[4]</sup>. 另外, 反演设计由于需要对非线性函数反复求导而存在“微分爆炸”现象, 给高阶系统控制律设计带来不便.

为了克服反演设计的不足, Swaroop 等<sup>[5]</sup>提出了动态面控制. 该方法在每步设计中引入一阶低通滤波器, 避免了反复求导, 大大简化了控制律设计过程. 本

文以一类典型的纯反馈形式力学系统为例, 提出自适应模糊动态面控制, 解决纯反馈控制系统设计中循环设计、无仿射变量等困难, 并避免“微分爆炸”现象, 简化设计过程. 虽然被控对象是特定的物理实例, 但是所提出方法对类似结构的纯反馈系统仍然适用.

### 1 问题描述

给出一种典型的弱耦合不稳定力学系统, 如图 1 所示<sup>[6-7]</sup>. 该系统由光滑水平面上的物块  $M$  和无质量杆支撑的小球  $m$  组成. 物块与墙壁之间由线性弹簧连接, 并满足力学关系  $F = -Ks$ , 物块与小球之间由硬质弹簧连接, 并满足非线性关系  $F = -K_s s^3$ . 其中:  $F$  为弹簧力,  $s$  为弹簧形变量,  $K$  和  $K_s$  为弹性系数. 记物块位移为  $z$ , 摆杆角度为  $\alpha$ , 当  $z = 0$ ,  $\alpha = 0$  时, 弹簧处于自然状态. 控制力  $u$  作用于物块, 系统运动方程

收稿日期: 2012-06-07; 修回日期: 2012-10-03.

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研项目(20121102110008).

作者简介: 刘金琨(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、自适应控制等研究; 郭一(1988-), 男, 硕士生, 从事动态面控制的研究.

为

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= \frac{g}{l} \sin \alpha + \frac{K_s}{ml} (z - l \sin \alpha)^3 \cos \alpha, \\ \ddot{z} &= -\frac{K}{M} z - \frac{K_s}{M} (z - l \sin \alpha)^3 + \frac{1}{M} u. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $l$  为摆杆长度,  $g$  为重力加速度. 假设  $\alpha$  较小, 定义状态  $x_1 = \alpha, x_2 = \dot{\alpha}, x_3 = z, x_4 = \dot{z}$ , 并考虑外界干扰, 由式 (1) 得到状态方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = f_1(x_1, x_3) + \Delta_1(t), \\ \dot{x}_3 &= x_4, \quad \dot{x}_4 = f_2(x_1, x_3) + au + \Delta_2(t), \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{g}{l} x_1 + \frac{K_s}{ml} (x_3 - lx_1)^3, \quad a = \frac{1}{M}, \\ f_2 &= -\frac{K}{M} x_3 - \frac{K_s}{M} (x_3 - lx_1)^3 \end{aligned}$$

均为系统内部不确定性; 外界干扰  $\Delta_1(t)$  和  $\Delta_2(t)$  不一定连续但有界, 即对于正数  $\rho_1$  和  $\rho_2$  满足  $|\Delta_1(t)| \leq \rho_1, |\Delta_2(t)| \leq \rho_2$ ;  $y$  为系统输出. 显然, 式 (2) 是一类纯反馈形式的下三角型系统. 本文控制目标为设计自适应模糊动态面控制, 使得系统输出  $x_1$  跟踪目标轨迹  $x_{1d}$ .

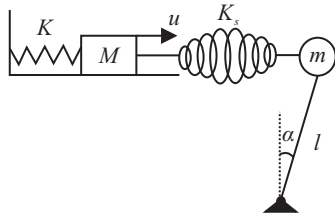


图 1 力学系统示意图

**假设 1** 所有状态均可测得并用于反馈.

**假设 2** 未知正参数  $a$  上下界已知, 即存在已知正数  $a_m$  和  $a_M$  使得  $a_m \leq a \leq a_M$ .

**假设 3** 理想轨迹  $x_{1d}$  有界, 其一阶、二阶导数存在, 并对于正数  $\chi$  满足  $\dot{x}_{1d}^2 + \ddot{x}_{1d}^2 \leq \chi$ .

## 2 模糊系统描述

模糊系统能够有效地逼近任意连续非线性函数, 通常由模糊化、模糊规则库、模糊推理机和解模糊化组成. 考虑一个输入向量 (模糊语言变量集合) 为  $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T \in R^n$ 、输出为  $Y \in R$ 、模糊规则数为  $N$  的模糊系统, 模糊规则库以“若... , 则...”模糊语句为基础构成, 即:

