

文章编号: 1001-0920(2013)12-1827-04

具有平衡点漂移的非线性系统参数 H_∞ 控制

陈 宁, 刘雨田, 刘 波, 桂卫华

(中南大学 信息科学与工程学院, 长沙 410083)

摘 要: 针对具有参数不确定性的非线性系统, 研究其参数 H_∞ 控制问题. 首先, 当外界扰动输入为零时, 利用非线性代数方程给出非线性系统平衡点存在区域; 然后, 当外界扰动输入不为零时, 设计状态控制器, 通过 Lyapunov 函数法, 推导出使闭环系统参数稳定且满足 H_∞ 性能指标的充分条件. 仿真结果表明, 所设计的 H_∞ 控制器能有效地稳定非线性系统, 并且具有一定的 H_∞ 性能指标.

关键词: 非线性系统; 参数 H_∞ 控制; 平衡点分析; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Parametric H_∞ control of nonlinear systems with moving equilibria

CHEN Ning, LIU Yu-tian, LIU Bo, GUI Wei-hua

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: CHEN Ning, E-mail: ningchen@mail.csu.edu.cn)

Abstract: The parametric H_∞ control problem of nonlinear systems with uncertain parameters is investigated. Firstly, the existence region of equilibrium involves the solution of nonlinear algebraic equations with no input disturbance. Then, when the disturbance input exists, state feedback controllers are designed and the sufficient conditions which made the closed-loop system parametric stable and satisfied H_∞ disturbance attenuation are formulated by using the Lyapunov function. The simulation results show that the designed controllers can effectively stabilize the nonlinear systems and nonlinear systems have certain H_∞ disturbance attenuation.

Key words: nonlinear systems; parametric H_∞ control; equilibrium analysis; linear matrix inequality

0 引 言

非线性系统的描述经常包括一些不能精确预测的参数, 因此在参数不确定性存在的情况下保证非线性系统的稳定性是一项基本的理论研究内容, 由此出现了鲁棒研究的相关控制策略. 然而, 传统的鲁棒控制策略常常把平衡点的存在性和其稳定性分开考虑, 其惯常的做法是先计算感兴趣的平衡点, 然后通过坐标变换将其平移到原点. 这种控制方案包含一种与实际不相符的假定, 即假定在整个参数变化的范围内平衡点是固定不变的^[1-2]. 实际上, 系统参数的变化常常影响系统的结构, 引起系统平衡点的漂移, 更可能使系统平衡点完全消失, 有时甚至破坏整个系统的稳定性. 例如, 从理论上讲, 可将复杂动态网络看作许多动态节点按一定形式关联起来的特殊关联大系统^[3], 各个动态节点之间的关联状态是依赖于某些参数的, 当

这些参数发生改变时, 就会改变动态节点之间的耦合关系, 从而改变整个动态网络的平衡点及其稳定性, 这种平衡点随参数变化的现象给系统分析、设计和控制带来了很大的困难.

许多学者研究了参数稳定性的问题^[4-10]. 例如, 文献[5-6]针对具有定常参考输入和不确定性参数的 Lurie 系统, 提出了系统参数绝对稳定的条件; 文献[7]研究了非线性系统的参数镇定问题, 在不确定参数变化引起平衡点漂移的情况下, 通过线性矩阵不等式结合相应控制策略使非线性系统参数镇定, 并且所提出的控制策略能很好地应用于具有波动负载的电力系统; 结合不同的优化方法, 文献[8]研究了一类具有非线性约束条件的非线性系统的参数稳定性问题, 考虑了平衡点随参数漂移的情况, 给出了系统的参数稳定化控制器的设计方法, 并将此方法与增益调度法进行了对比. 文献[9]在非线性系统平衡点处得

收稿日期: 2012-07-18; 修回日期: 2012-12-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074001); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2010QZZD016).

作者简介: 陈宁(1970-), 女, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统参数稳定性分析、分散控制等研究; 刘雨田(1986-), 女, 硕士, 从事复杂系统参数稳定性的研究.

