

文章编号: 1001-0920(2013)10-1454-05

## 动态车辆路径问题的分区灵活分批 TSP 策略

熊浩

(1. 长沙理工大学 交通运输工程学院, 长沙 410076; 2. 中南大学 交通运输工程学院, 长沙 410004)

**摘要:** 动态车辆路径问题是当前车辆路径问题的新兴热门问题, 但其实时优化策略研究仍然有较大的改进空间. 鉴于此, 在一般分区分批旅行商问题 (TSP) 策略的基础上, 提出了分区灵活分批 TSP 策略, 并对策略有效性进行了分析. 最后进行了实例仿真验证, 结果表明, 所提出策略能够减少车辆服务顾客的平均行驶距离, 从而减少顾客的平均系统时间.

**关键词:** 动态车辆路径问题; 实时优化策略; 有效性分析; 仿真分析

**中图分类号:** N945

**文献标志码:** A

## Flexible nTSP strategy of dynamic vehicle routing problems

XIONG Hao

(1. School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China; 2. School of Traffic and Transportation Engineering, Central South University, Changsha 410004, China. E-mail: xh\_xionghao@126.com)

**Abstract:** Dynamic vehicle routing problem(DVRP) is emerging topical issue for the vehicle routing problem, but its real-time optimization still needs to be improved. Therefore, the mod nTSP strategy is proposed based on the flexible nTSP strategy. And the competitive analysis of the new strategy shows the reason of the improvement. Finally, the simulation results show that the new strategy can reduce the average distance between the adjacent customers on the routing of vehicle while keeping the other system time constant, and the average customer system time can be reduced.

**Key words:** dynamic vehicle routing problem; real-time optimization strategy; competitive analysis; simulation analysis

## 0 引言

近年来, 随着城市经济的发展和规模的不断扩大, 各种各样动态的交通需求与日俱增. 如: 集装箱货物的集散运输、批发市场的零担货运和快递服务的末端集货发货; 生产商或销售商配送中心的按需补货或者紧急补货; 汽车抢修或维修服务的修理员实时响应; 出租车或电话叫车服务的车辆调度; 警车、救护车、救护车等紧急服务的车辆调度等. 这些与日俱增的动态交通需求已成为日益突出的城市交通拥堵的主要原因之一, 如何应对这些动态的交通需求、提高车辆的出行效率成为迫切需要研究的课题.

动态车辆路径问题由 Psaraftis<sup>[1]</sup>于 20 世纪 80 年代末首次提出, 但在 90 年代后期, 动态车辆路径问题才逐渐得到一定程度的重视. 目前, 该类问题的实时优化策略分为以算法为主和以规则为主两类. 以算法

为主的策略为了突出动态车辆路径问题的动态特性, 往往以新顾客的出现作为决策的触发机制, 每次新顾客到达即进行路径的优化. 该类策略一般以算法研究为主, 包括 3 种类型: 局部优化、全局优化和综合优化<sup>[2]</sup>, 具体有插入法<sup>[3-4]</sup>、禁忌搜索<sup>[5-6]</sup>、列生成法<sup>[7]</sup>、蚁群算法<sup>[8]</sup>、遗传算法<sup>[9]</sup>等. Bent 等<sup>[10]</sup>针对短期目标与长期目标的矛盾性提出了适应能力较强的多计划方法 (MPA) 和考虑预测信息的多场景方法 (MSA). 以规则为主的策略比较重视规则对优化目标的影响, 从而侧重对规则的研究. 文献 [11-13] 提出了基于排队论的一系列构建静态子问题的策略, 包括先到先服务策略 (FCFS)、随机中心排队策略 (SQM)、定量 TSP 策略 (nTSP)、分区定量 TSP 策略 (mod nTSP)、分格策略 (PART)、就近策略 (NN) 和填充曲线策略 (SFC). 文献 [14] 利用排队论构建了中点重定位策略; 文献 [15] 对

收稿日期: 2012-06-20; 修回日期: 2012-12-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271220); 湖南省自然科学基金青年基金项目(13JJ4061); 2011 中国物流学会研究课题(2011CSLKT152).