规则  $l$ : 若  $X_1$  是  $A_1^l, X_2$  是  $A_2^l, \dots, X_n$  是  $A_n^l$ ,

则  $Y$  是  $C^l$ ,

其中  $A_j^l$  和  $C^l (j = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, N)$  为模糊语言值集合, 分别由隶属度函数  $\mu_{A_j^l}(X_j)$  和  $\mu_{C^l}(Y)$  表征. 采用单点模糊化、乘积式推理和中心平均解模糊方式的模糊逻辑系统可以表示为

$$Y = \theta^T \xi(X),$$

其中  $\xi(X) = [\beta_1(X), \beta_2(X), \dots, \beta_N(X)]^T \in R^N$  为非线性向量函数,  $\beta_l(X) (l = 1, 2, \dots, N)$  满足

$$\beta_l(X) = \mu_l(X) / \sum_{i=1}^N \mu_i(X), \quad \mu_l(X) = \prod_{j=1}^n \mu_{A_j^l}(X_j).$$

设  $\bar{Y}$  为使隶属度函数  $\mu_{C^l}(\bar{Y}) = 1$  的点 (即最大值点),  $\theta = [\bar{Y}^1, \bar{Y}^2, \dots, \bar{Y}^N]^T \in R^N$  为模糊系统的可调向量.

**引理 1**<sup>[8]</sup> 对于给定的连续实值函数  $f: \Omega \rightarrow R, \Omega \subset R^n$  和任意  $\sigma_M > 0$ , 通过制定合适的模糊规则, 总存在理想权向量  $\theta^* \in R^N$  使得模糊系统  $\theta^{*T} \xi(X)$  足够逼近给定函数  $f$ , 且逼近误差绝对值不大于  $\sigma_M$ , 即

$$f(X) = \theta^{*T} \xi(X) + \sigma^*, \quad X \in \Omega,$$

其中  $\sigma^*$  为逼近误差且满足  $|\sigma^*| \leq \sigma_M$ .

由于权向量  $\theta^*$  未知, 需要设计自适应律在线估计. 仿照文献 [9], 假设  $\theta^*$  有界且存在已知正数  $\theta_M$  使得  $\|\theta^*\| \leq \theta_M$ .

## 3 自适应模糊动态面控制设计

动态面控制与反演设计的不同在于动态面控制设计中每步都引入了低通滤波器, 降低了设计的复杂程度. 自适应模糊动态面控制的设计步骤如下.

**Step 1:** 定义误差表面  $S_1 = x_1 - x_{1d}$  并对其求导, 有

$$\dot{S}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d}. \quad (3)$$

设计虚拟控制为

$$\bar{x}_2 = -c_1 S_1 + \dot{x}_{1d}, \quad (4)$$

其中  $c_1$  为正数. 将  $\bar{x}_2$  输入到时间常数为  $\tau_2$  的一阶低通滤波器, 得到新的状态变量  $x_{2d}$ , 有

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2, \quad x_{2d}(0) = \bar{x}_2(0). \quad (5)$$

**Step 2:** 定义误差表面  $S_2 = x_2 - x_{2d}$  并对其求导, 有

$$\dot{S}_2 = F_1(x_1, x_3) + x_3 + \Delta_1(t) - \dot{x}_{2d}, \quad (6)$$

其中  $F_1(x_1, x_3) = f_1(x_1, x_3) - x_3$ .  $F_1(x_1, x_3)$  的出现是为了获得仿射变量并将其作为虚拟控制信号, 从而避免采用中值定理. 由于  $F_1(x_1, x_3)$  未知, 采用如下模糊系统:

$$F_1(x_1, x_3) = \theta_1^{*T} \xi_1(x_1, x_3) + \sigma_1^*. \quad (7)$$

其中:  $|\sigma_1^*| \leq \sigma_M, \|\theta_1^*\| \leq \theta_M$ . 定义  $\theta_1^T = \theta_1^{*T}, \phi_1 = \xi_1(x_1, x_3)$ , 设计虚拟控制

$$\bar{x}_3 = -\hat{\theta}_1^T \phi_1 - \frac{\rho_1^2 S_2}{2\varepsilon} + \dot{x}_{2d} - c_2 S_2. \quad (8)$$

