

文章编号: 1001-0920(2013)11-1751-05

## 一类非完整移动机器人编队控制方法

张瑞雷, 李 胜, 陈庆伟

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

**摘 要:** 针对大部分两轮非完整移动机器人轮轴中心与几何中心不重合的特点, 提出一种多机器人协调编队控制算法. 构造队形参数矩阵确定编队形状, 根据领航机器人和相关队形参数生成虚拟机器人, 把编队控制分解为跟随机器人对虚拟机器人的轨迹跟踪. 建立虚拟机器人与跟随机器人之间误差系统模型, 利用 Lyapunov 理论设计相应控制器, 从而实现队形保持和变换. 应用 microsoft robotics developer studio 4(MRDS4) 搭建 3D 仿真平台, 设计 3 组实验, 结果进一步验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 非完整移动机器人; 轨迹跟踪; 编队控制; 队形变换

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

### Formation control for a kind of nonholonomic mobile robots

ZHANG Rui-lei, LI Sheng, CHEN Qing-wei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: ZHANG Rui-lei, E-mail: zhangrelay@qq.com)

**Abstract:** For the problem that the wheel-axle center and the geometric center of the most nonholonomic mobile robot are noncoincidence, the formation coordination control algorithm is proposed in this paper. The shape of formation is determined by the parameter matrix and the virtual robot is generated according to the lead robot and related formation parameters, translating the formation control problem into the trajectory tracking problem between the follow robot and virtual robot. The error system model between two robots is built, and the control algorithm is designed by using the Lyapunov theory for the formation keeping and transforming. Three groups of experiment are designed by the microsoft robotics developer studio 4, and the simulation results show the effectiveness of the presented method.

**Key words:** nonholonomic mobile robot; trajectory tracking; formation control; formation transform

### 0 引 言

近年来, 机器人的协调控制成为多机器人系统研究的热点. 多机器人通过协调能完成某些单个机器人不能完成的任务, 通常有更高的效率. 编队控制是一个典型的多机器人协调问题, 在地理勘测、侦查、救援、扫雷和运输等领域具有广阔的应用前景. 目前, 多机器人的编队控制算法主要包括基于行为的方法<sup>[1-2]</sup>、虚拟结构法<sup>[3-4]</sup>和领航-跟随法<sup>[9-12]</sup>.

文献[2]研究了一组仅有局部感知和少量通讯的分布式机器人, 通过全局行为的队形控制方法, 实现了多机器人编队的建立和保持. 文献[3]针对通信范围和带宽限制, 基于虚拟结构法, 提出了一种统一的分布式编队控制结构, 结合一致性理论和轨迹跟踪, 实现了多机器人编队拓扑的切换和控制. 文献[4]提

出了一种基于模型预测控制方法的编队控制器, 并将其用于跟踪虚拟领航机器人. 文献[5]将领航-跟随方法应用于潜水器领域. 文献[6-8]研究了一类控制输入受约束非完整移动机器人的编队控制问题. 文献[9]将编队控制问题分解为轨迹跟踪、机器人控制和队形控制3个子问题, 通过  $l-\phi$  和  $l-l$  控制, 采用输入输出反馈线性化方法实现了多机器人的编队控制. 文献[10]通过在跟随机器人上安装观测器来估计领航机器人速度, 仅依靠通信位置信息实现编队控制, 但编队精度较差, 领航机器人做复杂运动时, 编队保持不理想.

非完整约束机器人在纯滚动、无滑动的情况下, 使用反馈线性化的队形控制方法需要选定离轴点, 该点位于机器人的前进方向, 与质心有一定的偏移量,

收稿日期: 2012-09-17; 修回日期: 2012-12-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60975075, 61074023).

作者简介: 张瑞雷(1985-), 男, 博士生, 从事机器人智能控制、多机器人协调控制的研究; 陈庆伟(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制与智能系统等研究.

当此偏移量较大时,引起较大的队形误差;较小时,产生不合适的运动.文献[11]提出的队形控制方法解决了上述问题,但该算法的实现要保证内三角形的关系.文献[12]在此基础上提出了改进的编队控制算法,实现了包括线性队形在内的队形控制.

上述文献研究机器人的运动学模型多为轮轴中心与几何中心重合的两轮差动机器人,并且对队形的控制精度分析较少,没有讨论不同速度条件对跟踪误差影响,跟随机器人与领航者之间也是单向通信的关系.本文在此基础上针对轮轴中心与几何中心不重合的非完整移动机器人设计编队控制策略,实现了编队形状的保持和变换.最后,利用MRDS4仿真平台设计实验进行了算法验证.

