

文章编号: 1001-0920(2013)12-1831-06

## 优先级多目标稳定化约束模型预测控制

何德峰, 宋秀兰, 黄 骅

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

**摘要:** 针对目标函数的不同优先级问题, 提出一种约束多变量线性定常系统的稳定化多目标模型预测控制策略. 首先, 基于多目标优化理论给出多目标预测控制问题的字典序最优解结果, 并在此基础上考虑目标函数的优先级, 重新将多目标预测控制问题定义为字典序多目标预测控制问题; 然后, 采用终端约束、终端罚函数和局部状态反馈律等三要素, 证明多目标预测控制闭环系统是渐近稳定的; 最后, 通过一个仿真实例验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 模型预测控制; 优先级; 多目标控制; 稳定性; 字典序规划

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Stabilizing constrained model predictive control with prioritized multi-objectives

HE De-feng, SONG Xiu-lan, HUANG Hua

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China. Correspondent: HE De-feng, E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn)

**Abstract:** For the different prioritization problem of objective functions, a multi-objectives model predictive control scheme with guaranteed stability is proposed for constrained multi-variables linear invariant-time systems. Firstly, some results on lexicographic optimal solutions on the multi-objectives predictive control problem are given based on the multi-objective optimization theory. Then the multi-objectives predictive control problem is reformulated as the lexicographic one that is able to deal with the different prioritization of objective functions. Then, ingredients of terminal constraints, terminal penalty functions and local state feedback laws are used to prove the asymptotical stability of the multi-objectives predictive control closed-loop system. Finally, a simulation example is exploited to illustrate the effectiveness of the results obtained.

**Key words:** model predictive control; prioritization; multi-objective control; stability; lexicographic programming

### 0 引言

模型预测控制(MPC)具有统一处理系统约束、性能指标优化和多变量控制问题的能力, 在过程、机械和航天等领域都有成功的应用<sup>[1-3]</sup>. 在预测控制器设计中, 目标函数是必不可少的要素之一, 通常用来表征控制系统的性能, 如超调量、调节时间和稳态误差等. 然而, 随着控制系统及其功能的复杂化, 目标函数除常见的设定值目标外, 还有如生产效率、节能降耗和控制量约束等经济性目标. 这些目标函数具有不同的重要性即优先级和一定的冲突性, 但缺乏统一的度量标准即不可公度<sup>[4-5]</sup>. 近年来, 多目标MPC已成为先进控制理论与应用研究的热点课题.

多目标MPC设计的一种主要方法是函数加权

法<sup>[1,3,6]</sup>, 即通过权系数将多目标控制问题转换为单目标问题, 并以权系数的大小表示目标函数的相关重要性. 但是, 目前并没有完整的权系数调整规则, 需要在实际应用中试凑确定. 虽然函数加权法设计简单, 但权系数无法显式处理各目标函数的优先级、不可公度和冲突等问题. 为此, 近年来国内外相关学者提出了一些新的多目标MPC策略. 例如: 文献[7]将多目标MPC问题转换为离线计算目标函数加权系数问题, 进而将多目标控制问题转换为单目标问题; 进一步, 文献[8]给出了多目标线性MPC闭环系统的稳定性结论和多参数规划计算方法; 文献[9-12]将各目标函数的优先级表示为混合逻辑整数规划问题, 通过整数规划算法在线计算多目标预测控制量; 文献[13-14]采

收稿日期: 2012-08-02; 修回日期: 2012-12-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60904040, 61374111); 高等学校博士点专项科研项目(20093317120002); 国家科技支撑计划项目(2012BAH38F01-02).

作者简介: 何德峰(1979-), 男, 副教授, 从事模型预测控制理论与应用的研究; 宋秀兰(1982-), 女, 博士生, 从事智能电网优化与非线性控制的研究.

用目标函数在线切换方法,设计多目标预测控制器;文献[15-16]结合理想点法提出了一类稳定化多目标 MPC 策略. 这些方法可有效地处理多目标 MPC 问题,但当系统运行模式和目标函数及其优先级发生变化时,这些方法都需要重新设计相应优化参数. 显然,这需要高级人员参与操作完成,控制系统无法自行完成控制器组态更新.

