

文章编号: 1001-0920(2013)03-0000-00

## 多机械臂协调控制研究综述

甘亚辉, 戴先中

(东南大学 a. 自动化学院, b. 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 南京 210096)

**摘要:** 多机械臂系统的协调控制是当今机器人领域的研究热点. 针对机器人基坐标系标定, 协调系统动力学建模, 控制器综合方法等问题, 介绍近年来多机械臂系统在协调控制上研究工作的进展, 主要从系统的动力学模型建立方式和协调运动的控制综合方式两个方面进行深入介绍. 全面系统地介绍多机械臂系统协调控制问题的研究现状与发展方向, 并指明未来工作的研究方向.

**关键词:** 多机械臂系统; 协调控制; 动力学建模; 控制器综合方法

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Survey of coordinated multiple manipulators control

GAN Ya-hui, DAI Xian-zhong

(a. School of Automation, b. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering, Ministry of Education, Southeast University, Nanjing, 210096 China. Correspondent: GAN Ya-hui, E-mail: ganyahui@yeah.net)

**Abstract:** Multiple manipulators coordination control is a hot topic in the field of robotic research. Key research issues are explored in this paper, including the base frame calibration, the dynamic modeling of coordinating system and the coordination motion controller synthesis. The problems of coordinating system dynamic modeling and motion controller synthesis are extensively analyzed. This paper presents a review of the research development and present status for the problem of multiple manipulators coordination control, aiming to show readers the future research direction in this field.

**Key words:** multiple manipulators; coordination control; dynamic modeling; motion controller synthesis

## 0 引言

20 世纪, 随着自动化技术的成熟和发展, 多机器人系统作为一种更为复杂和先进的机电系统出现在生产与科研等多个方面, 众多科研工作者对多机器人系统的控制问题展开了深入的研究<sup>[1-3]</sup>. 与单个的机器人系统相比, 多机器人系统具有更大的灵活性、更高的可靠性, 能够完成更复杂的任务, 且具有更大的负荷能力<sup>[4-10]</sup>. 然而, 多机器人系统的这些优点的获得是需要付出代价的, 包括更为复杂的控制问题. 有关多机器人系统的研究包括方方面面的问题, 例如多机器人系统的路径规划问题<sup>[11-14]</sup>, 多机器人之间的相互避碰问题<sup>[15-19]</sup>, 以及多机器人负荷分配问题<sup>[20-21]</sup>等. 由于移动机器人系统与机械臂系统在控制方式上具有较大差异, 本文仅讨论有关多机械臂系统

的协调控制问题, 下文中提到的机器人无特殊说明均指的是垂直关节型机械臂系统.

对于多机器人系统的研究可分为“协作”和“协调”两个层面<sup>[3-10]</sup>: “协作”研究的目的是为了增强机器人的自主性和决策能力, 提高系统的智能程度和灵活程度, 解决的问题一般是路径规划、角色分配、任务分解等, 是依据现实中的任务思考并决定机器人该做些什么; “协调”研究的目的则是为了增强机器人的行为能力, 解决的问题一般是运动控制的问题, 常采用状态空间法描述系统特性, 着重解决的是具体动作的实现问题. 本文介绍的多机器人系统的协调控制主要是解决多个垂直关节型机器人的协调运动控制问题.

多机械臂协调系统的应用大致可以分为两类: 1) 紧耦合任务, 例如大型、重型物体<sup>[21-22]</sup>的搬运, 此类

收稿日期: 2012-06-12; 修回日期: 2012-08-20.

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(61175113); 国家高技术研究发展计划项目(2006AA040402, 2007AA041703, 2009AA043903-1-1); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CX10B\_076Z); 东南大学优秀博士学位论文基金项目.

**作者简介:** 甘亚辉(1985—), 男, 博士生, 从事智能化焊接机器人技术、多机器人协作控制的研究; 戴先中(1954—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂控制理论、机器人控制等研究.

任务中各机器人与操作对象直接接触并通过末端执行器产生力的作用; 2) 松耦合任务, 例如自动装配任务等<sup>[23-24]</sup>, 此类任务中各机器人有独立的操作对象且不构成统一的闭链机构. 解决紧耦合形势下的多机器人协调运动控制问题更困难, 由于各机器人位置控制误差的存在会使末端执行器同操作对象间产生一定的内力作用. 如果控制误差较大则会产生巨大的内力, 并有可能损坏操作对象或机器人本身. 介绍紧耦合任务下多机器人系统的协调控制问题是本文论述的重点.

与单机器人系统相比, 多机器人系统在运动学关系的求解及动力学模型的分析上都具有很大差异<sup>[1,3]</sup>. 由于多机器人系统是一个自由度高度冗余的机械系统, 系统自由度的冗余带来了运动学关系上的不确定性: 即使各机器人的构型不同操作对象也有可能处于同一空间位姿. 同时, 运动学关系的不确定性又会带来系统在力学特性上的不确定性, 即保证操作对象具有某一运动速度、加速度时各机器人的末端作用力并不唯一. 多机器人协调系统的这些特点使传统的单机器人系统的控制方式无法直接应用, 因此必须深入分析多机器人系统在运动学及力学特性上的性质, 建立能够描述整个协调系统动力学特性的数学模型, 才能实现高品质的协调运动控制.

为了实现多机器人系统的协调控制, 必须首先确定各机器人末端执行器的位姿在统一的世界坐标系下的描述, 这种描述关系可通过标定各机器人基坐标系同世界坐标间的变换关系间接得出. 为了准确描述整个协调系统的动力学特性, 必须对包含操作对象在内的整个系统进行动力学特性建模分析, 继而依据建立的协调系统模型与控制目标综合协调系统的控制输入.

本文围绕多机器人系统基坐标系标定、协调系统动力学建模以及控制综合 3 个问题对相关文献进行分类和总结, 并在此基础上对未来研究工作的方向进行若干讨论.

## 1 多机械臂协调系统分类

多机器人协调系统的组成结构各式各样, 协作过程中可保持各机器人基座位置不变, 也可不断移动各机器人的基座位置. 协作过程中各机器人可共同操作同一对象, 也可各自操作不同的对象. 描述不同的多机器人协调系统需要不同的数学模型, 控制不同的多机器人协调系统也需要不同的控制方法. 本文在详细介绍多机器人协调系统的建模与控制方法之前, 首先按照不同的原则对多机器人系统作简单的分类, 并在此基础上对多机器人系统协调控制问题的发展方向做出概括.

### 1.1 机器人特性分类

按照机器人基座是否固定来分类, 多机器人协调系统可分为以下两类:

1) 基座固定机械臂协调系统. 传统的机器人系统一般均具有固定的基座, 例如文献<sup>[22-39]</sup>提到的机器人. 此类系统中各机器人的安装位置一旦确定在整个协调运动过程中都不会发生变化, 因此只要确定各机器人基座坐标系间的变换关系便不难获知整个协调过程中各机器人的相对位置.

2) 移动机械臂协调系统. 随着移动机器人技术的成熟与发展, 移动机械臂系统的出现极大提升了传统机械臂系统的工作能力, 同时也带来了更为复杂的协调控制问题<sup>[41-45]</sup>. 与传统机械臂系统相比, 移动机械臂系统综合了移动机器人系统和传统机械臂系统的动力学特性, 描述其系统状态所需的状态变量和数学模型同传统机器人相比均具有较大区别, 文献<sup>[41-45]</sup>均对此作了详细分析和论述.

### 1.2 操作对象特性分类

按照操作对象的性质和动力学特征可分为以下两类:

1) 刚性物体协调系统. 此类协调系统的操作对象一般能承受较大的作用力, 且假定其形状在整个操作过程中不会发生变形. 此类操作对象在生产过程中最为常见, 如汽车底盘<sup>[29]</sup>、船板<sup>[31]</sup>、木材<sup>[33]</sup>等一般均具有此特性.

2) 柔性物体协调系统. 此类协调系统的操作对象依据其受力不同会产生相应的形变进而引起质心位置的改变, 同时物体的形变量同物体弹性性质以及受力大小均有关系. 此类操作对象在日常生活环境下最为常见, 如薄板<sup>[34-35]</sup>、电缆<sup>[36,38]</sup>、衣物<sup>[39]</sup>、书籍、报纸等.