作者简介: 熊浩(1981-), 男, 讲师, 博士, 从事物流工程、供应链库存协调等研究.

一类需求密集情况下随机动态车辆路径问题的期望系统时间下界和 TSP 策略的渐近性能进行了分析;文献 [16] 研究了多种需求到达率情况下的排队策略. 还有一类研究比较侧重对等待地选择和再分配规则策略的研究, 如原地等待和等候点等候的研究<sup>[17-19]</sup>、GEN 策略<sup>[20]</sup>和 RH 策略<sup>[21]</sup>.

综上, 以算法为主的策略倾向于利用传统静态问题的算法进行改进和调整, 缺乏对规则的研究, 而实际上动态车辆路径问题的规则对策略有效性的影响较大<sup>[11-13]</sup>. 鉴于此, 本文在目前相对较好的规则策略——分区分批 TSP 策略的基础上, 提出了一种改进策略——分区灵活分批 TSP 策略. 该策略允许在排队等候时分区中出现的新顾客进入决策, 并使优化路径中的顾客数与进入队列时顾客群的顾客数保持一致. 对这种新策略的有效性分析表明, 该策略能在不改变其他系统时间的情况下减少车辆平均行驶距离, 从而使平均系统时间减少. 最后对所提出策略进行了仿真分析, 结果表明分区灵活分批 TSP 策略具有更好的优化效果.

## 1 问题描述

动态车辆路径问题是指在现代信息技术条件下, 通过不断更新顾客或车辆路径的相关信息, 对车辆路径实施实时优化. 动态车辆路径问题中动态的含义是: 1) 问题的信息是时间依赖性的, 输入信息随时间的推移出现或更新, 这些信息是建立静态问题的重要信息, 包括需求、路网或车辆等; 2) 路径的实时优化必须随着时间进程, 根据新出现的信息不断提出新的解决方案, 不能采用预先制定的方案应对未来情况, 惟一能预先做的是确定一种策略或方针, 规定行动与系统状态之间的关系. 动态车辆路径问题一般包括动态旅行商问题 (DTSP) 和动态修理员旅行问题 (DTRP).

顾客需求产生过程的时间符合以分布密度为  $\lambda$  的泊松分布, 且独立分布在某个区域 A. 车辆从车场出发以固定的速度服务这些顾客, 在每个顾客节点的服务时间为  $t_0$ , 节点  $i$  与节点  $j$  之间的距离为  $t_{ij}$ . 该问题需要寻找最优的路径服务这些需求, 使得每个顾客的平均系统时间最少. 系统时间是每个顾客从出现在系统中到服务被完成所必须花费的平均时间, 包括等待时间和在线服务时间. 实时优化策略可以利用顾客出现过程的时间分布和地理位置分布, 寻找最优的策略使系统时间最少.

为了研究方便, 作如下假设: 车辆行驶速度为固定的单位速度; 车辆无容量限制; 一个分区由一辆车完成, 每辆车均从车场出发并返回车场. 由于分区灵活分批策略两次分派的顾客群的最后 1 个顾客与第 1 个顾客并不一定相邻, 返回车场是较为合理的选择.

## 2 策略分析

### 2.1 策略概述

分区灵活分批策略与一般分区分批策略一样, 随着时间推移解决一系列静态问题. 分区灵活分批策略在决策时间点上作了一定的调整, 使进入计划的顾客更多, 可以从中选择更短的路径进行分派, 从而使路径平均距离更短.

1) 分区灵活定量策略. 从区域中心引出射线, 射线扫描将区域分为  $k$  个分区, 当某个分区中出现  $n/k$  个顾客时, 该分区进入队列, 见图 1. 将分区进入队列时间与最早完成任务的车辆出现空闲时间进行比较, 若车辆空闲时间较晚, 则按车辆空闲时间减去优化计算所需时间开始决策, 该时间之前出现的顾客均进入决策范围, 从中选择  $n/k$  个顾客构成的最优路径进行计划分派; 若车辆在顾客群形成时已经空闲, 则在分区进入队列时即对该  $n/k$  个顾客进行 TSP 路径优化分派.