出了非线性系统局部参数二次稳定的充分必要条件和局部参数渐近稳定的必要条件,同时针对离散非线性系统提出了离散非线性系统局部参数二次稳定充要条件和局部参数渐近稳定必要条件.本文则研究了关联 Lurie 大系统参数稳定性存在条件和参数稳定区域,给出了在该参数稳定区域中基于线性矩阵不等式条件的关联大系统稳定性存在的充分条件,研究了多胞型关联 Lurie 大系统参数绝对稳定性存在的充分条件^[10].需要说明的是,以上文献均未考虑系统的性能.

在实际系统的控制过程中,既要求设计使整个闭环系统镇定的控制器,又要使系统达到满意的性能指标,解决该问题的有效方法是采用 H_∞ 控制方法.自从 Zames^[11]提出 H_∞ 控制思想以来, H_∞ 先后经历了从连续系统到离散系统^[12-13]、从线性系统到非线性系统^[14-15]、从定常系统到时变系统^[16]的发展历程.

本文研究具有参数不确定性的非线性系统参数 H_∞ 控制问题.当扰动输入为零时,在参数漂移情况下利用非线性代数方程给出非线性系统平衡点存在区域;当外界扰动输入不为零时,设计状态控制器,通过 Lyapunov 函数法推导出使闭环系统参数稳定且满足 H_∞ 性能指标的充分条件;最后给出了仿真结果.

1 问题描述

对于如下非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + h(x, p) + B_1 w + B_2 u, \\ z &= Cx + Dw. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 为状态变量, $w \in \mathbf{R}^r$ 为扰动输入, $z \in \mathbf{R}^p$ 为控制输出, $u \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入, $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbf{R}^{n \times r}$, $B_2 \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbf{R}^{p \times n}$, $D \in \mathbf{R}^{p \times n}$, $h: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^l \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为关于 x 的分段连续函数, $p \in \mathbf{R}^l$ 为不确定参数变量.考虑如下控制器:

$$u = r + K(x - x^r) \in \mathbf{R}^m. \quad (2)$$

其中: r 为参考输入, x^r 为参考输入对应的参考变量, K 为待求的常数矩阵.

将控制器 (2) 代入 (1) 可得如下闭环系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + h(x, p) + B_1 w + B_2 K(x - x^r), \\ z &= Cx + Dw. \end{aligned} \quad (3)$$

假设 1 参数向量 p 限制在以标称值 p^* 为球心的球域 Ω 内,即

$$\Omega = \{p \in \mathbf{R}^l \mid \|p - p^*\| \leq \rho\}. \quad (4)$$

假设 2 对于所有参数向量 $p \in \Omega$, 闭环系统平衡点 $x^e(p)$ 是关于 p 的连续函数,其标称值记为 x^* .

假设 3 函数 $h(x, p) - h[x^e(p), p]$ 满足如下扇区条件,即对于矩阵 $H[x^e(p), p]$, 有如下不等式成立:

$$[h(x, p) - h[x^e(p), p]]^T [h(x, p) - h[x^e(p), p]] \leq$$

$$[x - x^e(p)]^T H^T [x^e(p), p] H [x^e(p), p] [x - x^e(p)], \quad (5)$$

其中 $H[x^e(p), p]$ 的元素为参数向量 p 和连续函数 $x^e(p)$.由假设 1~假设 3 可知,如果矩阵 $H(x^*, p^*)$ 非奇异,且存在常数 $\alpha > 0$,则对于任意 $p \in \Omega$,满足如下不等式:

$$[x - x^e(p)]^T H^T [x^e(p), p] H [x^e(p), p] [x - x^e(p)] \leq \alpha^2 [x - x^e(p)]^T H^T [x^*, p^*] H [x^*, p^*] [x - x^e(p)]. \quad (6)$$

在本节中, $H[x^e(p), p]$ 取对角矩阵,以便求出关于区域 Ω 的明确范围.