其中:  $c_2$  为正数;  $\varepsilon$  为任意小的正数;  $\hat{\theta}_1$  为  $\theta_1$  的估计;  $\rho_1^2 S_2 / 2\varepsilon$  为非线性阻尼项, 用于克服外界干扰  $\Delta_1(t)$ . 设计参数估计的自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \Gamma_1 \phi_1 S_2 - \Gamma_1 \eta_1 \hat{\theta}_1. \quad (9)$$

其中:  $\Gamma_1$  为正定对称阵,  $\eta_1$  为正设计参数. 将  $\bar{x}_3$  输入到时间常数为  $\tau_3$  的低通滤波器, 得到新的状态变量  $x_{3d}$ , 有

$$\tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3, \quad x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0). \quad (10)$$

Step 3: 定义误差表面  $S_3 = x_3 - x_{3d}$  并对其求导, 有

$$\dot{S}_3 = x_4 - \dot{x}_{3d}. \quad (11)$$

设计虚拟控制

$$\bar{x}_4 = -c_3 S_3 + \dot{x}_{3d}, \quad (12)$$

其中  $c_3$  为正数. 将  $\bar{x}_4$  输入到时间常数为  $\tau_4$  的一阶低通滤波器, 得到新的状态变量  $x_{4d}$ , 有

$$\tau_4 \dot{x}_{4d} + x_{4d} = \bar{x}_4, \quad x_{4d}(0) = \bar{x}_4(0). \quad (13)$$

Step 4: 定义误差表面  $S_4 = x_4 - x_{4d}$  并对其求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{S}_4 = & f_2(x_1, x_3) + au + \Delta_2(t) - \dot{x}_{4d} = \\ & a \left[ u + F_2(x_1, x_3) + \frac{1}{a} (\Delta_2 - \dot{x}_{4d}) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $F_2(x_1, x_3) = f_2(x_1, x_3)/a$ . 由于  $f_2(x_1, x_3)$  和  $a$  未知, 构造模糊系统逼近

$$F_2(x_1, x_3) = \theta_2^{*T} \xi_2(x_1, x_3) + \sigma_2^*. \quad (15)$$

其中:  $|\sigma_2^*| \leq \sigma_M, \|\theta_2^*\| \leq \theta_M$ . 定义向量

$$\theta_2^T = \left[ \theta_2^{*T} \quad \frac{1}{a} \right], \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} \xi_2(x_1, x_3) \\ \frac{\rho_2^2 S_4}{2\varepsilon} - \dot{x}_{4d} + c_4 S_4 \end{bmatrix}.$$

其中:  $c_4$  为正数,  $\rho_2^2 S_4 / 2\varepsilon$  用于克服外界干扰  $\Delta_2(t)$ . 设计实际的控制律

$$u = -\hat{\theta}_2^T \phi_2, \quad (16)$$

其中  $\hat{\theta}_2$  为  $\theta_2$  的估计. 设计参数估计的自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \Gamma_2 \phi_2 S_4 - \Gamma_2 \eta_2 \hat{\theta}_2. \quad (17)$$

其中:  $\Gamma_2$  为正定对称阵,  $\eta_2$  为正设计参数.

**注 1** 为了克服系统内的参数不确定性、模型不确定性和外部干扰, 在动态面控制中引入模糊系统、自适应律和非线性阻尼项. 相比于反演设计, 动态面控制得益于低通滤波器的作用实现了每步设计的基本解耦, 因此不确定性的处理并不会大幅增加设计复杂性, 所谓的“循环设计问题”也得到了解决.

#### 4 稳定性分析

动态面控制的设计过程简单清晰, 但由于低通滤波器的引入, 稳定性证明较为复杂. 文献 [5] 给出了一般严格反馈系统动态面控制的稳定性证明过程. 基于此, 针对本文提出的纯反馈力学系统, 给出自适应模糊动态面控制的稳定性证明过程. 定义边界层误差

$$y_i = x_{id} - \bar{x}_i, \quad i = 2, 3, 4. \quad (18)$$

由式 (5), (10), (13) 和 (18) 可得

$$\dot{x}_{id} = -y_i / \tau_i, \quad i = 2, 3, 4. \quad (19)$$

定义参数估计误差

$$\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i, \quad i = 1, 2. \quad (20)$$