## 1 编队控制结构

### 1.1 队形描述

多机器人编队的队形通常有线形、柱形、菱形和梯形等,如图1所示.

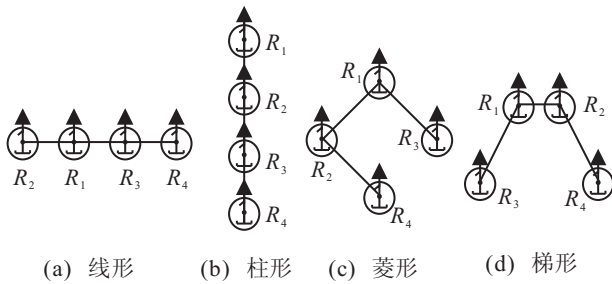


图1 4个机器人典型队形结构

编队系统一般设定一个主领航机器人,负责提供编队的导航,决定编队的主轨迹.如果系统中的两个机器人存在局部的领航与跟随关系,则分别称这两个机器人为领航机器人和跟随机器人.例如图1(c)中, $R_1$ 为主领航机器人; $R_1-R_2$ ,  $R_1-R_3$ 和 $R_2-R_4$ 为3个局部领航-跟随对.为了指定队形参数、跟踪的领航机器人的编号,定义队形参数矩阵

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1 \ \mathbf{F}_2 \ \cdots \ \mathbf{F}_n]_{3 \times n}. \quad (1)$$

其中: $\mathbf{F}_n = [i_n^r \ \rho_n^r \ \phi_n^r]^T$ 表示机器人 $R_n$ 的队形参数,它包含3部分,分别为 $R_n$ 跟踪机器人的编号 $i_n^r$ ,与对应领航机器人保持的期望距离 $\rho_n^r$ 和期望角度 $\phi_n^r$ ,一般选定 $R_1$ 为主领航机器人,定义主领航机器人 $R_1$ 队形参数 $\mathbf{F}_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$ .

### 1.2 控制结构

在控制器设计前,简要描述一下系统的控制结构.系统主要分为两层,上层为通信协调层,主要提供多机器人之间通信和协调信息,下层为领航-跟随控制层,如图2所示.

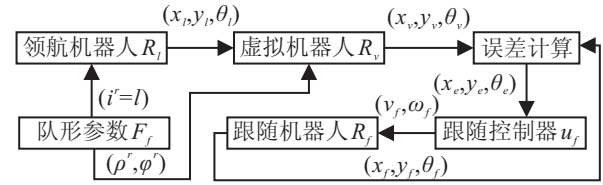


图2 领航-跟随控制结构

## 2 控制器设计

### 2.1 问题描述

大部分两轮驱动移动机器人的轮轴中心和几何中心不完全重合,其结构如图3所示.

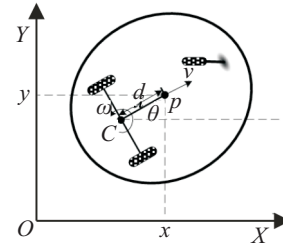


图3 非完整移动机器人结构

图3中, $C$ 为机器人的轮轴中心, $P$ 为机器人主体的几何中心, $d$ 为两者之间的距离, $(x, y)^T$ 为 $P$ 点在 $X$ - $Y$ 系中的坐标, $\theta$ 为机器人运动方向和 $X$ 轴间夹角, $v$ 和 $\omega$ 分别为机器人的线速度和角速度.由于此类机器人的轮轴中心 $C$ 和主体几何中心 $P$ 不重合,在驱动轮纯滚动、无滑动的情况下,该机器人模型受非完整约束,即

$$\begin{cases} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = d\omega, \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta = v. \end{cases} \quad (2)$$

此类机器人运动学模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & d \sin \theta \\ \sin \theta & -d \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (3)$$

### 2.2 跟踪控制

为了描述本文队形控制算法,给出如下假设.

**假设1** 虚拟机器人由领航机器人根据队形配置矩阵生成,其几何中心与领航机器人几何中心的距离为 $\rho^r$ ,角度为 $\phi^r$ ,其运动方向与领航机器人方向一致,线速度和角速度与领航机器人相同,即 $v_v = v_l$ , $\omega_v = \omega_l$ .