近年来,针对多目标函数广泛存在的优先级、不可公度和冲突问题,文献[17]在模块多变量控制<sup>[18]</sup>的基础上提出了字典序多目标 MPC 策略,并成功应用于水箱液位等过程控制<sup>[19]</sup>. 进一步,文献[20]总结了现有性能指标、约束及其不可行问题,给出了更一般性的字典序多目标 MPC 策略;基于此策略,文献[21]给出了城市污水处理系统的多目标预测控制器设计. 然而,现有字典序多目标 MPC 侧重于应用研究,缺乏对稳定性和鲁棒性等理论性质的分析,目前尚未见到有关字典序多目标 MPC 稳定性和鲁棒性等理论成果的报道. 稳定性是闭环控制系统的基本理论性质之一,也是控制器能有效运行的基本条件,因此有必要研究字典序多目标 MPC 闭环系统的稳定性问题.

本文考虑多变量离散时间线性定常系统,针对优化目标函数的不同优先级问题,提出一种稳定化多目标约束预测控制策略. 采用多目标优化理论,定义多目标预测控制问题的字典序最优解<sup>[22]</sup>. 在此基础上,首先考虑各目标函数的优先级,重新将多目标预测控制问题定义为字典序多目标预测控制问题. 进一步,采用 MPC 稳定性理论中的终端约束、终端罚函数和局部状态反馈“三要素”法<sup>[2,23]</sup>,给出了多目标预测控制闭环系统渐近稳定的充分条件. 最后,通过一个实例仿真验证了本文结果的有效性.

## 1 问题描述与预备

考虑如下多变量离散时间线性定常系统:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

其中:  $x \in R^n$  为状态变量,  $u \in R^m$  为控制变量,  $A \in R^{n \times n}$  和  $B \in R^{n \times m}$  为常数矩阵. 系统状态变量和控制变量满足如下约束:

$$x_k \in X, \quad u_k \in U, \quad k = 0, 1, \dots \quad (2)$$

其中子集  $X \subseteq R^n$  和  $U \subseteq R^m$  为凸的多面体集,且包含系统原点. 假设原点为系统(1)的平衡点,且系统的状态是完全能控和能观的.

对于系统(1),给定  $l$  个不同优先级的目标函数

$$J(k) = \{J_1(k), J_2(k), \dots, J_l(k)\},$$

$$J_i(k) = E_i(x_N) + \sum_{t=0}^{N-1} L_i(x_t, u_t), \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (3)$$

其中:下标小的目标优先级高,即对于下标  $i_1 < i_2$ ,目

标  $J_{i_1}$  优先级高于目标  $J_{i_2}$ ; 整数  $N \geq 1$  为预测时域;  $E_i(x)$  为终端罚函数; 函数  $L_i(x, \cdot)$ ,  $L_i(\cdot, u)$  和  $E_i(x)$  分别为各自变量的正定函数. 假设式(3)中  $l$  个优化子目标  $J_i$  具有不同的优先级,则多目标预测控制问题定义如下:

$$\min_{\mathbf{u}_k} J(k) = \{J_1(k), J_2(k), \dots, J_l(k)\}; \quad (4a)$$

$$\text{s.t. } x_{t+1|k} = Ax_{t|k} + Bu_{t|k}, \quad x_{0|k} = x_k,$$

$$x_{t+1|k} \in X, \quad u_{t|k} \in U, \quad t = 1, 2, \dots, N-1. \quad (4b)$$

其中:  $x_k$  为当前  $k$  时刻的初始状态值;  $x_{t|k}$  和  $u_{t|k}$  分别为当前  $k$  时刻对未来  $k+t$  时刻的状态变量和控制变量的预测值;  $\mathbf{u}_k \in R^{mN}$  为当前  $k$  时刻优化序列,即

$$\mathbf{u}_k = \{u_{0|k}, u_{1|k}, \dots, u_{N-1|k}\}. \quad (5)$$

极小化每个目标函数,若多目标优化问题(4)可行,即式(5)存在,则根据滚动优化原理定义预测控制器为

$$u_k^{\text{mpc}} = u_{0|k}^*, \quad k = 0, 1, \dots \quad (6)$$

下面结合多目标优化理论<sup>[22]</sup>,对多目标预测控制问题(4)定义如下基本概念.