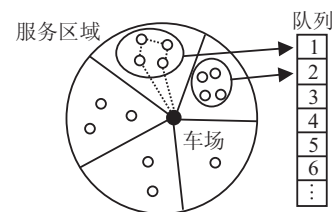


图 1 分区灵活定量 TSP 策略排队示意图

2) 分区灵活定时策略. 从区域中心引出一条射线, 该射线以中心为圆心, 顺时针匀速进行扫描, 扫描一周所需时间为  $t$ , 每扫描  $t/k$  所形成的区域进入队列, 此时分区中的顾客数量  $n_t$  为需要计划分派的顾客数量, 见图 2. 将进入队列时间与最早空闲的车辆完成时间进行比较, 若车辆空闲时间较晚, 则按车辆空闲时间减去优化计算所需时间开始决策, 该时间之前出现的顾客均进入决策问题, 从中选择  $n_t$  个顾客构成的最优路径进行计划分派; 若车辆在队列形成时已经空闲, 则在分区进入队列时即对该  $n_t$  个顾客进行 TSP 路径优化分派.

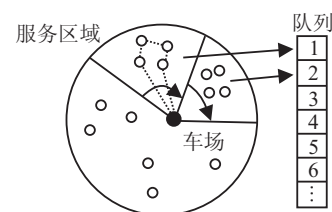


图 2 分区灵活定时 TSP 策略排队示意图

可见, 灵活分批的静态子问题构建更加复杂. 首先, 对于灵活分批策略, 其计划时的顾客数并不固定, 而灵活定时策略计划需要先统计扫描分区完成时分

区中的顾客数;其次,两种灵活分批策略均需对进入队列时间与车辆空闲时间进行比较,从而确定开始决策的时间点,在该决策时间点之前未分派的顾客都进入静态子问题,但并不是都分派,而是按照 TSP 优化结果选择特定数量的顾客。

假设分区进入队列的时间为  $T_1$ , 车辆空闲时间为  $T_2$ , 计划优化计算需要时间为  $\delta t$ . 若  $T_1 + \delta t \leq T_2$ , 则开始决策的时间点为  $T_3 = T_2 - \delta t$ , 此时分区内的顾客数可能大于  $n$  (分批策略的批量) 或  $n_{t_i}$  (定时策略在分区扫描完成时分区中新出现的顾客数量), 但是路径计划只选择  $n$  或  $n_{t_i}$  个顾客的优化路径进行分派, 因此该分区中下一个优化决策的顾客可能包括本期计划剩余的顾客和新出现的顾客; 若  $T_1 + \delta t > T_2$ , 则开始决策的时间点为  $T_3 = T_1$ . 所以, 开始分派时间为  $T_4 = T_3 + \delta t$ , 各时间点间的关系如图 3 和图 4 所示。