注意到  $x_i = S_i + y_i + \bar{x}_i, i = 2, 3, 4$ , 结合式 (4), (8) 和 (12) 得到

$$\begin{aligned} x_1 &= S_1 + x_{1d}, \\ x_2 &= S_2 + y_2 - c_1 S_1 + \dot{x}_{1d} = \psi_2(S_1, S_2, y_2, \dot{x}_{1d}), \\ x_3 &= S_3 + y_3 - \tilde{\theta}_1^T \phi_1 - \frac{\rho_1^2 S_2}{2\varepsilon} + \dot{x}_{2d} - c_2 S_2 = \\ & \quad \bar{\psi}_3(S_1, S_2, S_3, y_2, y_3, \tilde{\theta}_1, x_{1d}, \dot{x}_{1d}, x_3), \\ x_4 &= S_4 + y_4 - c_3 S_3 + \dot{x}_{3d} = \psi_4(S_3, S_4, y_3, y_4). \end{aligned} \quad (21)$$

根据隐函数定理<sup>[10]</sup>,  $x_3$  进一步表示为

$$x_3 = \psi_3(S_1, S_2, S_3, y_2, y_3, \tilde{\theta}_1, x_{1d}, \dot{x}_{1d}). \quad (22)$$

将式 (21) 和 (16) 代入 (3), (6), (11) 和 (14) 得到

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= S_2 + y_2 - c_1 S_1, \\ \dot{S}_2 &= S_3 + y_3 - \tilde{\theta}_1^T \phi_1 + \sigma_1^* + \left( \Delta_1 - \frac{\rho_1^2 S_2}{2\varepsilon} - c_2 S_2 \right), \\ \dot{S}_3 &= S_4 + y_4 - c_3 S_3, \\ \dot{S}_4 &= a(-\tilde{\theta}_2^T \phi_2 + \sigma_2^*) + \left( \Delta_2 - \frac{\rho_2^2 S_4}{2\varepsilon} - c_4 S_4 \right). \end{aligned} \quad (23)$$

对边界层误差求导得到

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= -\frac{y_2}{\tau_2} + c_1 \dot{S}_1 - \ddot{x}_{1d}, \\ \dot{y}_3 &= -\frac{y_3}{\tau_3} + \dot{\theta}_1^T \phi_1 + \tilde{\theta}_1^T \dot{\phi}_1 + \frac{\rho_1^2 \dot{S}_2}{2\varepsilon} - \ddot{x}_{2d} + c_2 \dot{S}_2, \\ \dot{y}_4 &= -\frac{y_4}{\tau_4} + c_3 \dot{S}_3 - \ddot{x}_{3d}. \end{aligned} \quad (24)$$

容易递推得出, 存在非负连续函数  $B_i (i = 2, 3, 4)$  使得

$$\begin{aligned} \left| \dot{y}_2 + \frac{y_2}{\tau_2} \right| &\leq B_2(S_1, S_2, y_2, \ddot{x}_{1d}), \\ \left| \dot{y}_3 + \frac{y_3}{\tau_3} \right| &\leq \\ & B_3(S_1, S_2, S_3, S_4, y_2, y_3, y_4, \tilde{\theta}_1, x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \ddot{x}_{1d}), \\ \left| \dot{y}_4 + \frac{y_4}{\tau_4} \right| &\leq \\ & B_4(S_1, S_2, S_3, S_4, y_2, y_3, y_4, \tilde{\theta}_1, x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \ddot{x}_{1d}). \end{aligned} \quad (25)$$

因此有如下不等式成立:

$$y_i \dot{y}_i \leq -\frac{y_i^2}{\tau_i} + B_i |y_i|, \quad i = 2, 3, 4. \quad (26)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^4 S_i^2 + \sum_{i=2}^4 y_i^2 + \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_1 + a \tilde{\theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{\theta}_2 \right). \quad (27)$$

**定理 1** 考虑由对象 (2) 和实际控制器 (16) 组成的闭环系统, 如果满足假设 1~假设 3 且初始条件满足  $V(0) \leq p$ , 其中  $p$  为任意正数, 则存在调节参数  $c_i (i = 1, 2, 3, 4), \tau_i (i = 2, 3, 4), \eta_1, \eta_2, \Gamma_1$  和  $\Gamma_2$ , 使闭环系统所有信号半全局一致有界, 系统跟踪误差可以收

敛到任意小残集内.