**定义 1** 对于优化控制问题(4),如果多目标优化序列  $\mathbf{u}_k \in R^{mN}$  及其驱动的闭环系统满足约束(4b),则  $\mathbf{u}_k$  称为该优化问题的一个可行解.

**定义 2** 给定多目标优化控制问题(4)的一个可行解  $\mathbf{u}_k^*$ ,如果对于任意其他可行解  $\mathbf{u}_k$ ,使得如下不等式成立:

$$J_i(k)|_{\mathbf{u}_k^*} < J_i(k)|_{\mathbf{u}_k}, \quad i = 0, 1, \dots, l, \quad (7)$$

则  $\mathbf{u}_k^*$  称为该优化问题的最优解.

显然,求解多目标优化控制问题(4)的最优解是很困难的,而且当子目标函数之间有冲突时,最优解可能不存在.因此,对于控制问题(4),通常没有绝对或唯一的最优解.

**定义 3** 给定优化控制问题(4)的一个可行解  $\mathbf{u}_k^*$ ,如果不存在其他可行解  $\mathbf{u}_k$ ,使得如下不等式成立:

$$J_i(k)|_{\mathbf{u}_k} \leq J_i(k)|_{\mathbf{u}_k^*}, \quad i = 1, 2, \dots, l, \quad (8)$$

且不等式组中至少有一个是严格的,则  $\mathbf{u}_k^*$  称为该优化问题的一个有效解(Pareto 最优解).

由定义3可知,一个可行解  $\mathbf{u}_k$  成为 Pareto 最优解,当且仅当目标函数  $J_i$  极小化的同时至少有一个其他目标函数  $J_j (i \neq j)$  非极小化.因此,多目标优化控制问题(4)的 Pareto 最优解总是存在,且不唯一.然而,在应用中很难确定更有效的 Pareto 最优解,因为 Pareto 最优解对应的最优值函数是不唯一的<sup>[22]</sup>.

**定义 4** 给定优化控制问题(4)的一个可行解  $\mathbf{u}_k^*$ ,如果不存在其他可行解  $\mathbf{u}_k$  和标量  $i^* = \min\{i : J_i(k)|_{\mathbf{u}_k} \neq J_i(t)|_{\mathbf{u}_k^*}, i = 1, 2, \dots, l\}$ ,使得如下不等式

成立:

$$J_{i^*}(k)|_{\mathbf{u}_k} < J_{i^*}(k)|_{\mathbf{u}_k^*}, \quad (9)$$

则  $\mathbf{u}_k^*$  称为该优化问题的一个字典序最优解, 简称字典序解.

由定义 4 可知, 一个可行解  $\mathbf{u}_k$  成为字典序最优解, 当且仅当目标函数  $J_i$  极小化的同时至少有一个其他更高优先级的目标函数  $\{J_1, J_2, \dots, J_{i-1}\}$  非极小化. 因此, 字典序最优解本质上是一个考虑了各目标函数优先级的 Pareto 最优解, 从而字典序最优解总是存在的, 且对应的最优值函数是唯一的<sup>[6,20,22]</sup>.

**引理 1** 函数  $J^*(k) = \{J_1^*(k), J_2^*(k), \dots, J_l^*(k)\}$  是优化问题 (4) 的字典序最优值函数, 当且仅当式

$$\begin{aligned} J_1^*(k) &= \min_{\mathbf{u}_k} \{J_1(k)|(4b)\}, \\ J_i^*(k) &= \min_{\mathbf{u}_k} \{J_i(k)|(4b), J_j(k) \leq J_j^*(k), \forall j = 1, 2, \dots, i-1, i = 2, 3, \dots, l\} \end{aligned} \quad (10)$$

成立. 此时, 可行解  $\mathbf{u}_k^*$  是问题 (4) 的字典序最优解, 当且仅当如下条件成立:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k^* \in \arg \min_{\mathbf{u}_k} \{J_l(k)|(4b), J_j(k) \leq J_j^*(k), \\ \forall j = 1, 2, \dots, l-1\} \end{aligned} \quad (11)$$

或

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k^* \in \{\mathbf{u}_k \in R^{mN} | (4b), J_j(k) \leq J_j^*(k), \\ \forall j = 1, 2, \dots, l\}. \end{aligned} \quad (12)$$