一组领航-跟随机器人的结构模型如图4所示.图中: $R_l$ 为领航机器人, $R_v$ 为虚拟机器人, $R_f$ 为跟随机器人,所有机器人的运动学模型相同; $(x_l, y_l, \theta_l)^T$ 为领航机器人位姿, $(x_f, y_f, \theta_f)^T$ 为跟随机器人位姿,机器人 $R_f$ 的队形参数 $\mathbf{F}_f = [l \ \rho^r \ \phi^r]^T$ .由图4可得虚拟机器人的位姿 $R_v$ 为

$$\begin{cases} x_v = x_l - \rho^r \cos(\theta_l + \phi^r), \\ y_v = y_l - \rho^r \sin(\theta_l + \phi^r), \\ \theta_v = \theta_l. \end{cases} \quad (4)$$

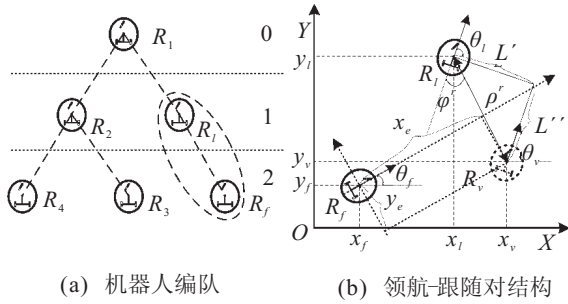


图 4 一组机器人编队和领航-跟随对结构

定义如下坐标变换:

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_f & \sin \theta_f & 0 \\ -\sin \theta_f & \cos \theta_f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v - x_f \\ y_v - y_f \\ \theta_v - \theta_f \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中:  $(x_v - x_f, y_v - y_f, \theta_v - \theta_f)^T$  为图 4 中  $X$ - $Y$  坐标系下的跟随机器人  $R_f$  与虚拟机器人  $R_v$  的位姿误差,  $(x_e, y_e, \theta_e)^T$  为坐标变换后的机器人  $R_f$  的位姿误差. 对误差方程(5)求微分, 并结合式(3)和(4), 整理后可得如下误差系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_e = \omega_f y_e - v_f + v_v \cos \theta_e + \omega_v d \sin \theta_e, \\ \dot{y}_e = -\omega_f x_e + v_v \sin \theta_e + \omega_f d - \omega_v d \cos \theta_e, \\ \dot{\theta}_e = \omega_v - \omega_f. \end{cases} \quad (6)$$

其中  $v_f$  和  $\omega_f$  分别为跟随机器人的线速度和角速度. 由此可见, 本文将编队控制问题转化为跟随机器人对虚拟机器人的轨迹跟踪问题, 通过构造误差系统, 寻求合适的控制律  $v_f$  和  $\omega_f$ , 使误差一致渐近收敛到  $0$  ( $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_e| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |y_e| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |\theta_e| = 0$ ), 即

$$\begin{cases} v_f = v_v \cos \theta_e + K_x [x_e - d(1 - \cos \theta_e)] - K_\theta \theta_e \omega_f, \\ \omega_f = \omega_v + v_v [K_y \alpha (y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e) + (\beta / K_\theta) \sin \theta_e]. \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $K_x, K_y, K_\theta, \alpha, \beta$  为正常数.

**定理 1** 假设领航机器人  $R_l$  的线速度  $v_l > 0$  且  $v_l, \omega_l, \dot{v}_l, \dot{\omega}_l$  有界, 跟随机器人  $R_f$  遵循控制率(7), 则式(6)描述的误差系统全局一致渐近稳定.

**证明** 考虑如下 Lyapunov 函数 ( $V(x_e, y_e, \theta_e, t)$ , 简写为  $V$ ):

$$V = (1 + e^{-t}) \left\{ \frac{1}{2} [x_e - d(1 - \cos \theta_e)]^2 + \frac{1}{2} [y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e]^2 + \frac{1}{K_y} (1 - \cos \theta_e) \right\}. \quad (8)$$

显然, 函数  $V$  满足  $V_\infty \leq V \leq 2V_\infty$ , 其中

$$V_\infty = \frac{1}{2} [x_e - d(1 - \cos \theta_e)]^2 + \frac{1}{2} [y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e]^2 + \frac{1}{K_y} (1 - \cos \theta_e).$$