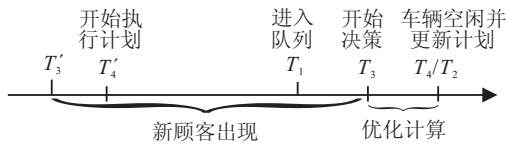


图 3  $T_1 + \delta t \leq T_2$  时决策时间范围

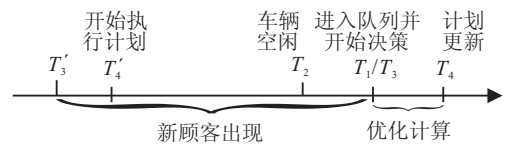


图 4  $T_1 + \delta t > T_2$  时决策时间范围

### 2.2 静态子问题的界定

实时优化策略决策输入要素为顾客和车辆, 确定方法如图 5 所示。

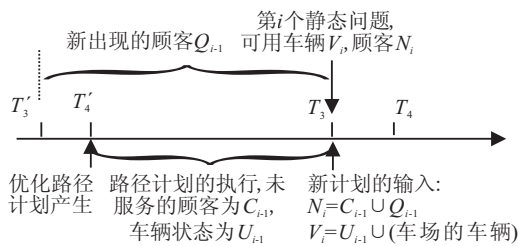


图 5 静态子问题的顾客和车辆状态等输入信息

静态子问题的顾客群确定方法如下:  $C_{i-1}$  表示在  $T_3$  时间点进入队列的分区中已知的未进行计划分派的顾客;  $O_{i-1}$  表示在  $[T_3', T_3]$  期间新出现的顾客, 其数量为  $n_i$  (定量策略为固定值, 定时策略为变化值); 在  $T_3$  决策时刻的顾客需求包括前一个计划中剩下未被服务的顾客需求和新出现的顾客需求, 即  $N_i = C_{i-1} \cup O_{i-1}$ ; 优化决策需要从顾客群  $N_i$  中挑选最优的  $n_{i-1}$  个顾客构成新的路径计划。

静态子问题的车辆状态更新方法如下: 车辆被分派分区的路径计划任务后, 根据该任务计算出车辆完

成该计划中  $n_i$  个顾客后的时间和位置, 对车辆状态进行更新. 根据更新后的车辆状态可以预测下一个决策时间点和最早出现空闲的车辆位置。

### 2.3 有效性分析

分区灵活分批策略与一般分区分批策略相比, 不再以顾客群组进入队列, 而是整个分区进入队列. 因为分区灵活定量策略和分区灵活定时策略的基本思路较为相似, 所以重点对分区灵活定量策略的有效性进行分析。

整个服务区域分为  $k$  个分区, 每个分区的顾客到达时间间隔分布的平均值为  $\lambda/k$ , 当上一个批量形成后, 每个分区需要重新累计产生  $n/k$  个顾客形成新的批量. 仍然以分区内达到一定数量或间隔相同时间作为分区进入队列的临界, 所以队列形成时间不变, 为  $n/(2\lambda)$ , 惟一可能改变的是服务过程中的平均路径时间. 由于在路径优化时顾客数量更多, 平均路径会比一般分批策略短. 批量开始接受服务后, 顾客平均等待时间为

$$W^+ = E(L_N) + \frac{n}{2k} \bar{s} = \frac{n/k}{N} \beta \sqrt{N \frac{A}{k}} + \frac{n}{2k} \bar{s} = n \beta \sqrt{\frac{A}{k^3 N} + \frac{n}{2k} \bar{s}}. \quad (1)$$

其中:  $N = n/k + kW_{set}/\lambda$ ,  $W_{set}$  为排队时间。

另外, 当车辆空闲时间晚于分区进入队列时间时, 前 1 个排队群体中  $n$  个顾客与后续排队群体中的顾客会进行交换. 该交换不改变服务等待时间, 也不改变顾客群排队时间, 因此仍然符合  $\sum GI/G/m$  排队模型条件 (定量策略). 以批量的虚拟顾客参加排队, 虚拟顾客到达时间间隔分布的平均值为  $t^- = n/\lambda$  的爱尔郎分布, 方差为  $\delta_a^2 = n/\lambda^2$ ; 服务时间的平均值为

$$\bar{x} = n \beta \sqrt{\frac{A}{k^3 N} + \frac{n}{k} \bar{s}},$$

方差为  $\delta_b^2 = \text{Var}(L_N) + n \delta_s^2/k$ . 因此, 此时的排队时间由  $\sum GI/G/m$  可以推导为

$$W_{set} \sim \frac{\lambda \left( \frac{1}{\lambda^2} + \frac{\delta_s^2}{m^2} \right)}{2 \left( 1 - \rho - \frac{\lambda}{m} \beta \sqrt{\frac{A}{kN}} \right)}, \quad \rho = \frac{\lambda \bar{s}}{m}. \quad (2)$$

队列形成时间、服务等待时间和排队时间构成的系统时间平均值可以表示为

$$T_{flex-G/G/m} \leq \frac{\lambda \left( \frac{1}{\lambda^2} + \frac{\delta_s^2}{m^2} \right)}{2 \left( 1 - \rho - \frac{\lambda}{m} \beta \sqrt{\frac{A}{kN}} \right)} + \frac{n(k+m\rho)}{2k\lambda} + n \beta \sqrt{\frac{A}{k^3 N}}. \quad (3)$$