由此定理得证.  $\square$

**引理 2** 考虑系统 (1) 及凸约束 (2), 如果  $J_i (i = 1, 2, \dots, l)$  是严格凸的, 则优化问题 (4) 的字典序最优解唯一. 进一步, 若  $J_1$  是严格凸的, 则字典序最优解

$$\mathbf{u}_k^* = \arg \min_{\mathbf{u}_k} \{J_1(k)|(4b)\}; \quad (13)$$

否则, 如果  $J_i (i = 2, 3, \dots, l)$  是严格凸的, 则

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k^* \in \arg \min_{\mathbf{u}_k} \{J_i(k)|(4b), J_j(k) \leq J_j^*(k), \\ \forall j = 1, 2, \dots, i-1\} \end{aligned} \quad (14)$$

为优化问题 (4) 的字典序最优解.  $\square$

为了保证每个目标函数都能优化计算, 凸的目标函数通常需要设置为最低优先级目标; 否则, 由凸规划问题解的唯一性和引理 2 可知, 比其优先级低的目标函数将不再作优化计算. 此外, 为了提高多目标问题的计算效率, 通常将式 (14) 修改为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k^* \in \arg \min_{\mathbf{u}_k} \{J_i(k) | J_j(k) \leq J_j^*(k) + \varepsilon_j, (4b), \\ \forall j = 1, 2, \dots, i-1\}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中常数  $\varepsilon_j \geq 0$  为松弛变量.

在实际控制系统中, 各目标函数的不同优先级通常是给定的, 但具有一定的矛盾性. 本文的目的是结

合字典序最优解概念, 在线极小化问题 (4) 中各目标函数, 建立优先级多目标 MPC 策略 (6), 使闭环系统 (1) 和 (6) 渐近稳定, 并满足约束 (2).

## 2 稳定化多目标 MPC

考察系统 (1) 及问题 (4), 作如下假设.

**假设 1** 对于目标函数  $J_i, i = 1, 2, \dots, l$ , 系统 (1) 存在一个非空的原点邻域  $\Omega \subseteq X$  及定义在  $\Omega$  上状态反馈控制律  $u = Kx$ , 使得如下条件成立:

$$\begin{aligned} E_i((A + BK)x) - E_i(x) + L_i(x, Kx) \leq 0, \\ Kx \in U, (A + BK)x \in \Omega, \\ \forall x \in \Omega, i = 1, 2, \dots, l. \end{aligned} \quad (16)$$

**注 1** 式 (16) 为单目标 MPC 稳定性理论中常用条件, 特别是系统 (1) 为开环稳定系统时, 可取  $K = 0$ . 进一步, 如果  $J_i (i = 1, 2, \dots, l)$  是二次型函数, 则可用线性矩阵不等式方法求解  $K$  和  $\Omega$ .

**引理 3**<sup>[23]</sup> 考虑单目标 MPC 优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_k} J_i(k) &= \left\{ E_i(x_{N|k}) + \sum_{t=0}^{N-1} L_i(x_{t|k}, u_{t|k}) \right\}. \\ \text{s.t. } x_{t+1|k} &= f(x_{t|k}, u_{t|k}), x_{0|k} = x_k; \\ x_{t|k} &\in X, u_{t|k} \in U, \forall t = 0, 1, \dots, N-1; \\ x_{N|k} &\in \Omega. \end{aligned}$$

如果三要素  $(L_i, E_i, \Omega)$  满足如下条件: 1) 集合  $\Omega \subseteq X$  是局部控制律  $K_i x$  的一个正不变集合, 且原点是其内点; 2)  $K_i x \in U, \forall x \in \Omega$ ; 3) 函数  $E_i(x)$  为局部闭环系统的一个 Lyapunov 函数, 即对于  $\forall x \in \Omega$ , 有

$$E_i(f(x, K_i x)) - E_i(x) + L_i(x, K_i x) \leq 0$$

成立, 则对应预测控制闭环系统原点渐近稳定.

在假设 1 成立条件下, 考虑目标函数的不同优先级, 结合引理 1 和引理 2 的结论, 重新定义多目标预测控制问题 (4) 如下:

$$J_1^*(k) = \min_{\mathbf{u}_k} \{J_1(k)|(4b), x_{N|k} \in \Omega\}, \quad (17a)$$

$$J_2^*(k) = \min_{\mathbf{u}_k} \{J_2(k)|(4b), x_{N|k} \in \Omega, J_1(k) \leq J_1^*(k)\}, \quad (17b)$$