### 1.3 建模方法分类

按照对于协调系统的分析和建模方法可将多机器人协调系统分为如下:

1) 虚拟链接建模. 此类系统要求相互协调的各机器人的末端位姿在整个运动过程中保持不变, 就好像存在一个虚拟的链接将相互协调的机器人组成一个闭合的运动链, 并采用 Lagrange 方程分析整个闭合机构的动力学特性. 如文献<sup>[31-33]</sup>提到的控制模型均是采用这种方法分析得出的.

2) 弹性系统建模. 此类协调系统的分析方法并不要求各机器人的末端位姿固定不变, 而是将连接了各机器人的操作对象视为多个连接于一点的弹性系统, 相互协调的各机器人仍是独立的开链机构, 其末端通过弹性装置相互连接, 结合弹性系统的动力学特

性和机器人的动力学特性即可得出整个协调系统的数学模型. 文献[1,35-38]提到的控制模型就是采用这种方法分析得出的. 图1为这两种分析建模方法的原理图.

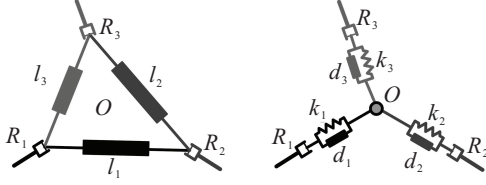


图1 虚拟链接建模与弹性系统建模方式原理图

综合以上几种分类方法的结果可以看出,多机器人系统协调控制的操作对象由理想刚体发展为现实中更为普遍的柔性物体,协调控制的模型由传统的机械臂系统模型发展到包含操作对象动力学特性的综合动力学模型. 操作对象特征的变化反映了系统研究由简单到复杂的发展过程,协调系统模型的发展反映了研究者对于多机器人系统认识的不断深化. 操作对象的复杂化和协调系统模型的全面化、精确化,使得多机器人协调系统能够完成更多复杂的任务,这也反过来促进了多机器人协调控制研究的不断深入. 同时,随着移动机器人技术的成熟与发展,有关移动机械臂系统的协调控制也越来越引起研究者的广泛关注.

## 2 协调机器人基坐标系标定

### 2.1 问题描述

在多机器人系统的协调控制中,建立协调运动中的每个机器人以及操作对象的位姿在统一的世界坐标下的坐标描述是必不可少的,借此可以确定相互协调的每个机器人的末端执行器的相对位姿关系. 对于单个机器人系统而言,系统具有固定的机器人基坐标系以及末端坐标系,而且机器人运动学中正解方程的结果反映的是由机器人末端坐标系到基坐标系的变换关系. 显然,如果能够获知协调系统中每个机器人的基坐标系间的变换关系,结合机器人的运动学正解方程,可确定各机器人末端执行器的相对位姿.

对于含有  $m$  个机器人的多机器人协调系统,记系统中第  $i$  个机器人的基坐标系为  ${}^{bi}F$ ,世界坐标系为  ${}^wF$ ,采用齐次变换矩阵  ${}^wH_{bi}$  描述坐标系  ${}^{bi}F$  与  ${}^wF$  间的变换关系,则有

$${}^wF = {}^wH_{bi} {}^{bi}F = \begin{bmatrix} {}^wR_{bi} & {}^wT_{bi} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} {}^{bi}F. \quad (1)$$

其中:  ${}^wR_{bi} \in R^{3 \times 3}$  为旋转矩阵,  ${}^wT_{bi} \in R^3$  为平移向量. 由于世界坐标系的选取是任意的,不妨选定第  $i$  个机器人的基坐标系作为世界坐标系,则标定第  $j$  个机器人的基坐标系同世界坐标系间的变换关系可转化

为标定第  $i$  个机器人与第  $j$  个机器人基坐标系间的变换关系. 因此,协调机器人基坐标系标定问题的实质就是求解齐次变换矩阵  ${}^{bi}H_{bj}$ ,使得

$${}^{bi}F = {}^{bi}H_{bj} {}^{bj}F = \begin{bmatrix} {}^{bi}R_{bj} & {}^{bi}T_{bj} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} {}^{bj}F. \quad (2)$$

其中:  ${}^{bi}R_{bj} \in R^{3 \times 3}$  为旋转矩阵,  ${}^{bi}T_{bj} \in R^3$  为平移向量.

假定已求得第  $i$  个机器人与第  $j$  个机器人基坐标系间的变换关系为  ${}^{bi}H_{bj}$ ,具有  $n$  个自由度的第  $i$  个机器人的运动学正解方程为

$$Y_i = f_i(q_i). \quad (3)$$

其中:  $q_i \in R^n$  为机器人关节变量,  $Y_i \in R^6$  为机器人末端坐标系  ${}^{ni}F$  在对应基坐标系  ${}^{bi}F$  下的坐标表示. 通常机器人末端均装有末端执行器,记固定在第  $i$  个机器人的末端执行器上的坐标系为  ${}^{ti}F$ ,  ${}^{ti}F$  与  ${}^{ni}F$  间的变换关系可由末端执行器的安装位姿得出,记为  ${}^{ni}H_{ti}$ ,则第  $i$  个机器人末端执行器的位姿在其基坐标系  ${}^{bi}F$  下的表示为

$$Y_i = f_i(q_i) \cdot {}^{ni}H_{ti}. \quad (4)$$

同理可求出第  $j$  个机器人末端执行器的位姿在其基坐标系  ${}^{bj}F$  下的表示,结合基坐标系的标定结果  ${}^{bi}H_{bj}$  可得出其在  ${}^{bi}F$  下的坐标描述为

$$Y_j = {}^{bi}H_{bj} \cdot f_j(q_j) \cdot {}^{nj}H_{tj}, \quad (5)$$

也就是在世界坐标系  ${}^wF$  下的坐标描述. 以上提到的各坐标系及其相互变换关系如图2所示.

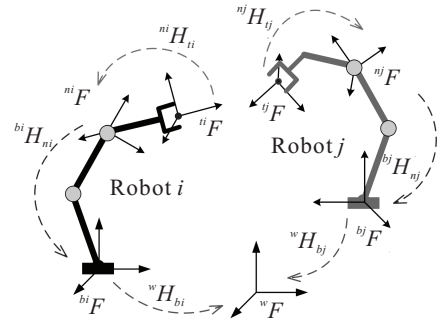


图2 多机器人系统相关坐标系及变换关系

### 2.2 标定方法

通过直接测量的方式标定协调机器人基坐标系间的变换关系是不可行的,因为机器人基坐标系的原点位于转动轴的内部,测量时无法到达. 然而,通过将机器人的末端执行器运动到某些特殊位姿,再结合机器人运动学方程就能通过非测量的方式间接标定这些变换关系. 目前,研究协调机器人基坐标系标定问题的文献[68-74]并不多,标定方法一般需要依赖其他设备,标定步骤也比较复杂. 文献[1-9]在提到机器人基坐标系间的变换关系时均是直接将其作为已知条件

使用,此问题至今未能引起研究者的足够重视。

文献[69]介绍了一种通过协调两个机器人作出一系列的“插孔”(peg-into-hole)动作,借此构造形如  $AX = XB$  的标定方程来求解机器人基坐标系间的变换关系  $X$ ,但整个插孔动作的完成都需要人工操作,并通过操作者的观察来判别插入动作的准确与否,这些都使该标定方法的标定精度难于保证,而且整个标定过程还需要借助特殊加工的栓与孔来完成。

文献[71]通过借助标定板将相互协调的两个机器人组成闭合链,并将它们运动到一组不同的位姿。通过记录不同位姿下的机器人关节变量信息可将基坐标系变换关系的求解转化为一个非线性优化问题,优化问题的解就是标定的结果。该方法的好处是标定板的加工容易、费用低,操作步骤相对简单,并且不需要借助其他测量设备。

文献[72]介绍了一种几乎不需要操作者参与的、自主式的机器人基坐标系标定方法。该方法借助一个安装于机器人末端执行器的视觉传感器,通过记录机器人末端执行器间的相对运动信息构造标定方程,并以此计算机器人基坐标系间的变换关系。在基坐标系变换关系的计算过程中用到了视觉传感器参数及其安装位姿信息,如果这些参数无法准确提供,则标定结果的精度会受到影响。

文献[73]介绍了一种基于直接线性变换的基坐标系标定方法。该方法通过两个 CCD 摄像机记录相互协调的两个机器人末端的相对运动,通过制定一组特殊的相对运动形式并记录这些相对运动时的图像信息来标定两机器人基坐标系间的变换关系。与文献[72]介绍的方法相比,采用两个摄像机的好处是摄像机的位置可任意安装,并且不需要知道摄像机的安装位姿信息就能计算出坐标系间的变换关系,这也进一步减小了标定误差的存在。