因此, 该 Lyapunov 函数  $V$  是正定的, 渐小的. 对式(8)求导, 并将控制率(7)代入, 整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & (1 + e^{-t}) \left\{ -K_x [x_e - d(1 - \cos \theta_e)]^2 - \right. \\ & v_v K_y K_\theta \alpha (y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e)^2 - \\ & \left. \frac{\beta v_v}{K_y K_\theta} \sin^2 \theta_e + v_v \sin \theta_e (y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e) - \right. \\ & \left. v_v (\alpha + \beta) \sin \theta_e (y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e) \right\} - \\ & e^{-t} \left\{ \frac{1}{2} [x_e - d(1 - \cos \theta_e)]^2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} [y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e]^2 + \frac{1}{K_y} (1 - \cos \theta_e) \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

若  $\alpha + \beta = 1$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & (1 + e^{-t}) \left\{ -K_x [x_e - d(1 - \cos \theta_e)]^2 - \right. \\ & v_v K_y K_\theta \alpha (y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e)^2 - \\ & \left. \frac{\beta v_v}{K_y K_\theta} \sin^2 \theta_e \right\} - e^{-t} \left\{ \frac{1}{2} [x_e - d(1 - \cos \theta_e)]^2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} [y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e]^2 + \frac{1}{K_y} (1 - \cos \theta_e) \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

其中:  $K_x, K_y, K_\theta, \alpha, \beta$  为正常数. 由此可知,  $\dot{V}$  负定, 因此当  $t \rightarrow \infty$  时,  $V$  有界; 进一步可知  $x_e, y_e, \theta_e$  有界, 并由  $v_l, \omega_l, \dot{v}_l, \dot{\omega}_l$  有界即  $v_v, \omega_v, \dot{v}_v, \dot{\omega}_v$  有界可得

$$\dot{V} = \ddot{V}_\infty (1 + e^{-t}) - 2\dot{V} e^{-t} + V e^{-t}$$

有界, 其中

$$\begin{aligned} \ddot{V}_\infty = & -2K_x [x_e - d(1 - \cos \theta_e)] (\dot{x}_e - d \sin \theta_e \cdot \dot{\theta}_e) - \\ & \frac{\sin \theta_e}{K_y K_\theta} (2\beta v_v \cos \theta_e \dot{\theta}_e + \beta \dot{v}_v \sin \theta_e) - K_y K_\theta (y_e + \\ & d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e) \{ 2\alpha v_v [\dot{y}_e + (K_\theta + d \cos \theta_e) \dot{\theta}_e] + \\ & \alpha \dot{v}_v (y_e + d \sin \theta_e + K_\theta \theta_e) \}. \end{aligned}$$

因此  $\dot{V}$  是一致连续的. 由 Barbalat 引理可知, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\dot{V} \rightarrow 0$ , 可推出  $x_e \rightarrow 0, y_e \rightarrow 0, \theta_e \rightarrow 0$ .  $\square$

### 3 仿真与实验结果

Microsoft robotics developer studio 4 可提供逼真的物理引擎和完备的接口, 能够精确模拟现实环境中重力摩擦力等多种环境条件, 也可将仿真数据导入 Matlab 中进行分析, 因此本文利用该软件设计仿真实验. 选用两种机器人模型进行实验, 分别为 Pioneer3DX 和 iRobot, 测试算法的有效性和编队控制精度性能, 仿真场景如图 5 所示.

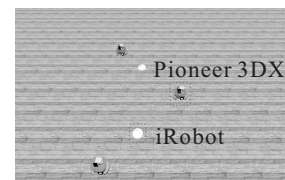


图 5 仿真实验场景

Pioneer 3DX 的  $d$  参数为 0.17 m, iRobot 的  $d$  参数为 0.01 m, 控制周期  $T$  为 50 ms, 其他相关控制器为:

$K_x = 1.1, K_y = 1.2, K_\theta = 0.7, \alpha = 0.4, \beta = 0.6$ .