$\vdots$

$$\begin{aligned} J_l^*(k) &= \min_{\mathbf{u}_k} \{J_l(k)|(4b), x_{N|k} \in \Omega, J_j(k) \leq J_j^*(k), \\ &\forall j = 1, 2, \dots, l-1\}. \end{aligned} \quad (17c)$$

其中:  $J_i^*(k) (i = 1, 2, \dots, l-1)$  为各层优化问题的最优值函数. 相比于原多目标优化问题 (4), 式 (17) 将具有  $l$  个不同优先级的多目标优化转化为  $l$  层单个目标优化, 并在第  $i$  个目标优化中考虑第  $1, 2, \dots, i-1$  目标的优先级, 从而可显式处理各目标函数的优先级约束. 特别地, 当问题 (17) 在初始时刻  $k = 0$  优化可行

时, 预测控制器 (6) 具有递推可行性和稳定性结论.

**定理 1** 如果假设 1 成立, 则第 1 层优化问题 (17a) 在  $k$  时刻优化可行意味着多目标 MPC 问题 (17) 在  $k+1$  时刻也是可行的, 即存在一个可行解  $\hat{u}_{k+1}$  满足约束 (4b), 终端约束  $x_{N|k+1} \in \Omega$  和优先级约束  $J_j \leq J_j^*$ ,  $j = 1, 2, \dots, l-1$ .

**证明** 为了证明定理成立, 需要得到如下两个结论: 1) 第 1 层优化问题 (17a) 可行意味着第  $i$  ( $i = 2, 3, \dots, l$ ) 层优化问题可行; 2) 第 1 层优化问题 (17a) 在  $k$  时刻优化可行意味着其在  $k+1$  时刻也是可行的.

1) 设  $\hat{u}_k = \{\hat{u}_{0|k}, \hat{u}_{1|k}, \dots, \hat{u}_{N-1|k}\}$  为第 1 层优化问题 (17a) 在  $k$  时刻的一个可行解, 则满足约束 (4b) 和终端约束  $x_{N|k} \in \Omega$ . 再考虑第  $i$  ( $i = 2, 3, \dots, l$ ) 个目标函数及其优化问题

$$\min_{u_k} \{J_i(k) | (4b), x_{N|k} \in \Omega, J_j(k) \leq J_j^*(k), \forall j = 1, 2, \dots, l-1\}. \quad (18)$$

将  $\hat{u}_k$  代入上述优化问题, 则约束 (4b),  $x_{N|k} \in \Omega$  和  $J_j = J_j^*$  ( $j = 1, 2, \dots, i-1$ ) 成立, 即  $\hat{u}_k$  为第  $i$  层优化问题 (18) 的一个可行解. 考虑到  $i$  的任意性, 可得第 1 层优化问题 (17a) 可行意味着后续各层优化问题都是可行的.

2) 考虑第 1 层优化问题 (17a) 及其在  $k$  时刻的一个可行解  $\hat{u}_k$ . 令

$$\hat{u}_{k+1} = \{\hat{u}_{1|k}, \dots, \hat{u}_{N-1|k}, Kx_{N|k}\}, \quad (19)$$

考虑假设 1 成立, 由引理 3 可得, 控制序列 (19) 是优化问题 (17a) 在  $k+1$  时刻的一个可行解.

综上所述, 对于多目标 MPC 问题 (17), 当第 1 层优化问题 (17a) 在  $k$  时刻优化可行时, 则优化问题 (17a) 在  $k+1$  时刻也是可行, 从而第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, l-1$ ) 层优化问题在  $k+1$  时刻可行, 即多目标 MPC 问题 (17) 在  $k+1$  时刻可行.  $\square$

**定理 2** 如果假设 1 成立, 且第 1 层优化问题 (17a) 在初始时刻  $k = 0$  优化可行, 则预测闭环系统 (1) 和 (6) 是渐近稳定的.

**证明** 结合假设 1 和定理 1 结论可知, 多目标 MPC 问题 (17) 在所有  $k \geq 0$  时刻都是优化可行的. 令  $\hat{u}_k = \{u_{0|k}, u_{1|k}, \dots, u_{N-1|k}\}$  为优化问题 (17) 在  $k$  时刻的可行解, 则在  $k+1$  时刻的一个可行解取为式 (19).