上述提到的协调机器人基坐标系标定方法要么需要依赖其他设备,要么标定步骤复杂难于操作,很难应用于实际的生产环境中。然而,在目前的由多机器人组成的柔性化生产系统中,需要经常移动机器人的安装位置,因此研究一种实现简单、便于操作并满足生产精度要求的机器人基坐标系标定方法是十分必要的。

文献[75]介绍了一种基于“握手”动作的协作机器人基坐标系标定方法。该方法通过将两个具有协作关系的机器人工具手的坐标原点运动到协作空间中的同一点,构造形如握手动作的姿态,并记录此时的机器人关节角度;借助机器人正运动学方程,计算该点在各机器人基坐标系下的坐标。因为该点在世界坐标系下的坐标值是唯一的,所以该点在两个机器人基

坐标系下的坐标可通过机器人基坐标系的变换关系相互转换。借助一系列的这种变换关系构造标定方程,能够求解两机器人基坐标系间的变换关系,从而完成协作机器人的基坐标系标定问题。与其他文献介绍的方法相比,该方法的操作步骤简单,并且不需要增加其他复杂的标定或测量设备,标定精度能够满足一般弧焊、搬运过程的应用。

### 3 协调系统的数学模型

要想协调好多机器人系统的运动必须有一个能够准确描述包括操作对象在内的动力学特性的系统数学模型,这个模型除了能反映机器人的动力学特性外,还必须包括操作对象的动力学特性。如图3所示,考虑一个含有  $m$  个机器人的协调系统,假定每个机器人的自由度为  $n_i, i = 1, 2, \dots, m$ 。考虑到目前最常使用的工业机器人是6轴垂直关节型机器人,为了不失一般性,令  $n_i = 6, i = 1, 2, \dots, m$ 。描述一个具有  $6m$  个自由度的开链结构机械系统的动力学特性需要  $2 \times 6m$  个状态变量,其中:  $6m$  个变量用来描述系统的当前状态,  $6m$  个变量用来描述系统的当前状态变化率。对机器人系统来说就是其关节位置及关节速度。描述一个物体在笛卡尔空间中的运动特性需要  $6 \times 2$  个变量,其中6个变量用来描述其位姿,6个变量用来描述其运动速度。因此,描述一个含有  $m$  个6自由度机器人的紧耦合协调系统共需  $2 \times 6(m+1)$  个状态变量,建立系统的数学模型就是确定系统状态方程和输出方程,其中状态方程揭示了系统的动力学特性,输出方程反映了状态变量到控制目标的映射关系。

图3 多机械臂协作系统

#### 3.1 机器人运动学关系与动力学模型

想要建立整个协调系统的动力学模型,首先必须清楚单个机器人系统的动力学特性。对于单个机器人系统的动力学特性,目前已进行了广泛和深入的研究,并取得了较为统一的认识,文献[22-67]均采用了如下形式的机器人动力学方程:

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) = \tau_i - J_i^T(q_i)F_{ei}. \quad (6)$$

其中:  $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$  分别表示机器人的关节位置、关节速度和关节加速度;  $M_i(q_i) \in R^{n \times n}$  为对称正定惯性矩阵;  $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in R^{n \times n}$  为哥氏力与向心力矩阵,  $G_i(q_i) \in R^n$  为重力作用矩阵;  $\tau_i \in R^n$  为机器人各关节的驱动转矩;  $J_i(q_i) \in R^{n \times n}$  为反映机器人关节速度到末端执行器运动速度变换关系的雅可比矩阵;  $F_{ei} \in R^n$  为机器人末端的输出作用力. 对于一般的工业机器人而言,  $n = 6$ .

考虑一个含有  $m$  个 6 自由度机械臂的多机器人协调系统, 利用式 (6) 可得到如下一般形式:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau - J^T(q)F_e. \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} q &= \text{col}(q_1, q_2, \dots, q_m) \in R^{6m}, \\ \dot{q} &= \text{col}(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_m) \in R^{6m}, \\ \ddot{q} &= \text{col}(\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_m) \in R^{6m}, \\ M(q) &= \text{blockdiag}(M_1(q_1), M_2(q_2), \dots, \\ &\quad M_m(q_m)) \in R^{6m \times 6m}, \\ C(q, \dot{q}) &= \text{col}(C_1(q_1, \dot{q}_1), C_2(q_2, \dot{q}_2), \dots, \\ &\quad C_m(q_m, \dot{q}_m)) \in R^{6m \times 6m}, \\ G(q) &= \text{col}(G_1(q_1), G_2(q_2), \dots, G_m(q_m)) \in R^{6m}, \\ \tau &= \text{col}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m) \in R^{6m}, \\ J^T(q) &= \text{blockdiag}(J_1^T(q_1), J_2^T(q_2), \dots, \\ &\quad J_m^T(q_m)) \in R^{6m \times 6m}, \\ F_e &= \text{col}(F_{e1}, F_{e2}, \dots, F_{em}) \in R^{6m}. \end{aligned}$$

向量方程 (7) 同时描述了  $m$  个机器人的动力学特性, 是早期的多机器人协调控制中采用的数学模型. 显然, 该模型并没有考虑操作对象的任何信息, 其本质也与传统的单机器人系统没有什么区别.

机器人动力学模型式 (7) 中的许多参数在现实中是很难精确测定的, 比如机械臂系统的哥氏力、机器人各轴的转动惯量等. 同时, 系统状态的测量结果中也不可避免的混入各种观测噪声, 因此研究非精确模型下的机器人系统动力学特性也引起了许多研究者的关注. 文献 [76-86] 研究的就是基于非精确机器人动力学方程的控制问题, 与式 (6) 相比, 含有不确定项的机器人动力学方程为

$$\begin{aligned} M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) + d_i(q_i, \dot{q}_i, t) = \\ \tau_i - J_i^T F_{ei}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $d_i(q_i, \dot{q}_i, t) \in R^6$  是一个有界的不确定项, 表征了系统中第  $i$  个机器人的动力学特性中无法精确建模部分的影响以及系统状态的观测结果随时间变化所受到的干扰

$$\|d_i(q_i, \dot{q}_i, t)\| \leq \delta_i. \quad (9)$$

在协调多机器人系统的运动时, 除了用到机器人的动力学方程外, 还需要用到机器人运动学方程. 机器人运动学方程研究的是静止状态下机器人关节空间与末端执行器位姿间的映射关系, 通常采用 Denavit-Hartenberg 方法分析并建立机器人运动学方程. 具有不同结构的机器人运动学方程差别较大, 尽管如此, 这里依然将其记为如式 (3) 形式的统一形式. 为了便于协调控制的实现, 需要在统一的世界坐标系下描述各机器人的末端位姿, 而式 (3) 中的  $Y_i$  是第  $i$  个机器人末端执行器位姿在其基坐标系下的描述, 结合机器人基坐标系的标定结果和末端执行器的安装位姿可得如式 (5) 形式的机器人运动学正解方程. 将式 (5) 简记为如下形式:

$$Y_i = \Theta_i(q_i) \in R^6, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (10)$$

其中  $Y_i$  表示第  $i$  个机器人末端执行器的位姿在世界坐标系下的坐标. 对式 (10) 左右两边分别求导可得

$$\dot{Y}_i = \frac{\partial \Theta_i(q_i)}{\partial q_i} \dot{q}_i = J_i(q_i) \dot{q}_i \in R^6, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_i &= \dot{J}_i(q_i) \dot{q}_i + J_i(q_i) \ddot{q}_i \in R^6, \\ i &= 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (12)$$

综合式 (10)~(12), 对于整个协调系统有

$$\begin{aligned} Y &= \Theta(q) \in R^{6m}, \quad \dot{Y}_c = J(q) \dot{q} \in R^{6m}, \\ \ddot{Y}_c &= \dot{J}(q) \dot{q} + J(q) \ddot{q} \in R^{6m}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $Y_c = \text{col}(Y_1, Y_2, \dots, Y_m) \in R^{6m}$ .

综合式 (7) 和 (13) 可得到描述整个协调系统中所有机器人的动力学模型及运动学关系.