**实验 1** 3 个 iRobot 机器人保持三角队形如图 6 所示.

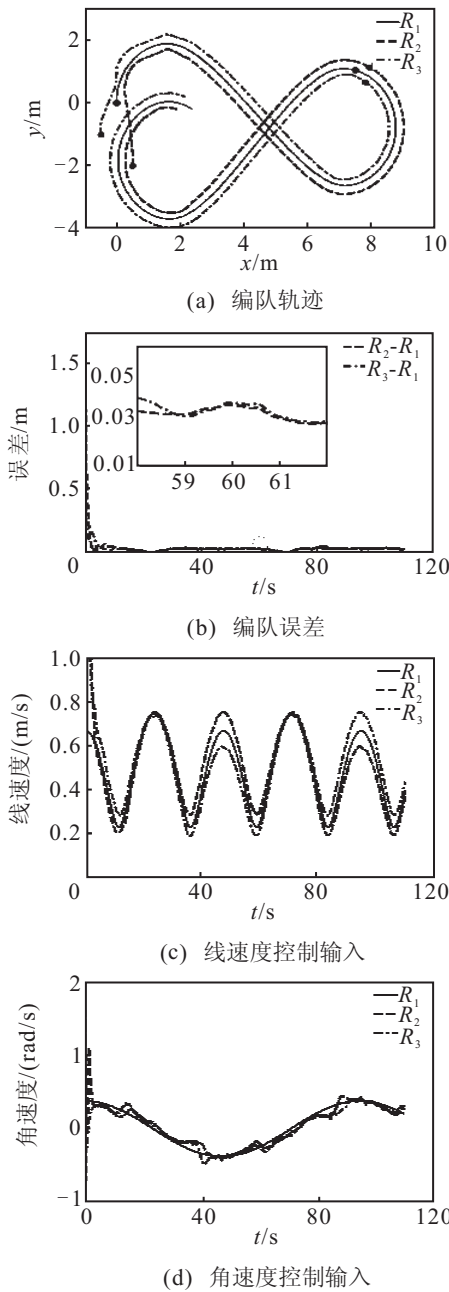


图 6 三角形编队实验

编队轨迹如图 6(a) 所示, 主领航机器人为  $R_1$ , 跟随机器人  $R_2$  和  $R_3$  快速完成编队, 并跟随  $R_1$  保持编队. 各跟随机器人的编队误差为  $\sqrt{x_e^2 + y_e^2}$ , 如图 6(b) 所示, 可以看出多机器人系统在较短时间内 ( $< 5.0$  s) 成功地形成编队, 并以较小的误差 ( $< 0.05$  m) 保持队形, 较大的初始误差是由于各跟随机器人的初始位置远离队形配置位置导致的. 各机器人的控制输入线速度和角速度如图 6(c) 和图 6(d) 所示. 领航机器人的线速度和角速度控制量是时变的, 当跟随机器人在外侧时线速度较大, 在内侧时线速度较小, 各跟随机器人的角速度与领航机器人基本相同.

**实验 2** 5 个 Pioneer3DX 机器人保持 T 形队形, 如图 7 所示.

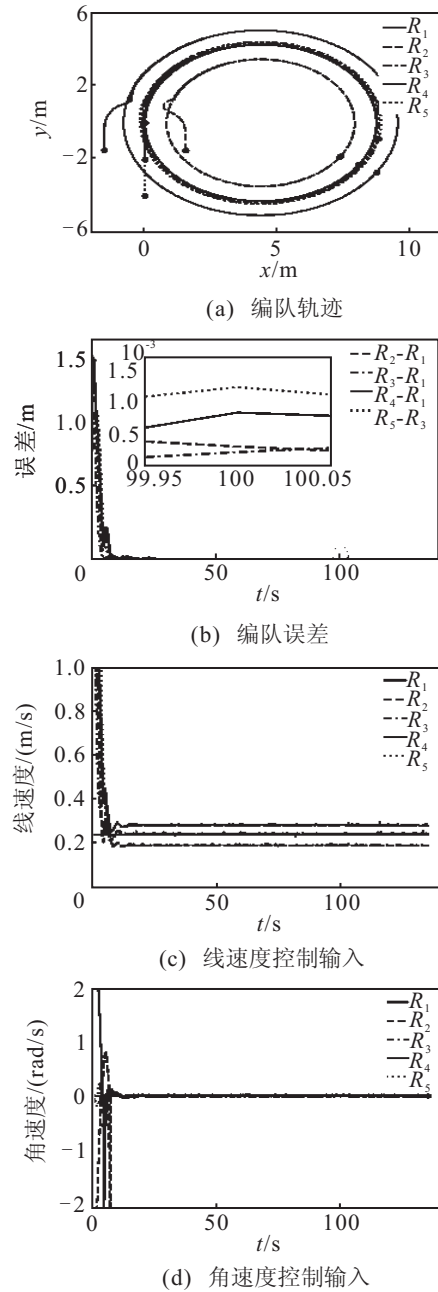


图 7 T 形编队实验

编队轨迹如图 7(a) 所示, 跟随机器人在主领航机器人  $R_1$  带领下做圆周运动. 由图 7(b) 可以看出多机器人系统在较短时间内 ( $< 5.0$  s) 成功地完成编队, 并非常准确地保持队形, 误差在完成编队后很小 ( $< 0.01$  m). 各机器人的控制输入线速度和角速度如图 7(c) 和图 7(d) 所示. 由于领航机器人  $R_1$  的线速度和角速度控制量是常量, 各跟随机器人的跟踪精度比实验 1 要高. 稳态时, 机器人  $R_1, R_3$  和  $R_5$  的线速度相同,  $R_4$  走外圈线速度较大,  $R_2$  走内圈线速度较小, 5 个机器人角速度相同.