对于非线性系统 (1), 非线性函数 $h(x, p)$ 满足假设 1~假设 3, 如果在邻域 $\Omega(p^*)$ 内, 对于给定的正常数 γ , 设计控制器 (2) 使得以下条件成立: 1) 当 $w(t) = 0$ 时, 对于任意 $p \in \Omega(p^*)$ 存在惟一平衡状态 $x^e(p) \in \mathbf{R}^n$, 使得闭环系统参数稳定; 2) 当 $w(t) \neq 0$ 时, 在零初始条件下, 对 $\forall w(t) \in L_2[0, \infty]$, 有 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|w(t)\|_2$. 则称控制器 (2) 是参数 H_∞ 控制器, 闭环系统 (3) 参数稳定, 且满足 H_∞ 性能指标.

2 参数 H_∞ 控制的结果与证明

对于不确定参数 p , 平衡点方程为

$$Ax^e + h(x^e(p), p) + B_2[r + K(x^e(p) - x^r)] = 0. \quad (7)$$

由于 $x^e(p)$ 是闭环系统 (3) 的平衡状态, 引入新的状态变量 $\tilde{x} = x - x^e(p)$, 对系统 (3) 第 1 式进行坐标变换, 并将方程 (7) 代入, 可得

$$\dot{\tilde{x}} = (A + B_2 K)\tilde{x} + g(x^e(p), p, \tilde{x}) + B_1 w. \quad (8)$$

其中 $g(x^e(p), p, \tilde{x}) = h(x^e(p) + \tilde{x}, p) - h(x^e(p), p)$.

下面给出闭环系统 (3) 的参数 H_∞ 控制的充分条件.

定理 1 对于系统 (3), 如果存在正定对称矩阵 Y , 矩阵 L , 实数 $\beta > 0, \gamma > 0$, 变量 $k_l > 0$ 和 $k_y > 0$, 使得如下 LMI 成立:

$$\begin{aligned} & \min c_1 \beta + c_2 k_l + c_3 k_y; \\ & \text{s.t.} \begin{bmatrix} \Pi_1 & I & \Pi_2 & \Pi_3 & YC^T \\ I & -I & 0 & 0 & 0 \\ \Pi_2^T & 0 & \gamma^{-1} D^T D - \gamma I & 0 & 0 \\ \Pi_3^T & 0 & 0 & -\beta I & 0 \\ CY & 0 & 0 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\beta - 1/\alpha^2 < 0, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -k_l I & L^T \\ L & -I \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} Y & I \\ I & k_y I \end{bmatrix} > 0. \quad (11)$$

其中: $\Pi_1 = AY + YA^T + B_2 L + L^T B_2^T$, $\Pi_2 = B_1 + \gamma^{-1} Y C^T D$, $\Pi_3 = Y H^T(x^*, p^*)$; c_1, c_2 和 c_3 是合适的权因子; α 是稳定裕度, $\alpha = 1/\sqrt{\beta}$; 且 $K = LY^{-1}$ 是控制器 (2) 的增益. 则称系统 (3) 参数稳定, 且满足 H_∞ 性能指标.

证明 首先证明当 $w(t) = 0$ 时, 对于任意 $p \in \Omega(p^*)$ 存在惟一平衡状态 $x^e(p) \in R^n$, 使得闭环系统参数稳定.

考虑系统 (3) 平衡点的存在性. 由式 (7) 可知, 平衡点 x^* 的求解依赖于 x^r 和 K . 此外, 矩阵 $H[x^*, p^*]$ 需要先确定 x^* 的值. 为了避免循环, 采取如下方式定义参考输入 x^r :

1) 固定 p^* , 解方程

$$Ax + h(x, p^*) = 0, \quad (12)$$

此方程可以用牛顿方法求解;

2) 令 $x^r = x^*$, 则对于任意 K , x^* 是闭环系统

$$\dot{x} = Ax + h(x, p^*) + B_1 w + B_2 K(x - x^r) \quad (13)$$

的平衡点.