考虑闭环系统 (1) 和 (6), 定义候选 Lyapunov 函数为

$$V(k) = \sum_i^l J_i^*(k), \quad (20)$$

其中  $J_i^*(k)$  为优化问题 (17) 第  $i$  层优化问题的最优值函数. 考虑到目标函数  $J_i$  的正定性, 可得函数  $V(k)$  也

是正定的. 进一步, 当假设 1 成立时, 由引理 3 可得

$$J_i^*(k+1) - J_i^*(k) \leq -L_j(x_k, u_k^{\text{mpc}}). \quad (21)$$

再对函数 (20) 沿闭环系统轨迹作差分运算, 并代入式 (21) 后整理可得  $V(k+1) - V(k) < 0$ , 即函数  $V(k)$  是预测闭环系统 (1) 和 (6) 的一个 Lyapunov 函数, 从而预测闭环系统 (1) 和 (6) 是渐近稳定的.  $\square$

下面给出具有优先级目标的稳定化约束预测控制器设计步骤.

**Step 1:** 给定控制器设计参数 ( $N, L_i(x, u), E_i(x)$ );

**Step 2:** 根据控制要求, 定义各目标函数  $J_i$  的优先级;

**Step 3:** 利用条件 (16), 离线求解矩阵  $K$  和集合  $\Omega$ ;

**Step 4:** 在  $k$  时刻, 以  $x_{0|k} = x_k$  为边界条件, 在线求解多目标优化问题 (17), 可得当前预测控制量  $u_k^{\text{mpc}}$ ;

**Step 5:** 将  $u_k^{\text{mpc}}$  作用于系统 (1), 并在下一个采样周期时令  $k = k+1$ , 返回 Step 4.

### 3 实例仿真与结果讨论

考虑如下多变量线性定常系统<sup>[8]</sup>:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k. \quad (22)$$

其中: 状态约束和控制约束分别为  $|x_{i,k}| \leq 10$  和  $|u_k| \leq 10$ ,  $i = 1, 2$ ,  $k = 0, 1, \dots$ . 仿真中, 取如下目标函数:

$$J_1(k) = \|x_{N|k}\|_{P_1}^2 + \sum_{t=0}^{N-1} \{\|x_{t|k}\|_{Q_1}^2 + \|u_{t|k}\|_{R_1}^2\}, \quad (23)$$

$$J_2(k) = \|P_2 x_{N|k}\|_{\infty} + \sum_{t=0}^{N-1} \{\|Q_2 x_{t|k}\|_{\infty} + \|R_2 u_{t|k}\|_{\infty}\}. \quad (24)$$

其中: 预测时域  $N = 4$ , 矩阵  $M$  加权范数  $\|s\|_M^2 = s'Ms$ ,  $\|s\|_{\infty}$  为向量  $s$  的  $\infty$ -范数, 矩阵

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R_1 = 0.2, P_1 = \begin{bmatrix} 0.56 & 0.4 \\ 0.4 & 1.6 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, R_2 = 0.1, P_2 = \begin{bmatrix} 9.61 & 1.14 \\ -0.3 & 9.41 \end{bmatrix}.$$

则由文献 [8] 可得满足条件 (16) 的矩阵  $K$  和集合  $\Omega$  为

$$K = [-0.5 \quad -1.4],$$

$$\Omega = \left\{ x \in R^2 \left| \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ -0.5 & -1.4 \\ 0.5 & 1.4 \end{bmatrix} x \leq \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \right. \right\}.$$

取初始状态  $x_0 = (7, 8)$  和松弛变量  $\varepsilon_j$  为高优先级最优性能值的百分之一, 即  $\varepsilon_j = J_j^*/100$ .

首先, 对目标函数  $J_1$  和  $J_2$  按如下优先级排序作仿真:

$$[A]: J_1(k) > J_2(k), k = 0, 1, \dots;$$

$$[B]: J_2(k) > J_1(k), k = 0, 1, \dots$$

对应的闭环系统状态响应曲线和输入曲线分别如图 1 所示, 其中实线为 [A] 组结果, 虚线为 [B] 组结果. 对比优先级 [A] 和 [B] 以及目标函数  $J_1$  和  $J_2$  可知, [A] 更注重对状态  $x_2$  和输入信号  $u$  的约束, 而 [B] 则更注重对状态  $x_1$  的控制. 由图 1 中的实线仿真结果可知, 状态  $x_2$  在 10 步时到达原点, 同时输入信号快速进入原点附近, 而状态  $x_1$  在 15 步左右到达原点. 显然, 实线结果符合优先级 [A] 的控制要求. 同理, 虚线结果也符合优先级 [B] 的控制要求. 图 1 的结果表明, 本文算法所得的闭环系统原点渐近稳定, 且闭环状态和输入信号都满足系统约束条件.