### 3.2 操作对象动力学模型

除了明确机器人的动力学模型外, 完成多机器人系统的协调还需要知道操作对象在外力作用下的运动特性, 即建立操作对象的动力学模型. 目前, 大多数文献对多机器人系统操作对象的动力学模型都没有进行深入讨论, 比如协调多机器人运动的主/从控制方式<sup>[50-52]</sup>、混合位置/力控制方式<sup>[53-58]</sup>, 一般直接沿用类似于机械臂系统动力学模型的形式建立操作对象的动力学模型, 即

$$M_0(Y_0)\ddot{Y}_0 + C_0(Y_0, \dot{Y}_0)\dot{Y}_0 + G_0(Y_0) = F - F_c. \quad (14)$$

其中:  $Y_0 \in R^6$  为操作对象的质心位姿在世界坐标系  $wF$  下的表示;  $M_0(Y_0)$ ,  $C_0(Y_0, \dot{Y}_0)$ ,  $G_0(Y_0)$  与式 (6) 中的对应项具有相同的含义;  $F_c$  为操作对象同外界环境间的广义作用力;  $F$  为作用在操作对象上的各机器人末端广义作用力的合力, 即

$$F = \sum_{i=1}^m J_0^T f_{ei}, \quad (15)$$

这里  $f_{ei}$  表示操作对象受到的第  $i$  个机器人的广义作用力,  $f_{ei} = -F_{ei}$ .

形如式(14)的操作对象动力学模型在许多文献[80]中被广泛使用. 当操作对象在受到外力的作用下基本不会发生形变时, 式(14)对操作对象运动特性的描述能够成立. 但这一条件对于生活中的许多物体并不能满足, 如电缆<sup>[36,38]</sup>、衣物<sup>[39]</sup>、书籍、报纸等, 建立具有柔性特征的物体的动力学模型需要依据 Lagrange 方程单独分析、重新推导. 考虑 Lagrange 方程的一般形式:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{g}_i} - \frac{\partial T}{\partial g_i} - \frac{\partial D}{\partial \dot{g}_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial g_i} = Q_i. \quad (16)$$

其中:  $T$  为系统的动能;  $\Pi$  为势能;  $D$  为耗散能量;  $Q_i$  是系统所受广义力;  $g_i, \dot{g}_i$  为用于描述系统状态的坐标及状态变化率.

文献[1]详细介绍了一种基于弹性系统理论的协作系统操作对象建模方法. 该方法假定机器人是理想的刚体, 操作对象也是刚体, 而机器人与操作物体之间只能通过图 1 中右边的弹性链接装置相连, 因此物体在外力作用下的形变就是整个弹性链接装置的形变. 这样在描述物体的动力学特性时, 既能考虑到由于物体形变而导致的物体质心的变化, 又能结合弹性系统的相关理论计算整个系统的动能、势能以及耗散能量等. 文献[1]建立了如下形式的操作对象动力学模型:

$$\begin{aligned} W_c(Y_c) \ddot{Y}_c + w_c(Y, \dot{Y}) &= F_c, \\ W_0(Y_0) \ddot{Y}_0 + w_0(Y, \dot{Y}) &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} Y_c &= \text{col}(Y_1, Y_2, \dots, Y_m) \in R^{6m}, Y_0 \in R^6, \\ Y &= \text{col}(Y_0, Y_c) \in R^{(6m+6)}, \\ F_c &= \text{col}(F_1, F_2, \dots, F_m) \in R^{6m}, \\ W_c(Y_c) &= \text{diag}(W_1(Y_1), W_2(Y_2), \dots, \\ &\quad W_m(Y_m)) \in R^{6m \times 6m}, \\ W_0(Y_0) &\in R^{6 \times 6}, \\ w_c(Y, \dot{Y}) &= \text{col}(w_1(Y, \dot{Y}), w_2(Y, \dot{Y}), \dots, \\ &\quad w_m(Y, \dot{Y})) \in R^{6m}, \\ w_0(Y, \dot{Y}) &\in R^6. \end{aligned}$$

式(17)是基于弹性系统理论建立的操作对象动力学模型, 充分揭示了操作对象的运动特性与所受外力间的关系. 式中有关  $W_c(Y_c)$ ,  $W_0(Y_0)$ ,  $w_c(Y, \dot{Y})$  和  $w_0(Y, \dot{Y})$  的具体形式及含义在文献[1]中有详细介绍.

### 3.3 综合动力学协调系统模型

在得出机器人动力学模型、运动学关系及操作对象的动力学模型之后, 综合机器人与操作对象间的相互作用可得到整个协调系统的数学模型. 在综合整个系统的模型之前, 对协调系统作如下假设:

**假设 1** 所有的机器人末端执行器均通过弹性装置与操作对象连接, 且机器人与弹性链接之间、弹性链接与操作对象之间不存在相对滑动现象.

**假设 2** 所有机器人的运动学方程及动力学模型均是已知的, 且每个机器人在运动的过程中均不考虑奇异解的问题, 即所有机器人的雅克比矩阵均是满秩的.

**假设 3** 操作对象的动力学模型是已知的, 在整个协调的过程中假定物体不发生形状变化, 实际的物体形变由弹性装置的形变量表征.

以上 3 个假设条件对于一般的多机器人协调系统都是满足的, 对于机器人与操作对象接触时存在相对滑动的情况可参考文献[87-89]. 基于上述 3 个假设, 将式(13)描述的机器人运动学方程带入式(17)描述的操作对象动力学模型可得

$$\begin{aligned} W_c(\Theta(q))(\dot{J}(q)\dot{q} + J(q)\ddot{q}) + \\ w_c(\Theta(q), J(q)\dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= F_c, \\ W_0(Y_0)\ddot{Y}_0 + w_0(\Theta(q), J(q)\dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

由于操作对象所受的接触力是机器人末端输出力的反作用力, 即  $F_c = -F_e$ , 将机器人动力学模型(7)代入(18)可得

$$\begin{aligned} (H(q) + J^T(q)W_c(\Theta(q))J(q))\ddot{q} + \\ C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + J^T(q)W_c(\Theta(q))J(q)\dot{q} + \\ J^T(q)w_c(\Theta(q), J(q)\dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= \tau, \\ W_0(Y_0)\ddot{Y}_0 + w_0(\Theta(q), J(q)\dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)可以简化为如下形式:

$$\begin{aligned} N(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= \tau, \\ W_0(Y_0)\ddot{Y}_0 + w(q, \dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} N(q) &= H(q) + J^T(q)W_c(\Theta(q))J(q) \in R^{6m \times 6m}, \\ n(q, \dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= \\ C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + J^T(q)W_c(\Theta(q))J(q)\dot{q} + \\ J^T(q)w_c(\Theta(q), J(q)\dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &\in R^{6m}, \\ w(q, \dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) &= w_0(\Theta(q), J(q)\dot{q}, Y_0, \dot{Y}_0) \in R^6. \end{aligned}$$

式(20)是基于弹性系统理论建立的多机器人协调系统的数学模型, 也是综合动力学协调控制方式<sup>[63-67]</sup>中所采用的协调系统数学模型的一般形式. 形如式(20)的数学模型是目前描述多机器人协调系统的动力学特性的最准确的形式.

## 4 协调运动控制器设计

多机器人系统的协调控制问题按照控制目标可分为如下两类:

1) 镇定控制: 此类控制任务要求相互协调的几个机器人将同一操作对象以指定的姿态搬运到空间中某一位置, 或者要求每个机器人以给定的力作用于同一对象, 如文献[26-28]中提到的控制任务。

2) 跟踪控制: 此类控制任务要求相互协调的几个机器人共同带着操作对象以给定的速度、加速度沿给定的轨迹运动, 如文献[29-33]中提到的控制任务。特别的, 对于操作对象的位姿镇定控制任务, 也可视为  $Y_{0d}(t) = Y_{0d}$ ,  $\dot{Y}_{0d}(t) = 0$  特殊情况的跟踪控制问题。

多机器人系统的协调控制按照控制器的结构和设计思路的不同, 可分为传统控制方式、主/从控制方式、混合位置/力控制方式和综合动力学控制方式4类。其中: 传统控制方式只考虑多个机器人末端位姿的相对关系, 没有指出多机器人协调系统的动力学特性与单机机器人系统间的区别; 控制器综合方法直接沿用单机机器人系统的控制方式, 不考虑由于控制误差的存在而产生的在机器人末端与操作对象间的内力影响。此类控制方法多见于较早的研究工作<sup>[46-49]</sup>, 实际能完成的任务十分有限, 本文对此不再展开详细介绍。对于其他3种协调控制方法的介绍如下所示。