下面证明当 $w(t) = 0$ 时, 闭环系统 (3) 第 1 式的稳定性. 选择 Lyapunov 函数 $V(\tilde{x}) = \tilde{x}^T P \tilde{x}$, 其中 P 是正定矩阵. 求解 $V(\tilde{x})$ 的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{x}) = & \tilde{x}^T (A^T P + PA) \tilde{x} + \tilde{x}^T (K^T B_2^T P + \\ & PB_2 K) \tilde{x} + \tilde{x}^T P g(x^e(p), p, \tilde{x}) + g^T(x^e(p), p, \tilde{x}) P \tilde{x} + \\ & \tilde{x}^T P B_1 w + w^T B_1^T P \tilde{x} \leq \\ & \tilde{x}^T (A^T P + PA) \tilde{x} + \tilde{x}^T (K^T B_2^T P + PB_2 K) \tilde{x} + \\ & \tilde{x}^T P g(x^e(p), p, \tilde{x}) + g^T(x^e(p), p, \tilde{x}) P \tilde{x} + \\ & \tilde{x}^T P B_1 w + w^T B_1^T P \tilde{x} - g^T(x^e(p), p, \tilde{x}) g(x^e(p), p, \tilde{x}) + \\ & \alpha^2 \tilde{x}^T H^T(x^*, p^*) H(x^*, p^*) \tilde{x}. \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$q^T = (\tilde{x}^T, g^T(x^e(p), p, \tilde{x})), \quad \Xi = \begin{bmatrix} \Pi_4 & P \\ P & -I \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Pi_4 = & A^T P + PA + K^T B_2^T P + PB_2 K + \\ & \alpha^2 H^T(x^*, p^*) H(x^*, p^*). \end{aligned} \quad (15)$$

若式 (9) 成立, 则当 $w(t) = 0$ 时, 利用 Schur 补可得 $\Xi < 0$, 于是 $\dot{V}(\tilde{x}) < 0$, 闭环系统 (8) 渐近稳定.

下面证明当 $w(t) \neq 0$ 时, 在零初始条件下, 对于 $\forall w(t) \in L_2[0, \infty]$, 有 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|w(t)\|_2$. 为此, 考虑

$$J_r = \int_0^t [\gamma^{-1} \tilde{z}^T \tilde{z} - \gamma w^T w] dt. \quad (16)$$

由于零初始条件和 $V(\tilde{x})$ 的正定性, 有

$$\begin{aligned} J_r = & \int_0^t [\gamma^{-1} \tilde{z}^T \tilde{z} - \gamma w^T w + \dot{V}(\tilde{x})] dt - V(\tilde{x}) \leq \\ & \int_0^t [\gamma^{-1} \tilde{z}^T \tilde{z} - \gamma w^T w + \dot{V}(\tilde{x})] dt. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} & \gamma^{-1} \tilde{z}^T \tilde{z} - \gamma w^T w = \\ & \gamma^{-1} (C \tilde{x} + Dw)^T (C \tilde{x} + Dw) - \gamma w^T w = \\ & \gamma^{-1} [\tilde{x}^T C^T C \tilde{x} + \tilde{x}^T C^T D w + w^T D^T C \tilde{x} + \\ & w^T D^T D w] - \gamma w^T w, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{x}) = & \tilde{x}^T (A^T P + PA) \tilde{x} + \tilde{x}^T (K^T B_2^T P + \\ & PB_2 K) \tilde{x} + \tilde{x}^T P g(x^e(p), p, \tilde{x}) + \\ & g^T(x^e(p), p, \tilde{x}) P \tilde{x} + \tilde{x}^T P B_1 w + w^T B_1^T P \tilde{x} \leq \\ & \tilde{x}^T (A^T P + PA) \tilde{x} + \tilde{x}^T (K^T B_2^T P + \\ & PB_2 K) \tilde{x} + \tilde{x}^T P g(x^e(p), p, \tilde{x}) + \\ & g^T(x^e(p), p, \tilde{x}) P \tilde{x} + \tilde{x}^T P B_1 w + w^T B_1^T P \tilde{x} - \\ & g^T(x^e(p), p, \tilde{x}) g(x^e(p), p, \tilde{x}) + \\ & \alpha^2 \tilde{x}^T H^T(x^*, p^*) H(x^*, p^*) \tilde{x}. \end{aligned} \quad (18)$$