**实验 3** 两种机器人 Pioneer3DX 和 iRobot 组成混合编队, 并实现队形的动态切换.

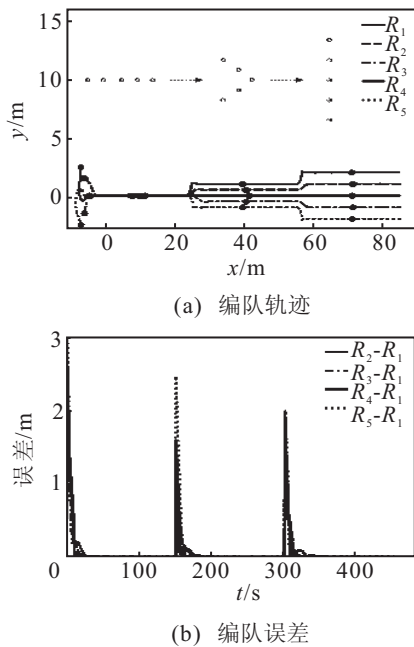


图 8 混合编队实验

编队轨迹如图 8(a) 所示, 5 个机器人由初始位置先完成柱形编队行驶一段时间后切换为三角形编队, 最后切换为线性编队。由图 8(b) 可知, 机器人能在较短时间内 ( $< 10.0$  s) 平滑地完成队形切换, 说明该算法具有良好的动态性能, 并可适用于不同参数两轮差动机器人完成混合编队控制, 并具有较高的编队精度。

#### 4 结 论

本文提出了一种针对轮轴中心与几何中心不重合的非完整移动机器人动态编队方法。将非完整移动机器人的编队控制问题分解为控制领航机器人和控制编队中的跟随机器人两个子问题, 运用队形参数矩阵确立多机器人之间的相对位置关系, 并通过配置不同的参数矩阵改变编队队形, 实现了多机器人队形变换。利用 MRDS4 软件搭建仿真平台, 由仿真实验结果可以看出, 本文提出的控制算法可靠性好, 保持编队时具有较高的精度, 能在较短时间内顺利完成队形变换。

#### 参考文献(References)

[1] Tucker Balch, Ronald C Arkin. Behavior-based formation control for multirobot teams[J]. IEEE Trans on Robotics

and Automation, 1998, 14(6): 926-939.

[2] Jakob Fredslund, Maja J Mataric. A general algorithm for robot formations using local sensing and minimal communication[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2002, 18(5): 837-846.

[3] Wei Ren, Nathan Sorensen. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2008, 56(4): 324-333.

[4] Dongbing Gu, Huosheng Hu. A model predictive controller for robots to follow a virtual leader[J]. Robotica, 2009, 27(6): 905-913.

[5] Rongxin Cui, Shuzhi Sam Ge, Bernard Voon En How. Leader-follower formation control of underactuated autonomous underwater vehicles[J]. Ocean Engineering, 2010, 37(17/18): 1491-1512.

[6] Jawhar Ghomman, Hasan Mehrjerdi, Maarouf Saad. Formation path following control of unicycle-type mobile robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2010, 58(5): 727-736.

[7] Hasan Mehrjerdi, Jawhar Ghomman, Maarouf Saad. Nonlinear coordination control for a group of mobile robots using a virtual structure[J]. Mechatronics, 2011, 21(7): 1147-1155.

[8] Luca C, Fabio M, Domenico P. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1343-1349.

[9] Jaydev P Desai, James P Ostrowski, Vijay Kumar. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2001, 17(6): 905-908.

[10] Tove Gustavi, Xiaoming Hu. Observer-based leader-following formation control using onboard sensor information[J]. IEEE Trans on Robotics, 2008, 24(6): 1457-1462.

[11] Shao J, Xie G, Wang L. Leader-following formation control of multiple mobile vehicles[J]. Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 545-552.

[12] Yang Li, Cao Zhiqiang, Tan Min. Dynamic formation control for multiple robots in uncertain environments[J]. Robot, 2010, 32(2):283-288.