#### 4.1 主/从协调控制

多机器人系统的主/从协调控制方式是出现的较早的一种控制方法<sup>[50-52]</sup>, 也是目前应用于工业机器人领域的最为简单有效的协调策略。该方法首先指定协调系统中的某一机器人作为主机器人, 而其他机器人承担从机器人的角色, 结合有效的单机机器人控制策略, 首先依据控制目标综合主机器人控制输入, 从机器人的轨迹依据主机器人的轨迹制定, 并保证在整个协调过程中主机器人与从机器人末端执行器的相对位姿不变。主/从控制方式在机器人运动速度较低、操作对象不易发生变形的情况下能够取得较好的控制效果。

多机器人系统的主/从协调控制方式不考虑整个协调系统的动力学模型, 并且假定机器人与操作对象均是理想的刚体, 在整个协调运动过程中机器人末端执行器与操作对象的相对位姿不变。基于上述假设, 首先在多机器人系统中指定一台作为主机器人, 给定一条在世界坐标系下描述的操作对象质心轨迹  $Y_{0d}(t)$ , 首先依据抓取位姿的要求确定主机器人末端执行器的运动轨迹  $Y_{id}^m(t)$ 。因为机器人末端执行器与操作对象的相对位姿在整个协调运动过程中保持不变, 所以第  $i$  个机器人的末端执行器位姿与操作对象质心位姿间的变换关系是固定的, 并可根据抓取位姿的要求确定, 记为  ${}^iH_0$ , 则

$$Y_{id}^m(t) = {}^iH_0 Y_{0d}(t). \quad (21)$$

在上述假定条件下, 只要主机器人的末端执行器沿着  $Y_{id}^m(t)$  运动就能保证操作对象质心位姿沿着轨迹  $Y_{0d}(t)$  运动。确定主机器人的末端运动轨迹之后, 按照多机器人协调系统的负荷分配原则<sup>[20-21]</sup>, 依据主机器人末端执行器的运动轨迹逐个确定从机器人末端执行器运动轨迹  $Y_{jd}^s(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m, j \neq i$ 。在整个协调运动过程中, 各机器人末端执行器的相对位姿也是保持不变的, 记主机器人的末端执行器位姿到每个从机器人末端位姿间的变换关系为  ${}^jH_i$ , 则有

$$Y_{jd}^s(t) = {}^jH_i Y_{id}(t). \quad (22)$$

在确定了所有机器人末端执行器在世界坐标系下的运动轨迹后, 依据机器人基坐标系标定的结果  ${}^wH_{bi}$ , 将世界坐标系下的机器人末端执行器运动轨迹转化为每个机器人基坐标系下运动轨迹  ${}^{bi}Y_{id}$ 。结合机器人运动学逆解方程, 有

$$q_{id} = \Theta^{-1}(Y_{id}) \in R^6, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (23)$$

由此可得机器人关节空间下的运动轨迹。对于自由度  $n \geq 6$  的垂直关节型机器人, 机器人运动学逆解一般会出现多组, 但由于系统结构的限制和事先约定的运动规则, 有些解是不能实现的。在机器人运动学逆解存在多解的情况下, 可依据事先约定的准则选取最满意的一组解。这样对于整个多机器人协调系统而言, 操作对象在笛卡尔空间下的轨迹跟踪问题便转化成了  $m$  个机器人在关节空间的轨迹跟踪问题。

给定关节空间下单个机器人的运动轨迹  $q_{id}(t)$ , 结合机器人动力学模型(6)综合系统输入即机器人关节转矩  $\tau_i$  有许多有效方法, 普遍采用的方法有比例微分控制<sup>[31]</sup>、反馈线性化控制<sup>[46]</sup>和滑模控制<sup>[78]</sup>等方法。以比例微分控制方法为例, 机器人关节转矩

$$\tau_i = -K_{P_i}(q_i - q_{id}) - K_{D_i}(\dot{q}_i - \dot{q}_{id}). \quad (24)$$

控制规律(24)是单个机器人的轨迹跟踪比例微分控制器的一般形式, 采用Lyapunov第二法可以证明该控制器的稳定性, 有关构造Lyapunov函数证明机器人控制器稳定性的步骤在此不再叙述。在控制器稳定性的证明过程中有如下两条性质经常使用:

**性质1** 矩阵  $M_i(q_i)$  是对称、正定的, 同时有确定的上界和下界, 即

$$\lambda_{\min} I \leq M_i(q_i) \leq \lambda_{\max} I.$$

其中:  $\lambda_{\min} \in R$ ,  $\lambda_{\max} \in R$  分别表示矩阵  $M_i(q_i)$  特征值的最小值和最大值。

**性质2** 矩阵  $\dot{M}_i(q_i) - 2C_i(q_i, \dot{q}_i)$  是反对称的, 即对于任意向量  $r \in R^6$  都有下式成立:

$$r^T (\dot{M}_i(q_i) - 2C_i(q_i, \dot{q}_i)) r = 0.$$

总而言之, 多机器人系统的主/从式协调控制以

形如式 (6) 的机器人动力学模型为研究对象, 多用于解决松耦合性的协调任务和刚性操作对象的紧耦合协调任务。

## 4.2 混合位置/力控制

协调多机器人运动的主/从控制方式没有考虑机器人末端执行器同操作对象间的作用力的控制问题, 当操作对象能够承受的作用力有限或机器人的运动速度较高时协调的效果很不理想. 为此出现了新的混合位置/力控制方法, 该方法同时综合机器人末端位置与末端作用力的双闭环控制规律<sup>[53-58]</sup>. 由于机器人末端执行器与操作对象间的作用力属于整个机械系统的内力, 只要机器人末端的位置不变, 不论内力有多大都不会改变操作对象的位置, 也就是说机器人末端位置的控制与末端作用力的控制是相互独立的. 对此可以分别设计机器人运动的位置控制环和作用力控制环, 保证各机器人的末端作用力在满足约束的条件下带着操作对象运动到某一位姿或沿着给定的轨迹运动。

多机器人协调系统的混合位置/力控制方法沿用单个机器人系统的动力学模型, 并采用式 (7) 的形式描述整个系统的动力学特性, 同时假定操作对象的形状不会因外力作用的大小而发生改变,

$$Y_0 = p(Y_1, Y_2, \dots, Y_m). \quad (25)$$

式 (25) 表明操作对象的质心位姿仅取决于各机器人的末端位姿. 显然不论机器人的末端作用力多大, 只要各机器人的末端位姿不变, 操作对象的位姿就不会发生变化, 这也说明机器人末端位姿的控制与末端输出力的控制是相互独立的。

基于上述结论, 采用式 (7) 作为协调系统的动力学模型, 分别为协调系统综合位置控制环和作用力控制环. 有关多机器人系统的位置环镇定控制或轨迹跟踪控制的相关理论与传统的单机器人系统类似, 这里不再重复. 仅考虑多机器人系统的末端输出力控制问题, 为了避免协调过程中损坏机器人或者操作对象, 要求机器人末端执行器的输出力满足如下条件:

$$F_{ei} \leq F_e, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

为了保证上述作用力约束条件满足的同时避免机器人抓持对象时发生相对滑动, 取

$$F_{ei} = F_e - \delta, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

这样多机器人协调过程中的作用力约束问题转化为作用力跟踪问题. 由机器人动力学模型可得

$$F_e = J^+(q)(\tau - M(q)\ddot{q} - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)), \quad (26)$$

其中  $J^+(q)$  表示多机器人系统雅克比矩阵的 Moore-

Penrose 逆, 即

$$J^+(q) = J(q)(J^T(q)J(q))^{-1}.$$

依据式 (26) 可综合多机器人系统的作用力跟踪控制规律. 与位置控制环相似, 作用力跟踪控制规律也可选用比例微分控制<sup>[53]</sup>、滑模控制<sup>[55]</sup>、自适应控制<sup>[59-60]</sup>、鲁棒控制<sup>[61]</sup>和神经网络控制<sup>[62]</sup>等多种形式, 在此不再重复. 将多机器人系统的位置控制与作用力控制相分离, 单独综合位置控制规律、作用力控制规律, 在实现操作对象轨迹跟踪的同时保证机器人末端输出力的大小满足约束条件, 这正是多机器人协调系统混合位置/力控制方式的基本思路<sup>[54]</sup>.