因此有

$$J_r \leq \int_0^t Z^T \Omega Z dt. \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} Z = & [\tilde{x}^T \quad g^T(x^e(p), p, \tilde{x}) \quad w^T]^T, \\ \Omega = & \begin{bmatrix} \Pi_5 & P & PB_1 + \gamma^{-1} C^T D \\ P & -I & 0 \\ B_1^T P + \gamma^{-1} D^T C & 0 & \gamma^{-1} D^T D - \gamma I \end{bmatrix}, \\ \Pi_5 = & PA + A^T P + PB_2 K + K^T B_2^T P + \gamma^{-1} C^T C. \end{aligned} \quad (20)$$

对式 (20) 分别左乘、右乘 $\text{diag}(P^{-1}, I, I)$, 令 $Y = P^{-1}$, $L = KY$, $\beta = 1/\alpha^2$, 利用 Schur 补可得, 若 $\Omega < 0$, 则等价于式 (9) 成立.

为了得到理想的 α , 增加限制条件 $\gamma - 1/\alpha^2 < 0$ 且令变量 $k_l > 0$, $k_y > 0$. 由于 $\|K\| \leq k_y \sqrt{k_l}$, 变量 k_l , k_y 限制增益 K 的大小. 又因为 $K = LY^{-1}$, 所以有

$$L^T L < k_l, \quad Y^{-1} < k_y I, \quad (21)$$

不等式 (21) 等价于 (11). \square

3 算例分析

设非线性系统 (1) 的系数矩阵为

$$\begin{aligned} A = & \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C = & [1 \quad 1], \quad D = [1 \quad 1], \end{aligned} \quad (22)$$

其中非线性部分为

$$h(x, p(t)) = \begin{bmatrix} x_1 \sin x_2 + p - 1 \\ \sin^2 x_1 + p - 2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

假定 $p^* = 0$, 得到 $x_1^* = -0.63$, $x_2^* = -2.06$. 运用三角公式可得

$$\begin{aligned} & h_1(x, p) - h_1(x^e(p), p) = \\ & 2x_1^e(p) \cos(x_2^e(p)/2 + x_2/2) \sin(x_2/2 - x_2^e(p)/2) + \\ & (x_1/2 - x_1^e(p)/2) \sin(x_2) h_2(x, p) - h_2(x^e(p), p) = \\ & \sin(x_1 + x_1^e(p)) \sin(x_1 - x_1^e(p)). \end{aligned} \quad (24)$$

函数 $h(x, p) - h(x^e(p), p)$ 满足不等式 (6), 其中

$$H(x^e, p) = \begin{bmatrix} [2(1 + |x_1^e|)]^{1/2} & 0 \\ 0 & [|x_1^e|^2 + 0.5|x_1^e|]^{1/2} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

由方程(25)可得 $H_1(x^e(p), p) = 1.80$, $H_2(x^e(p), p) = 0.84$. 令 $\|K\| \leq 2$ 为理想增益界, 根据定理1可得 $\alpha = 1.4$, $K = [-1.24 \quad -1.57]$, 系统的 H_∞ 性能指标为 $\gamma = 6.6$. 根据不等式(6), 闭环系统非线性部分需满足

$$H_1^2(x^e(p), p) = 2(1 + |x_1^e|) \leq 3.25\alpha^2, \\ H_2^2(x^e(p), p) = |x_1^e(p)|^2 + 0.5|x_1^e(p)| \leq 0.71\alpha^2. \quad (26)$$

由式(26)可得, 当 $\alpha = 1.4$ 时, $|x_1^e| \leq 0.95$. 根据平衡点漂移方程(7), 对应参数 p 的范围是 $|p| \leq 9.96$. 平衡点随参数 p 的变化轨迹如图1所示. 当参数 $p = 4$, 平衡点为 $[-0.08 \quad -0.88]$ 时, 由图2可以看出, 控制器 K 使系统闭环稳定.