由排队论的稳定条件  $\bar{s} + \bar{d} \leq m/\lambda$ , 有

$$\beta \sqrt{\frac{A}{kN}} + \bar{s} \leq \frac{m}{\lambda}.$$

可以推导出

$$y = \frac{\lambda\beta\sqrt{A}}{m(1-\rho)\sqrt{kN}} \leq 1.$$

代入式 (3) 可以得到

$$T_{flex\_G/G/m} \leq \frac{\lambda(1/\lambda^2 + \delta_s^2/m^2)}{2(1-\rho)(1-y)} + \frac{n\lambda\beta^2 A(k+m\rho)}{N2k^2m^2(1-\rho)^2y^2} + \frac{n\lambda\beta\bar{\beta}A}{Nm(1-\rho)yk^2}. \quad (4)$$

当  $\rho \rightarrow 1$  时, 有  $y \rightarrow 1$ . 对式 (4) 以  $y$  为自变量求最大值, 此时  $y$  的最优取值为

$$y^* = 1 - \frac{km}{\beta} \sqrt{\frac{N(1/\lambda^2 + \delta_s^2/m^2)(1-\rho)}{nA(k+m)}}. \quad (5)$$

将式 (5) 代入 (4), 可以推导出

$$T_{flex\_G/G/m} \leq \frac{n\lambda\beta^2 A(k+m)}{2k^2Nm^2(1-\rho)^2} + \frac{\lambda\beta\sqrt{nA(k+m)(1/\lambda^2 + \delta_s^2/m^2)}}{2km(1-\rho)^{3/2}\sqrt{N}} + \frac{n\lambda\beta\bar{\beta}A}{Nm k^2(1-\rho)}. \quad (6)$$

将式 (6) 的第 1 项与策略下界  $T^* = \gamma^2 \frac{\lambda A}{m^2(1-\rho)^2}$  相比, 可得到

$$T_{flex\_G/G/m} \leq \frac{n(k+m)\beta^2}{2k^2N\gamma^2} T^*. \quad (7)$$

因为  $N = n/k + kW_{set}/\lambda$ , 得到新策略的最小值为

$$T_{flex\_G/G/m} \leq \left( \frac{1}{1+k^2W_{set}/n\lambda} \right) \frac{(1+m/k)\beta^2}{2\gamma^2} T^* = \left( \frac{1}{1+k^2W_{set}/n\lambda} \right) T_{mod\_G/G/m}. \quad (8)$$

另外, 对于分区灵活定时策略, 当车辆空闲时间晚于分区进入队列时间时, 前 1 个排队群体中  $n_i$  个顾客与后续排队群体中的顾客会进行交换. 该交换不改变服务等待时间, 也不改变顾客群排队时间, 因此队列仍然符合  $D/G/m$  排队模型条件<sup>[11]</sup>, 改变的仅是旅行时间. 同理, 得到

$$T_{flex\_D/G/m} \leq \left( \frac{1}{1+k^2W_{set}/n\lambda} \right) \frac{(1+m/k)\beta^2}{2\gamma^2} T^* = \left( \frac{1}{1+k^2W_{set}/n\lambda} \right) T_{mod\_D/G/m}. \quad (9)$$

可见, 分区灵活定时策略比一般分区策略在效果上会有所改善, 其程度与  $n$  和  $k$  的取值有关. 根据文献 [11], 理论上  $n$  和  $k$  取值是越大越好, 但本文中很难确定, 所以, 在具体的应用中需要通过仿真分析才能具体得出.

### 3 仿真分析

设置仿真数据: 在以车场为圆心、以  $r$  为半径的区域范围内进行服务, 车辆数为  $m$ , 顾客到达率为  $\lambda$ , 顾客平均服务时间为  $s$ . 随机给定一组数据进行仿真:  $r = 10, m = 5, \lambda = 10, s = 1$ . 然后设置策略参数, 对于分区灵活定量策略, 分区数  $k = 10$ , 定量批量  $n/k = 10$ , 计算时间  $\delta t = 0.5$ ; 对于分区灵活定时策略, 分区

数  $k = 10$ , 固定时间间隔  $T = 20$ , 计算时间  $\delta t = 0.5$ , 其中扫描间隔根据平均路径中顾客数和到达率推导. 根据实际情况, 设定平均一条路径中的顾客数为  $n$ , 扫描周期为  $T \approx \lambda n/m$ , 由此得到分区扫描时间为  $t \approx T/k$ . 随机生成 400 个顾客 (顾客的位置和时间均随机生成), 按照时间从小到大排序, 表示顾客逐渐出现. 顾客的位置在均匀分布的圆形区域, 取原点为圆心; 生成到达时间间隔为负指数分布, 累计构成顾客的随机到达时间, 该过程符合泊松过程.