## 4.3 动态协调控制

设计多机器人协调系统的混合位置/力控制器, 假定只要各机器人的末端位姿不变, 操作对象的位姿就不会改变, 这对于大多数的具有一定刚性的物体而言是成立的. 然而, 还有一类物体其质心位置的变化除了与外力的作用点有关还与外力的大小有关, 比如木条<sup>[25,36]</sup>、薄钢板<sup>35,37</sup>、倒立摆<sup>[40]</sup>等. 对于此类协调系统的控制, 其位置控制与作用力的控制是无法分离的, 必须将操作对象的动力学特性与机器人的动力学特性相结合, 构造整个协调系统的动力学模型才能较好地各机器人的协调控制, 文献 [34-39], [63-67] 介绍了此类系统的协调控制问题。

多机器人系统的动态协调控制也称为综合动力学协调控制, 该方法与前两种控制方式的最大区别在于协调系统的数学模型充分考虑了操作对象的动力学特性. 式 (17) 给出了基于弹性系统理论的操作对象动力学特性描述, 对于操作对象质心位姿的一种更一般的表达形式为

$$Y_0 = p(Y_1, Y_2, \dots, Y_m, F_1, F_2, \dots, F_m). \quad (27)$$

与式 (25) 相比, 式 (27) 表明操作对象的末端位姿除了与各机器人的末端位姿相关外, 还取决于所受到的机器人末端作用力的大小. 显然, 式 (27) 更能准确描述现实物体的特性, 特别是那些容易发生形变的操作对象, 如电缆<sup>[36,38]</sup>、衣物<sup>[39]</sup>、书籍、报纸等。

多机器人系统的动态协调控制<sup>34-39</sup> 单独分析操作对象的动力学特性, 并将其与机器人动力学模型相结合构造描述整个系统的数学模型. 结合弹性系统理论构造的多机器人协调系统的整体动力学模型如式 (20) 所示. 显然, 要控制一个形如式 (20) 的系统并不容易, 因为机器人末端作用力的控制与操作对象的位姿控制是紧密耦合在一起的. 文献 [25] 介绍了一种基于非线性观测器的双时间尺度控制方法, 该方法将整个协调系统的动力学特性分解为低阶的慢速子系统和快速子系统, 慢速子系统描述了在不考虑操作对

象形变情况下的质心运动,快速子系统描述了操作对象在外力作用下的质心位姿变化.原协调系统的控制规律由慢速子系统的控制规律和快速子系统的控制规律复合而成,即

$$\tau = \tau_s(q, \dot{q}) + \tau_f(q, \dot{q}, F_e). \quad (28)$$

综合双时间尺度控制规律的关键问题是将系统的动力学模型进行分解,分解的方法需依赖于操作对象的特性具体分析.文献[25]给出了两个机器人搬运柔性条状物体时的分解结果,并在此基础上分别综合了慢速子系统与快速子系统的控制规律.

与此相似,文献[36-37]也是将协调系统的整体模型近似为刚体的位姿控制和柔性体的形变量抑制两部分,并采用混合阻抗控制规律在抑制柔性物体的形变量的同时保证操作对象位姿控制的精度.

虽然多机器人系统的动态协调控制方法充分考虑了包括操作对象在内的系统整体动力学特性,但系统模型的复杂化随之带来了更复杂的控制综合问题.目前,有关多机器人系统动态协调控制,尤其是解决柔性物体的搬运问题方面的研究并不多,而且缺少有效的控制综合方法,因此,有关多机器人系统的动态协调控制的研究尚待进一步的发展.

## 5 讨论与展望

目前,多机器人系统协调控制方面的研究方兴未艾,在建模分析、控制综合尤其是实际应用方面仍然有许多问题亟待解决.通过以上对多机器人系统协调控制问题的综述可以看出,现有的多机器人系统协调控制方法虽然能够解决一些结构化环境下的简单物体搬运问题,但还远不能满足现实中许多任务的操作要求.为了使多机器人系统可实现更复杂的运动协调,本文认为以下问题值得深入研究:

1) 机器人基坐标系的标定方法.协调多机器人的运动离不开统一的坐标系描述,机器人基坐标系与世界坐标系间的变换关系是必须知道的.然而,由于目前的机器人基坐标系标定方法操作步骤复杂、需要依赖其他设备,很难应用在生产环境下.因此,研究操作步骤简单、标定结果准确的多机器人系统的基坐标系标定方法是多机器人协调控制取得应用亟待解决的问题.通过在具有协调关系的机器人间构造某些特殊的姿态,并借助机器人已有的关节角传感器,结合机器人运动学方程可以标定协调机器人基坐标系间的变换关系.未来的研究工作应深入讨论在协作机器人间构造怎样的位姿关系可以得出标定结果,以及采用哪些方法可以减少标定结果的误差.

2) 协调系统的建模与分析.协调好多机器人系统的运动必须有一个能准确反映协调系统动力学特性

的数学模型.系统数学模型是实现控制的基础,建立什么形式的数学模型更具有普遍性、能更合理方便地综合系统的控制规律,对实现协调运动的控制至关重要.

目前,多机器人协调系统建模过程中存在的最大的问题是对于操作对象的动力学特性缺少统一、精确的模型描述方式.虽然,基于弹性系统的理论可为大多数操作对象建立符合其动力学特性的数学模型,但模型本身涉及到太多的操作对象属性,如质量、弹性系数、耗散系数等,这些参数在非结构化的环境下均是未知的.因此,在操作对象的建模过程中若能对这些参数提供在线的估计方法,或寻找其他可知的参数代替而避开使用未知量,对于扩大多机器人系统的应用领域将起到极大的促进作用.

3) 控制策略的适应性.当前协调多机器人运动的各种控制方法不论对于机器人的运动学模型、动力学模型,还是操作对象的动力学模型,都具有较强的依赖性.采用基于模型的控制方法要求系统中的参数是精确可知的,然而应用在非结构环境下的多机器人系统一般无法获知操作对象的全部信息,即便如此也要求选定的控制策略能够完成给定的控制任务.例如,对于基于弹性系统理论建立的协调系统数学模型中包含操作对象的质量、弹性系数、耗散系数等参数,控制系统一般无法精确获知这些参数.因此,研究已知操作对象模型结构但参数可变的自适应控制策略,或者带有操作对象参数在线估计策略的控制方法都具有重要的现实意义.为了保证多机器人协调系统能应用到更一般的环境下,未来的研究工作应注重提高控制方法的鲁棒性和适应性.

除了上述与控制方法直接相关的问题外,未来对多机器人协调控制的研究还应包括以下几点:

4) 控制系统的稳定性分析.非线性系统的稳定性分析一直缺少固定的方法,尤其对于综合了操作对象动力学模型的多机器人动态协调控制,通常很难构造出系统的Lyapunov函数,这证明了控制方法的稳定性.关于多机器人系统协调控制的相关研究应加大对稳定性问题的分析,特别是对于协调控制规律的稳定性证明问题,应给予充分考虑.对于多机器人协调控制稳定性问题的研究不仅具有实际的应用价值,同时对于发展非线性系统的稳定性分析理论具有重要的研究意义.

5) 控制方法的性能评价.目前,有关多机器人协调控制的研究均以实现操作对象的轨迹跟踪为目标,对于控制策略的合理与否、是否最优缺少必要的评价准则.不论是从理论研究还是实际应用的角度来看,研究多机器人系统协调控制方法的性能评价问题都

具有重要的意义。

6) 协调过程约束关系的分析. 多机器人系统与单机器人系统相比最大的区别在于其协调性, 然而目前的研究工作针对“协调”本质的分析研究并不多. 系统协调性的本质是一种物理上的约束关系, 包括时间上的同步、空间上的约束, 然而目前的多机器人协调控制方法对此并未展开深入讨论, 控制过程中也对这些约束关系作了许多简化. 今后对于多机器人系统协调控制的研究, 应着重分析参与协调的机器人在时间上存在怎样的同步关系、空间上存在怎样的约束关系, 只有在充分认识“协调”本质的基础上才能较好的实现协调控制的目标。

## 6 结 语

关于多机器人系统协调控制的研究蕴含着巨大的应用价值和理论研究意义, 多年来一直吸引了众多研究者展开相关工作. 本文在归纳概括了多机器人系统协调控制问题发展过程的基础上, 从个人角度指出了今后研究应着重解决的问题. 通过本文对多机器人系统协调控制问题的介绍, 希望能对相关领域的研究人员和工程技术人员提供有益的帮助. 相信随着多机器人系统的广泛应用, 有关多机器人协调控制的相关领域也会取得更多的研究成果。