**证明** 当  $V \leq p$  成立时, 考虑如下紧集:

$$\Omega_1 := \{(x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \ddot{x}_{1d}) : x_{1d}^2 + \dot{x}_{1d}^2 + \ddot{x}_{1d}^2 \leq \chi\},$$

$$\Omega_2 := \left\{ \sum_{i=1}^4 S_i^2 + \sum_{i=2}^4 y_i^2 + \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_1 + a \tilde{\theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{\theta}_2 \leq 2p \right\}.$$

此时  $\Omega_1 \times \Omega_2$  也为紧集. 由此可知, 当  $V \leq p$  成立时,  $B_i (i = 2, 3, 4)$  在  $\Omega_1 \times \Omega_2$  上有最大值, 记为  $M_i$ .

对  $V$  求导并将式 (23), (26), (9) 和 (17) 代入有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & S_1(S_2 + y_2 - c_1 S_1) + S_2 \left[ S_3 + y_3 - \tilde{\theta}_1^T \phi_1 + \sigma_1^* + \right. \\ & \left. \left( \Delta_1 - \frac{\rho_1^2 S_2}{2\varepsilon} - c_2 S_2 \right) \right] + S_3(S_4 + y_4 - c_3 S_3) + \\ & S_4 \left[ a(-\tilde{\theta}_2^T \phi_2 + \sigma_2^*) + \left( \Delta_2 - \frac{\rho_2^2 S_4}{2\varepsilon} - c_4 S_4 \right) \right] + \\ & \sum_{i=2}^4 \left( -\frac{y_i^2}{\tau_i} + B_i |y_i| \right) + \tilde{\theta}_1^T \phi_1 S_2 - \eta_1 \tilde{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 + \\ & a \tilde{\theta}_2^T \phi_2 S_4 - a \eta_2 \tilde{\theta}_2^T \hat{\theta}_2. \end{aligned} \quad (28)$$

注意到不等式

$$\frac{\rho_1^2 S_2^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2} \geq \rho_1 |S_2| \geq \Delta_1 S_2,$$

$$\frac{\rho_2^2 S_4^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2} \geq \rho_2 |S_4| \geq \Delta_2 S_4.$$

根据 Young 不等式和  $2\tilde{\theta}^T \hat{\theta} \geq \|\tilde{\theta}\|^2 - \|\hat{\theta}\|^2$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2) + \frac{1}{2}(S_1^2 + y_2^2) + \frac{1}{2}(S_2^2 + S_3^2) + \\ & \frac{1}{2}(S_2^2 + y_3^2) + \frac{1}{2}(S_3^2 + S_4^2) + \frac{1}{2}(S_3^2 + y_4^2) - \\ & \sum_{i=1}^4 c_i S_i^2 + \frac{1}{2}(S_2^2 + \sigma_1^{*2}) + \frac{a}{2}(S_4^2 + \sigma_2^{*2}) + \\ & \varepsilon + \sum_{i=2}^4 \left( -\frac{y_i^2}{\tau_i} + \frac{B_i^2 y_i^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2} \right) - \frac{\eta_1}{2} (\|\tilde{\theta}_1\|^2 - \\ & \|\theta_1\|^2) - \frac{a\eta_2}{2} (\|\tilde{\theta}_2\|^2 - \|\theta_2\|^2) \leq \\ & (1 - c_1)S_1^2 + (2 - c_2)S_2^2 + \left( \frac{3}{2} - c_3 \right) S_3^2 + \frac{5}{2}\varepsilon + \\ & \left( \frac{1}{2} + \frac{a}{2} - c_4 \right) S_4^2 + \sum_{i=2}^4 \left( \frac{1}{2} + \frac{B_i^2}{2\varepsilon} - \frac{1}{\tau_i} \right) y_i^2 - \\ & \frac{\eta_1}{2\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})} \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_1 - \frac{a\eta_2}{2\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})} \tilde{\theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{\theta}_2 + \\ & \frac{\eta_1}{2} \|\theta_1\|^2 + \frac{a\eta_2}{2} \|\theta_2\|^2 + \frac{1}{2}\sigma_1^{*2} + \frac{a}{2}\sigma_2^{*2}, \end{aligned} \quad (29)$$