将随机生成的顾客分别采用分区定量策略和分区灵活定量策略进行仿真, 结果如表 1 所示. 由表 1 可见, 分区灵活定量 TSP 策略相对于分区定量 TSP 策略, 能够较大幅度地降低平均路径, 使平均系统时间有所减少.

表 1 两种定量 TSP 策略仿真结果

算 法	路径长度/m	平均系统时间/s
分区定量 TSP 策略	328.518 1	24.175 4
分区灵活定量 TSP 策略	307.039 3	23.701 5

利用上述参数重新生成一组顾客, 分别采用分区定时 TSP 策略和分区灵活定时 TSP 策略进行仿真, 结果如表 2 所示. 由表 2 可见, 分区灵活定时 TSP 策略相对于分区定时 TSP 策略, 能够降低平均路径, 使平均系统时间有所减少.

表 2 两种定时 TSP 策略仿真结果

算 法	路径长度/m	平均系统时间/s
分区定时 TSP 策略	287.155 9	26.676 4
分区灵活定时 TSP 策略	283.341 0	26.151 0

以上两组仿真分析在 400 个随机到达且随机分布的顾客中, 取中间有效的 20 次静态问题计算结果统计策略的平均效果. 为了对策略效果进行深入分析, 选取平均系统时间和平均路径长度进行分析. 结果表明, 分区灵活分批比一般分区分批策略的平均系统时间有所减少, 其原因很大程度上是平均路径时间的减少. 但是, 由于定时和定量策略的效果均与参数的选择有关, 本文并没有对定时和定量的策略进行比较, 而只是对灵活分区灵活分批与一般分区分批进行比较, 因为这两组对应的策略可以将参数设置成相同的情况进行比较.

### 4 结 论

本文在一般分区分批策略的基础上构建了分区灵活分批 TSP 策略, 并利用应用排队论、几何概率论等理论对该策略的有效性进行推导, 证明了改进的策略比原策略具有更好的有效性. 相对于一般分区分批 TSP 策略, 主要在决策时间点上作了一定的调整,

该调整改变了进入计划的顾客数,使进入计划的顾客更多,从而从中选择更优的路径进行分派,使路径平均距离更短。仿真分析结果表明了新策略能够使路径距离变短,从而使平均系统时间减少。

由于所提出策略主要通过减少路径时间来减少平均系统时间,该研究应用于不同领域可以发挥不同的实际意义:应用于城市配送可以减少车辆的无效运输从而缓解城市交通压力;应用于快递服务可以提高客户的响应从而增加客户满意水平,增加快递企业的竞争力;应用于出租车电话叫车服务可以增加调度公司的车辆调度的效益,有利于电话叫车服务发展和普及;应用于道路应急运输则可以使突发事件得到及时的救助和处理。