## 参考文献(References)

- [1] Zivanovic M D, Vukobratovic M K. Multi-arm cooperating robots[M]. Netherlands: Springer-Netherlands, 2006: 69-83.
- [2] Al-gallaf E, Allen A, Warwick K. A survey of multi-fingered robot hands: Issues and grasping achievements[J]. Mechatronics, 1993, 3(4): 465-491.
- [3] 顾新兴, 孙燕朴, 冯纯伯. 多机器人协调系统研究综述[J]. 系统工程与电子技术, 1994, 12(1): 9-20.  
(Gu X X, Sun Y P, Feng C B. Review of study on coordinated multiple robots system[J]. Systems Engineering and Electronics, 1994, 12(1): 9-20.)
- [4] Pfeffer Lawrence E. The design and control of a two-armed, cooperating, flexible-drivetrain robot system[D]. Stanford: Stanford University, 1994.
- [5] Dickson William Charles. Experiments in cooperative manipulation of objects by free-flying robot teams[D]. Stanford: Stanford University, 1994.
- [6] Gueaieb W. Soft computing based approaches for the robust control of cooperative manipulator systems[D]. Waterloo: University of Waterloo, 2001.
- [7] Yung-Tsan Jou. Human-robot interactive control[D]. Ohio: Ohio University, 2003.
- [8] Curt Alexander Bererton. Multi-robot coordination and competition using mixed integer and linear programs[D]. Carnegie Mellon University, 2004.
- [9] 高为炳. 多机器人系统的动力学与协调控制[J]. 控制与决策, 1992, 7(3): 161-168.  
(Gao W B. Dynamics and coordination control of multiple robot systems[J]. Control and Decision, 1992, 7(3): 161-168.)
- [10] 武斐. 协调多机器人操作手的研究——专家意见综述[J]. 控制理论与应用, 1988, 5(2): 15-21.  
(Wu F. Study of coordinated multiple robot manipulators – A collective view[J]. Control Theory & Applications, 1988, 5(2): 15-21.)
- [11] 陈国良, 黄心汉, 王敏. 双机器人协调跟踪复杂边缘的运动规划[J]. 电气自动化, 2006, 28(5): 20-22.  
(Chen G L, Huang X H, Wang M. Motion planning for two cooperative robots tracking complex edge[J]. Electrical Automation, 2006, 28(5): 20-22.)
- [12] 杜兆才, 邹方. 多机器人协调操作系统实现飞机大型部件对接的轨迹规划[J]. 航空制造技术, 2009, (24): 88-91.  
(Du Z C, Zou F. Trajectory planning of large part merging with a multi-robot coordinated manipulation system[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2009, (24): 88-91.)
- [13] Basile F, Caccavale F, Chiacchio P, et al. Task-oriented motion planning for multi-arm robotic systems[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2012, 28(5): 569-582.
- [14] Gan Y H, Dai X Z. Kinematic cooperation analysis and trajectory teaching in multiple robots system for welding[C]. Proc of IEEE Int Conf on Emerging Technologies and Factory Automation. Toulous: IEEE, 2011: 1-8.
- [15] Zhan Q, He Y H, Chen M. Collision avoidance of cooperative dual redundant manipulators[J]. Chinese J of Aeronautics, 2003, 16(2): 117-122.
- [16] Fei Y Q, Ding F Q, Zhao X F. Collision-free motion planning of dual-arm reconfigurable robots[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2004, 20(4): 351-357.
- [17] 李平, 孟庆鑫, 王立权. 双机器人协调系统的碰撞检测问题研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2005(3): 320-323.  
(Li P, Meng Q X, Wang L Q. Research on collision detection for two-robot coordinated system[J]. J of Harbin Engineering University, 2005, 26(3): 320-323.)
- [18] Spencer A, Pryor M, Kapoor C, et al. Collision avoidance techniques for tele-operated and autonomous manipulators in overlapping workspaces[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 2008: 2910-2915.

- [19] Chiddarwar S S, Babu N R. Dynamic priority allocation for conflict free coordinated manipulation of multiple agents[C]. Proc of IEEE Int Conf on Automation Science and Engineering. New York: IEEE, 2009: 549-554.
- [20] Zhao Y S, Ren J Y, Huang Z. Dynamic loads coordination for multiple cooperating robot manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(7): 985-995.
- [21] 赵志刚, 吕恬生. 多机器人协同吊运系统的协调动态载荷分配[J]. 机器人, 2012, 34(1): 114-119.  
(Zhao Z G, Lv T S. Coordinated dynamic load distribution for multi-robot collaborative towing system[J]. Robot, 2012, 34(1): 114-119.)
- [22] Von A C, Tolle H. A self-adjusting active compliance controller for multiple robots handling an object[J]. Control Engineering Practice, 2002, 10(2): 165-173.
- [23] Owen W S, Croft E A, Benhabib B. A multi-arm robotic system for optimal sculpting[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2008, 24(1): 92-104.
- [24] Torres F, Puente S, Daz C. Automatic cooperative disassembly robotic system: Task planner to distribute tasks among robots[J]. Control Engineering Practice, 2009, 17(1): 112-121.
- [25] Tavasoli A, Egtesad M, Jafarian H. Two-time scale control and observer design for trajectory tracking of two cooperating robot manipulators moving a flexible beam[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57(2): 212-221.
- [26] Benhabib B, Zak G, Tabarah E. Position control of two-arm manipulators for coordinated point-to-point motion[J]. J of Robotic Systems, 1988, 5(2): 103-124.
- [27] Damaren C J. An adaptive controller for two cooperating flexible manipulators[J]. J of Robotic Systems, 2003, 20(1): 15-21.
- [28] Cetin A E, Adli M A. Cooperative control of a human and a robot manipulator for positioning a cart on a frictionless plane[J]. Mechatronics, 2006, 16(8): 461-469.
- [29] Tarn T J, Bejczy A K, Yun X. Dynamic coordination of two robot arms[C]. Proc of IEEE Int Conf on Decision and Control. New York: IEEE, 1986: 1267-1270.
- [30] Dauchez P, Fournier A, Jourdan R. Hybrid control of a two-arm robot for complex tasks[J]. Robotics and Autonomous Systems, 1989, 5(4): 323-332.
- [31] Luecke G R, Lai K W. A joint error-feedback approach to internal force regulation in cooperating manipulator systems[J]. J of Robotic Systems, 1997, 14(9): 631-648.
- [32] Kawabata K, Kobayashi H. System preservation of a cooperative manipulator system[J]. Electrical Engineering in Japan, 1997, 121(2): 47-53.
- [33] Pelagagge P M, Cardarelli G, Palumbo M. Design criteria for cooperating robots assembly cells[J]. J of Manufacturing Systems, 1995, 14(4): 219-229.
- [34] 高为炳. 用多机器人系统完成柔性物体的跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 1994, 11(6): 653-663.  
(Gao W B. Tracking flexible objects by multiple robot systems[J]. Control Theory & Applications, 1994, 11(6): 653-663.)
- [35] Al-Jarrah O, Zheng Y F, Yi K Y. Trajectory planning for two manipulators to deform flexible materials using compliant motion[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1995: 1517-1522.
- [36] Sun D, Liu Y H. Modeling and impedance control of a two-manipulator system handling a flexible beam[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1997: 1787-1792.
- [37] Al-Yahmadi A S, Abdo J, Hsia T C. Modeling and control of two manipulators handling a flexible object[J]. J of the Franklin Institute: Engineering and Applied Mathematics, 2007, 344(5): 349-361.
- [38] Tanner H G, Kyriakopoulos K J, Krikelis N J. Modeling of multiple mobile manipulators handling a common deformable object[J]. J of Robotic Systems, 1998, 15(11): 599-623.
- [39] Kudo M, Nasu Y, Mitobe K, et al. Multi-arm robot control system for manipulation of flexible materials in sewing operation[J]. Mechatronics, 2000, 10(3): 371-402.
- [40] Hoshino T, Furuta K. Hand-over of unstable object between multiple manipulators[C]. Proc of 2001 IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 2001. 3510-3515.
- [41] Liu C G, Wu K H, Xu Y. Coordinated control of multiple free-floating space robotic system[C]. 2005 IEEE Int Conf on Mechatronics and Automations. New York: IEEE, 2005: 357-361.
- [42] Li Z J, Ge S S, Wang Z P. Robust adaptive control of coordinated multiple mobile manipulators[J]. Mechatronics, 2008, 18(5-6): 239-250.
- [43] Gardner J F, Velinsky S A. Kinematics of mobile manipulators and implications for design[J]. J of Robotic Systems, 2000, 17(6): 309-320.
- [44] Chung J H. Interactive force control of an operator-mobile manipulator coordination system[J]. J of Robotic Systems, 2002, 19(4): 189-198.
- [45] Li Z, Chen W, Luo J. Adaptive compliant force-motion control of coordinated non-holonomic mobile manipulators interacting with unknown non-rigid environments[J]. Neurocomputing, 2008, 71(7-9): 1330-1344.
- [46] Tarn T, Bejczy A, Yun X. Coordinated control of two robot arms[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1986: 1193-1202.