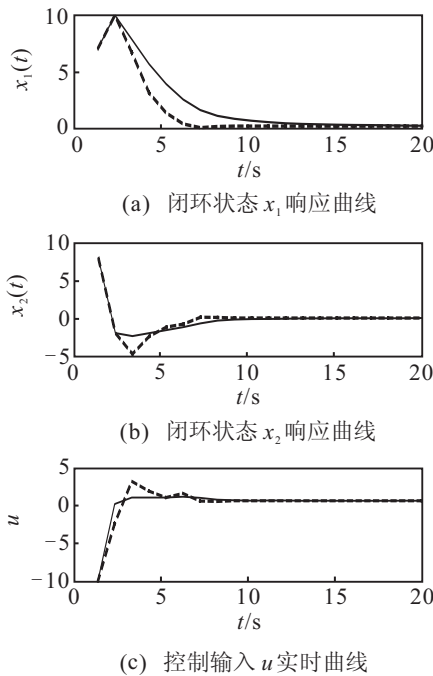


图 1 仿真曲线一

进一步, 利用函数加权法表示优先级多目标控制要求, 取如下加权目标函数:

$$J(k) = \alpha_1 J_1(k) + \alpha_2 J_2(k), k = 0, 1, \dots, \quad (25)$$

其中  $\alpha_1 > 0$  和  $\alpha_2 > 0$  为加权系数. 在相同仿真环境下, 不同加权系数对应的仿真结果如图 2 所示. 其中: 实线对应  $(\alpha_1, \alpha_2) = (100, 1)$ , 虚线对应  $(\alpha_1, \alpha_2) = (10, 1)$ , 点划线对应  $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, 10)$ , 点线对应  $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, 100)$ . 对比图 1 结果可知, 图 2 中的实线即  $(\alpha_1, \alpha_2) = (100, 1)$  所得结果与 [A] 组结果类似, 而点线即  $(\alpha_1, \alpha_2) = (1, 100)$  所得结果与 [B] 组结果基本相同. 尽管如此, 相比于本文结果, 函数加权法多目标 MPC

需要试凑调整加权系数以满足多目标优先级控制要求, 但这增加了多目标 MPC 应用的复杂性.

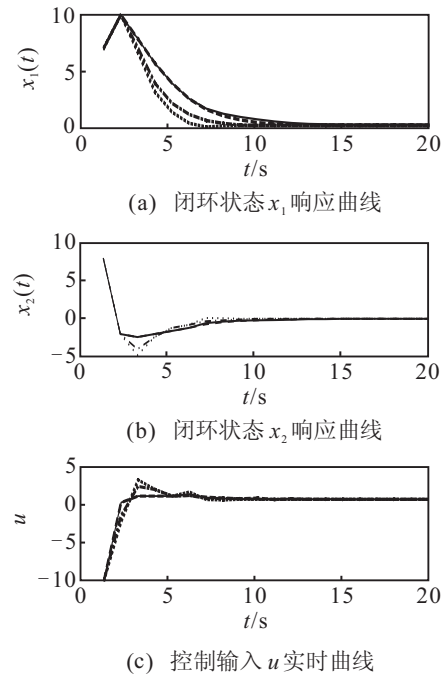


图 2 仿真曲线二

## 4 结 论

针对多变量离散时间线性定常系统, 本文提出了一种能显式处理目标函数优先级的稳定化约束预测控制策略. 这种策略基于多目标预测控制问题的字典序最优解概念定义, 并应用 MPC 稳定性理论中的终端约束、终端罚函数和局部状态反馈“三要素”法, 证明了多目标预测控制闭环系统是渐近稳定的. 最后通过仿真实例验证了本文结果的有效性.