其中  $\lambda_{\max}(\cdot)$  为最大特征值. 控制参数选取如下:

$$c_1 \geq 1 + r, \quad c_2 \geq 2 + r, \quad c_3 \geq \frac{3}{2} + r,$$

$$c_4 \geq \frac{1}{2} + \frac{aM}{2} + r, \quad \frac{1}{\tau_i} \geq \frac{1}{2} + \frac{M_i^2}{2\varepsilon} + r, \quad i = 2, 3, 4,$$

$$\eta_1 \geq 2r\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1}), \quad \eta_2 \geq 2r\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1}),$$

其中  $r$  为待设计正数. 则有

$$\dot{V} \leq -2rV + Q + \sum_{i=2}^4 \left( \frac{B_i^2}{M_i^2} - 1 \right) \frac{M_i^2 y_i^2}{2\varepsilon}, \quad (30)$$

其中

$$Q = \frac{5}{2}\varepsilon + \frac{\eta_1}{2} \|\theta_1\|^2 + \frac{a\eta_2}{2} \|\theta_2\|^2 + \frac{1}{2}\sigma_1^{*2} + \frac{a}{2}\sigma_2^{*2}.$$

选取  $r$  使得  $r \geq Q/(2p)$  成立. 注意到, 尽管  $Q$  与  $\eta_1$  和  $\eta_2$  有关, 而  $\eta_1$  和  $\eta_2$  又与  $r$  有关, 但  $r$  的存在性可通过减小  $\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})$  和  $\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})$  得以保证. 当  $V \leq p$  成立时,  $B_i \leq M_i$  成立, 所以当  $V = p$  时,  $\dot{V} \leq -2rp + Q \leq 0$ . 由此可知  $V \leq p$  是一个不变集, 即如果  $V(0) \leq p$ , 则对于所有的  $t > 0$  均有  $V(t) \leq p$ . 由于定理有前提条件  $V(0) \leq p$ , 可以推出

$$\dot{V} \leq -2rV + Q. \quad (31)$$

解不等式 (31) 得到

$$V \leq \frac{Q}{2r} + \left[ V(0) - \frac{Q}{2r} \right] e^{-2rt}. \quad (32)$$

显然, 闭环系统所有信号半全局有界, 且有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \frac{Q}{2r}. \quad (33)$$

这表明可以通过增大参数  $c_i (i = 1, 2, 3, 4)$  减小  $\tau_i (i = 2, 3, 4)$ 、 $\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})$  和  $\lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})$ , 使得  $r$  任意大, 即跟踪误差任意小.  $\square$

### 5 仿真分析

仿真中, 理想轨迹设定为  $x_{1d} = 0.1 \sin(0.5t)$ . 假定系统参数  $l = 1 \text{ m}$ ,  $m = 2 \text{ kg}$ ,  $M = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $K = 5 \text{ N/m}$ ,  $K_s = 10 \text{ N/m}^3$  均未知. 外界干扰取为  $\Delta_1 = 0.05 \sin(2t)$  和  $\Delta_2 = 0.05 \cos(2t)$ . 设定初始状态为  $x(0) = [0.02 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . 构造两个模糊系统逼近函数  $F_1(x_1, x_3)$  和  $F_2(x_1, x_3)$ , 各语言变量取 7 个语言值, 各语言值由高斯型隶属度函数表征, 函数宽度均取 1.8, 论域分别取  $[-15 \ 15]$  和  $[-10 \ 10]$ . 模糊系统权向量与待估参数均初始化为 0. 选取控制参数:  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 8$ ,  $\tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0.01$ ,  $\Gamma_1 = \text{diag}\{60, 60, \dots, 60\}$ ,  $\Gamma_2 = \text{diag}\{100, 100, \dots, 100, 0.01\}$ ,  $\eta_1 = \eta_2 = 0.001$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = 0.05$ . 仿真结果如图 2~图 5 所示. 仿真结果表明, 控制策略准确估计了系统未知函数和未知参数, 克服了系统不确定性, 实现了输出状态对目标轨迹的跟踪, 保证了闭环系统半全局稳定.