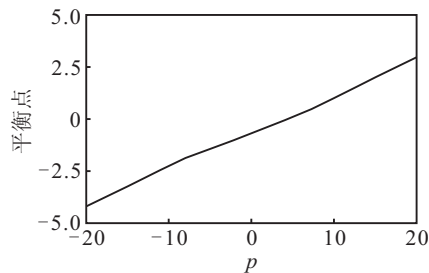


图1 平衡点漂移轨迹

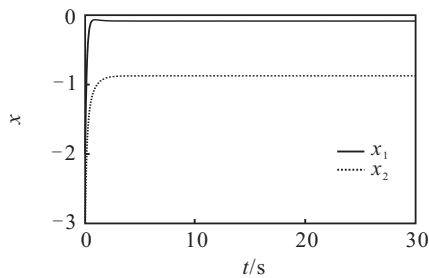


图2 系统(22)的状态变量

4 结 论

本文研究了具有平衡点漂移的非线性系统参数 H_∞ 控制问题. 提出了一种更加符合实际的参数稳定性分析及 H_∞ 控制器的设计方法; 分析了参数变化对无外界干扰系统的平衡点的影响, 通过求解非线性系统代数方程分析了系统平衡点存在的区域; 当外界扰动输入不为零时, 设计了状态 H_∞ 控制器, 通过选取特殊的参数依赖 Lyapunov 函数, 推导出使闭环系统参数稳定且满足 H_∞ 性能指标的 LMI 条件. 仿真结果表明, 采用所提出的方法设计的 H_∞ 控制器能有效地稳定非线性系统, 并具有一定的 H_∞ 性能指标.

参考文献(References)

- [1] Ikeda M, Ohta Y, Siljak D D. Parametric stability: New trends in system theory[M]. Boston: Birkhauser, 1991: 1-19.
- [2] Siljak D D. Large-scale dynamic systems: Stability and structure[M]. Amsterdam: North-Holland, 1978: 225-249.
- [3] Duan Z S, Wang J Z, Chen G R, et al. Stability analysis and decentralized control of complex dynamical networks[J]. Automatica, 2008, 44(4): 1028-1035.
- [4] Ohta Y, Siljak D D. Parametric quadratic stabilizability of uncertain nonlinear systems[J]. System Control Letters, 1994, 22(6): 437-444.
- [5] Wada T, Ikeda M, Ohta Y, et al. Parametric absolute stability of Lurie systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(11): 1649-1653.
- [6] Wada T, Ikeda M, Ohta Y, et al. Parametric absolute stability of multivariable Lurie systems[J]. Automatica, 2000, 36(9): 1365-1372.
- [7] Zecevic A M, Siljak D D. Parametric stabilization of nonlinear systems with moving equilibria[C]. Proc of the 41th IEEE Conf on Decision and Control. Nevada, 2002: 1068-1071.
- [8] Zecevic A I, Siljak D D. Stabilization of nonlinear systems with moving equilibria[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(6): 1036-1040.
- [9] Sundarapandian V. New results on the parametric stability of nonlinear systems[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2006, 43(1/2): 9-15.
- [10] 陈宁, 桂卫华, 刘碧玉. 关联 Lurie 控制大系统的参数绝对稳定性[J]. 自动化学报, 2007, 33(12): 1283-1289. (Chen N, Gui W H, Liu B Y. Parametric absolute stability of interconnected lurie control systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(12): 1283-1289.)
- [11] Zame G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverses[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1981, 26(2): 301-320.
- [12] Khargonekar P P, Petersen I R, Zhou K. Robust stabilization of uncertain linear systems: Quadratic stabilizability and H_∞ control theory[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(3): 356-361.
- [13] Xu S Y, Yang C W. Stabilization of discrete-time singular systems: A matrix inequalities approach[J]. Automatica, 1999, 35(9): 1613-1617.
- [14] Iwasaki T, Skelton R E. All controllers for the general H_∞ control for descriptor system: LMI existence condition and state space formulas[J]. Automatica, 1994, 30(8): 1307-1317.
- [15] Shen T L, Tamura K. Rubust H_∞ control of uncertain nonlinear system via state feedback[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(4): 766-768.
- [16] Petersen I R, Hollot C V. A riccati equation to the stabilization of uncertain linear linear systems[J]. Automatica, 1986, 22(4): 397-411.