## 参考文献(References)

- [1] Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(7): 733-764.
- [2] 席裕庚, 李德伟. 预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状[J]. 自动化学报, 2008, 34(10): 1225-1234. (Xi Y G, Li D W. Fundamental philosophy and status of qualitative synthesis of model predictive control[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(10): 1225-1234.)
- [3] 钱积新, 赵均, 徐祖华. 预测控制[M]. 北京: 化学工业出版社, 2007: 1-3. (Qian J X, Zhao J, Xu Z H. Predictive control[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2007: 1-3.)
- [4] 张倩, 郑涛. 基于字典顺序式多目标遗传算法的预测控制[J]. 模式识别与人工智能, 2008, 21(6): 831-835. (Zhang Q, Zheng T. Predictive control based on lexicographic mulit-objective genetic algorithm[J]. Pattern Recognition and Artifical Intelligence, 2008, 21(6): 831-835.)

- [5] 王宇红, 黄德先, 高东杰, 等. 预测控制可行性与约束优先级的混杂处理[J]. 控制与决策, 2004, 19(8): 847-851. (Wang Y H, Huang D X, Gao D J, et al. Hybrid method to handle feasibility and constraint prioritization issues in predictive control[J]. Control and Decision, 2004, 19(8): 847-851.)
- [6] Chinchuluun A, Pardalos P M. A survey of recent developments in multiobjective optimization[J]. Annals of Operation Research, 2007, 154(1): 29-50.
- [7] Vada J, Slupphaug O, Johansen T A, et al. Optimal prioritized infeasibility handling in model predictive control: Parametric preemptive multiobjective linear programming approach[J]. J of Optimization Theory and Applications, 2001, 109(2): 385-413.
- [8] Bemporad A, Pena D M. Multiobjective model predictive control[J]. Automatica, 2009, 45(12): 2823-2830.
- [9] Tyler M L, Morari M. Propositional logic in control and monitoring problems[J]. Automatica, 1999, 35(4): 565-582.
- [10] 邹涛, 王昕, 李少远. 基于混合逻辑的非线性系统多模型预测控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(2): 188-192. (Zou T, Wang X, Li S L. Multi-model predictive control for nonlinear systems based on mixed logic[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(2): 188-192.)
- [11] Long C E, Gatzke E P. Hard constraints for prioritized objective nonlinear mpc[C]. Assessment and Future Directions, Lecture Notes in Control and Information. Berlin: Springer-Verlag, 2007: 217-228.
- [12] Wang Y H, Huang D X, Ji Y H. A hybrid model predictive control for handling infeasibility and constraint prioritization[J]. Chinese J of Chemical Engineering, 2005, 13(2): 211-217.
- [13] Magni L, Scattolini R, Tanelli M. Switched model predictive control for performance enhancement[J]. Int J of Control, 2008, 81(12): 1859-1869.
- [14] Muller M A, Allgower F. Improving performance in model predictive control: Switching cost functions under average dwell-time[J]. Automatica, 2012, 48(2): 402-409.
- [15] Victor M Z, Antonio F T. Stability of multiobjective predictive control: An utopia-tracking approach[J]. Automatica, 2012, 48(10): 2627-2632.
- [16] Antonio F T, Pilar M, Martin R T. Multiobjective nonlinear model predictive control of a class of chemical reactors[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2012, 51(17): 5891-5899.
- [17] 吴刚, 陆晓东, 张志刚, 等. 模块多变量预测控制器[C]. 第3届全球华人智能控制与自动化大会论文集. 合肥, 2000: 2780-2796. (Wu G, Lu X D, Zhang Z G, et al. Modular multivariable predictive controller[C]. Proc of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation. Hefei, 2000: 2780-2796.)
- [18] Meadowcraft T A, Stephanopoulos G. The modular multivariable controller: I steady-state properties[J]. AIChE J, 1992, 38(8): 1254-1278.
- [19] Zheng T, Wu G, He D F. Nonlinear model predictive control based on lexicographic multi-objective genetic algorithm[C]. Proc of IEEE Int Conf on Intelligent and Advanced Systems. Malaysia, 2007: 61-65.
- [20] Kerrigan E, Maciejowski J. Designing model predictive controllers with prioritised constraints and objectives[C]. Proc of IEEE Int Symposium on Computer-Aided Control System Design. Glasgow, 2002: 33-38.
- [21] Ocampo-Martinez C, Ingimundarson A, Puig V, et al. Objective prioritization using lexicographic minimizers for mpc of sewer networks[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2008, 16(1): 113-121.
- [22] 徐玖平, 李军. 多目标决策的理论与方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 98-99. (Xiu J P, Li J. Multi-objective decision theory and method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 98-99.)
- [23] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.