- [47] Hayati S. Hybrid position/force control of multi-arm cooperating robots[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1986: 82-89.
- [48] Uchiyama M, Iwasawa N, Hakomori K. Hybrid position/force control for coordination of a two-arm robot[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1987: 1242-1247.
- [49] Seraji H. Adaptive control strategies for cooperative dual-arm manipulators[J]. J of Robotic Systems, 1987, 4(5): 653-684.
- [50] Kosuge K, Ishikawa J, Furuta K, et al. Control of single-master multi-slave manipulator system using VIM[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1990: 1172-1177.
- [51] Ahmad S, Luo S. Coordinated motion control of multiple robotic devices for welding and redundancy coordination through constrained optimization in Cartesian space[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1989, 5(4): 409-417.
- [52] 顾新兴, 冯纯伯, 夏洪胜. 基于 Lyapunov 全局指数稳定的机器人双手协调控制[J]. 机器人, 1991, 13(1): 50-56.  
(Gu X X, Feng C B, Xia H S. Dual-arm robotic coordination control based on Lyapunov globally exponential stability[J]. Robot, 1991, 13(1): 50-56.)
- [53] Uchiyama M, Dauchez P. A symmetric hybrid position/force control scheme for the coordination of two robots[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1988: 350-356.
- [54] Yoshikawa T, Zheng X. Coordinated dynamic hybrid position/force control for multiple robot manipulators handling one constrained object[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1990: 1178-1183.
- [55] Derventzis C A, Davison E J. Robust motion/force control of cooperative multi-arm systems[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1992: 2230-2237.
- [56] Wen J T, Delgado K K. Motion and force control of multiple robotic manipulators[J]. Automatica, 1992, 28(4): 729-743.
- [57] Luo Z W, Ito M. Control design of robot for compliant manipulation on dynamic environments[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1993, 9(3): 286-296.
- [58] Al-gallaf E A. Multi-fingered robot hand optimal task force distribution: Neural inverse kinematics approach[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2006, 54(1): 34-51.
- [59] Ueki S, Kawasaki H, Ito S. Experiment of adaptive coordinate control with out force sensor for multiple robot arms[C]. Proc of the 41st Sice Annual Conf. New York: IEEE, 2002: 2234-2239.
- [60] Namvar M, Aghili F. Adaptive force-motion control of coordinated robots interacting with geometrically unknown environments[J]. IEEE Trans on Robotics, 2005, 21(4): 678-694.
- [61] Liu J F, Abdel-Malek K. Robust control of planar dual-arm cooperative manipulators[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2000, 16(2-3): 109-119.
- [62] Kumar N, Panwar V, Sukavanam N. Neural network control of coordinated multiple manipulator systems[C]. Int Conf on Computing: Theory and Applications. New York: IEEE Computer Society, 2007: 250-256.
- [63] Zribi M, Karkoub M, Huang L L. Modelling and control of two robotic manipulators handling a constrained object[J]. Applied Mathematical Modelling, 2000, 24(12): 881-898.
- [64] Wang J, Dodds S J, Bailey W N. Co-ordinated control of multiple robotic manipulators handling a common object — Theory and experiments[C]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 1997, 144(1): 73-84.
- [65] Hu Y R, Vukovich G. Dynamic control of free-floating coordinated space robots[J]. J of Robotic Systems, 1998, 15(4): 217-230.
- [66] Zribi M, Karkoub M, Loulin H. Modelling and control of two robotic manipulators handling a constrained object[J]. Applied Mathematical Modelling, 2000, 24(12): 881-898.
- [67] Wang L T, Kuo M J. Time-optimal control of multiple cooperating manipulators with trajectory and motion program constraints[J]. J of Robotic Systems, 1999, 16(3): 185-194.
- [68] Hanqi Zhuang, Zvi S Roth, Sudhakar R. Simultaneous robot/world and tool/flange calibration by solving homogeneous transformation equations of the form  $AX = YB$ [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1994, 10(4): 549-554.
- [69] Gu Xin-Xin, Feng Chun-Bo. A calibration procedure for a system of two coordinated manipulators[J]. Int J of Robotics and Automation, 1995, 10(4): 152-158.
- [70] Van Albada G D, Lagerberg J M, Visser A, et al. A low-cost pose-measuring system for robot calibration[J]. Robotics and Autonomous Systems, 1995, 15(3): 207-227.
- [71] Bonitz R G, Hsia T C. Calibrating a multi-manipulator robotic system[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 1997, 4(1): 18-22.
- [72] Su Jian-Bo. Base calibration for dual robot system[J]. Control Theory & Applications, 1998, 15(4): 575-582.
- [73] Arai T, Maeda Y, Kikuchi H, et al. Automated calibration of robot coordinates for reconfigurable assembly systems[J]. CIRP Annals: Manufacturing Technology, 2002, 51(1): 5-8.

- [74] Jingyan Song, Danya Yao, Jianming Hu, et al. A novel calibration system for a space manipulator[C]. Proc of the 2006 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems. New York: IEEE, 2006: 4672-4677.
- [75] Yahui Gan, Xianzhong Dai. Base frame calibration for coordinated industrial robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2011, 59(7-8): 563-570.
- [76] Huang H P, Chen R S. Modeling and adaptive coordination control of a two-Robot system[J]. J of Robotic Systems, 1992, 9(1): 65-92.
- [77] 顾新兴, 叶桦, 冯纯伯, 等. 基于模型偏差补偿原理的机器人双臂协调控制[J]. 控制理论与应用, 1993, 10(1): 21-28.  
( Gu X X, Ye H, Feng C B, et al. Robot dual-arm coordination control based on modeled deviation compensating principle[J]. Control Theory & Applications, 1993, 10(1): 21-28.)
- [78] Su C Y, Stepanenko Y. Adaptive sliding mode coordinated control of multiple robot arms attached to a constrained object[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1995, 25(5): 871-878.
- [79] Sharkey N E. Artificial neural networks for coordination and control: The portability of experiential representations[J]. Robotics and Autonomous Systems, 1997, 22(3-4): 345-359.
- [80] Woon L C, Ge S S, Chen X Q, et al. Adaptive neural network control of coordinated manipulators[J]. J of Robotic Systems, 1999, 16(4): 195-211.
- [81] Choi H S. Dynamics of cooperating manipulators for fixtureless assembly and robust control based on fuzzy logic[J]. J of Robotic Systems, 1999, 16(2): 93-103.
- [82] Al-Fahed Nuseirat A M, Al-Musili S M Ar. Optimum grasp and coordinated manipulation by articulated multifingered gripper[J]. ZAMM, 2001, 81(3): 185-196.
- [83] Ridao M A, Camacho E F, Riquelme J, et al. An evolutionary and local search algorithm for motion planning of two manipulators[J]. J of Robotic Systems, 2001, 18(8): 463-476.
- [84] Jérôme Szewczyk, Frédéric Plumet, Philippe Bidaud. Planning and controlling cooperating robots through distributed impedance[J]. J of Robotic Systems, 2002, 19(6): 283-297.
- [85] Rocha R, Dias J, Carvalho A. Cooperative multi-robot systems: A study of vision-based 3-D mapping using information theory[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2005, 53(3-4): 282-311.
- [86] Panwar V, Kumar N, Sukavanam N, et al. Adaptive neural controller for cooperative multiple robot manipulator system manipulating a single rigid object[J]. Applied Soft Computing, 2012, 12(1): 216-227.
- [87] Harald H. Dextrous manipulation with multifingered robot hands including rolling and slipping of the fingertips[J]. Robotics and Autonomous Systems, 1995, 14(1): 29-53.
- [88] Deo A S, Walker I D. Dynamics and control of multiple cooperating manipulators with rolling contacts[J]. J of Robotic Systems, 1996, 13(10): 619-648.
- [89] Maekawa H, Tanie K, Komoriya K. Kinematics, statics and stiffness effect of 3D grasp by multifingered hand with rolling contact at the fingertip[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New York: IEEE, 1997: 78-85.