### 参考文献(References)

- [1] Psaraftis H N. Dynamic vehicle routing problems[J]. 1988, 16(1): 223-248.
- [2] Ichouad'G S, Gendreau M. Diversion issues in real-time vehicle dispatching[J]. *Transportation Science*, 2000, 34(4): 426-460.
- [3] Regan A C, Mahmassani H S, Jaillet P. Dynamic decision making for commercial fleet operations using real-time information[J]. *J of the Transportation Research Board*, 1996, 1537(1): 91-97.
- [4] Larsen A, Madsen O, Solomon M. Partially dynamic vehicle routing-models and algorithms[J]. *J of the Operational Research Society*, 2002, 53(6): 637-646.
- [5] Gendreau M, Guertin F, Potvin J Y, et al. Parallel tabu search for real-time vehicle routing and dispatching[J]. *Transportation Science*, 1999, 33(4): 381-390.
- [6] 刘霞, 齐欢. 基于禁忌搜索的动态车辆路径问题研究[J]. *武汉理工大学学报: 交通科学与工程版*, 2010, 34(2): 293-296.  
(Liu X, Qi H. Research of dynamic vehicle routing problem based on tabu search algorithm[J]. *J of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering*, 2010, 34(2): 293-296.)
- [7] Chen Z L, Xu H. Dynamic column generation for dynamic vehicle routing with time windows[J]. *Transportation Science*, 2006, 40(1): 74-88.
- [8] 徐洪丽, 钱旭, 岳训, 等. 一种新的基于 logistic 混沌映像的自适应混沌蚁群优化算法求解动态车辆路径问题[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(6): 2058-2060.  
(Xu H L, Qian X, Yue X, et al. New ant colony optimization algorithm based on logistic chaotic image to resolve VRP problem[J]. *Application Research of Computers*, 2012, 29(6): 2058-2060.)
- [9] 王旭, 葛显龙, 代应. 基于两阶段求解算法的动态车辆调度问题研究[J]. *控制与决策*, 2012, 27(2): 175-181.  
(Wang X, Ge X L, Dai Y. Research on dynamic vehicle routing problem based on two-phase algorithm[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(2): 175-181.)
- [10] Bent R W, Van Hentenryck P. Scenario-based planning for partially dynamic vehicle routing with stochastic customers[J]. *Operations Research*, 2004, 52(6): 977-987.
- [11] Bertsimas D J, Van Ryzin G. Stochastic and dynamic vehicle routing with general demand and interarrival time distributions[J]. *Advances in Applied Probability*, 1993, 25(4): 947-978.
- [12] Bertsimas D J, Van Ryzin G. Stochastic and dynamic vehicle routing in the Euclidean plane with multiple capacitated vehicles[J]. *Operations Research*, 1993, 41(1): 60-76.
- [13] Bertsimas D J, Van Ryzin G. A stochastic and dynamic vehicle routing problem in the Euclidean plane[J]. *Operations Research*, 1991, 39(4): 601-615.
- [14] 郭耀煌, 钟小鹏. 动态车辆路径问题排队模型分析[J]. *管理科学学报*, 2006, 9(1): 33-37.  
(Guo Y H, Zhong X P. Analysis of the queuing model of dynamic vehicle routing problem[J]. *J of Management Sciences in China*, 2006, 9(1): 33-37.)
- [15] 郭耀煌, 谢秉磊. 一类随机动态车辆路径问题的策略分析[J]. *管理工程学报*, 2003, 17(4): 114-115.  
(Guo Y H, Xie B L. Policy analysis on a stochastic dynamic vehicle routing problem[J]. *J of Industrial Engineering Management*, 2003, 17(4): 114-115.)
- [16] Smith S L, Pavone M, Bullo F, et al. Dynamic vehicle routing with priority classes of stochastic demands[J]. *SIAM J on Control and Optimization*, 2010, 48(5): 3224-3245.
- [17] Larsen A, Madsen O, Solomon M M. The a priori dynamic traveling salesman problem with time windows[J]. *Transportation Science*, 2004, 38(4): 459-472.
- [18] Bent R, Van Hentenryck P. Waiting and relocation strategies in online stochastic vehicle routing[C]. *Proc of the 20th Int Joint Conf on Artificial Intelligence*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc, 2007: 1816-1821.
- [19] Potvin J Y, Xu Y, Benyahia I. Vehicle routing and scheduling with dynamic travel times[J]. *Computers & Operations Research*, 2006, 33(4): 1129-1137.
- [20] Papastavrou J D. A stochastic and dynamic routing policy using branching processes with state dependent immigration[J]. *European J of Operational Research*, 1996, 95(1): 167-177.
- [21] Pavone M, Frazzoli E, Bullo F. Distributed and adaptive algorithms for vehicle routing in a stochastic and dynamic environment[J]. *Computing Research Repository*, 2009, 903(3): 899-921.