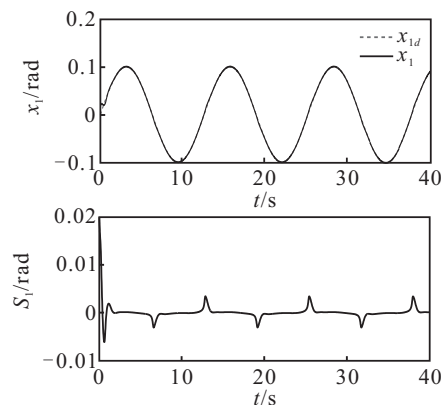


图 2 跟踪效果

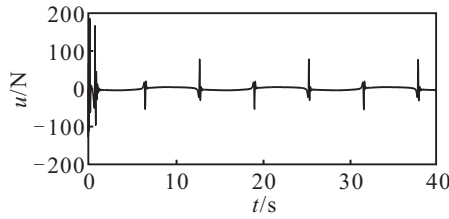


图 3 控制输入

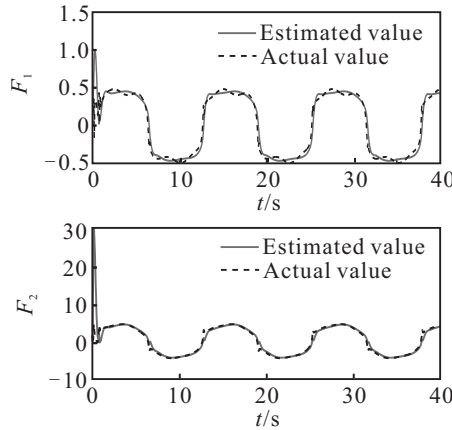


图 4 函数逼近

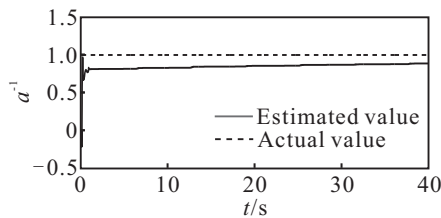


图 5 参数估计

## 6 结 论

针对一类带有不确定性的纯反馈力学系统, 提出自适应模糊动态面控制方法, 并得到以下结论: 1) 该控制策略能够克服系统不确定性, 保证闭环系统半全局稳定, 并且跟踪误差能够通过调节控制参数达到任意小, 以满足工程要求; 2) 该方法消除了传统反演设计存在的“微分爆炸”现象, 避免了中值定理的使用, 从而放宽了假设条件, 并解决了纯反馈系统控制设计中通常存在的循环设计问题; 3) 控制策略设计步骤简单, 控制效果良好, 对解决类似结构的纯反馈系统跟

踪控制问题具有较好的参考意义, 并且可以直接应用于不确定反馈系统。

## 参考文献(References)

- [1] Wang D. Neural network-based adaptive dynamic surface control of uncertain nonlinear pure-feedback systems[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(5): 527-541.
- [2] Ge S S, Wang C. Adaptive NN control of uncertain nonlinear pure-feedback systems[J]. Automatica, 2002, 38(4): 671-682.
- [3] Ren B B, Ge S S, Su C, et al. Adaptive neural control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form with hysteresis input[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2009, 39(2): 431-443.
- [4] Zhao Q, Lin Y. Adaptive neural control for pure-feedback systems via dynamic surface control approach[C]. Proc of IEEE Conf on Industrial Electronics and Applications. Beijing: IEEE Press, 2011: 73-78.
- [5] Swaroop D, Gerdes J C, F Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [6] Rui C, Reyhanoglu M, Kolmanovsky I, et al. Nonsmooth stabilization of an underactuated unstable two degrees of freedom mechanical system[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. San Diego: IEEE Press, 1997: 3998-4003.
- [7] Qian C J, Lin W. Practical output tracking of nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(1): 21-36.
- [8] Wang L X. Fuzzy systems are universal approximators[C]. IEEE Int Conf on Fuzzy Systems. San Diego: IEEE Press, 1992: 1163-1170.
- [9] Gao W Z, Selmic R R. Neural network control of a class of nonlinear systems with actuator saturation[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2006, 17(1): 147-156.
- [10] Zorich V A. Athemtical analysis II [M]. New York: Springer, 2004.

(上接第1590页)

[13] Ursani Z, Essam D, Cornforth D, et al. Localized genetic algorithm for vehicle routing problem with time windows[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(8): 5375-5390.

[14] Bräysy O, Gendreau M. Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms[J]. Transportation Science, 2005, 39(1): 104-118.