

文章编号: 1001-0920(2013)11-1729-06

## 基于随机黑洞和逐步淘汰策略的多目标粒子群优化算法

陈民铀, 程 杉

(重庆大学 a. 电气工程学院, b. 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:** 提出一种基于随机黑洞粒子群算法(RBH-PSO)和逐步淘汰策略的多目标粒子群优化(MRBHPSO-SE)算法. 利用RBH-PSO全局优化能力强和收敛速度快的优点逼近 Pareto 最优解; 为了避免拥挤距离排序策略的缺陷, 提出逐步淘汰策略, 并将其应用到下一代粒子的选择策略中. 同时, 动态选择领导粒子, 运用动态惯性权重系数和变异操作来增强种群全局寻优能力, 以及避免早熟收敛. 利用具有不同特点的测试函数进行验证, 结果表明, 与同类算法相比, 该算法具有较高的精度并兼顾优化解的多样性.

**关键词:** 多目标优化; 随机黑洞粒子群算法; 拥挤距离排序; 逐步淘汰

中图分类号: TP18

文献标志码: A

## Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on random black hole mechanism and step-by-step elimination strategy

CHEN Min-you, CHENG Shan

(a. School of Electrical Engineering, b. State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, China. Correspondent: CHEN Min-you, E-mail: minyouchen@cqu.edu.cn)

**Abstract:** A multi-objective particle swarm optimization algorithm based on the random black hole particle swarm optimization(RBH-PSO) and step-by-step elimination strategy is proposed. The Pareto optimal solutions are approached by its advantage of speeding up the convergence and improving the performance of global optimizer greatly. To avoid the disadvantage of crowding distance sorting technique, the step-by-step elimination(SE) strategy is proposed, which is used to select the particles from one iteration to another. In addition, dynamic selection of leader particle for each particle, adaptive inertia weight and a special mutation operation are incorporated to enhance the global exploratory capability and avoid premature convergence. The performance of the proposed algorithm is tested on a set of well-known benchmark functions and compared with several representative multi-objective optimization algorithms. Simulation results show that the MRBHPSO-SE algorithm can converge to the global optimal with high accuracy while keeping the good diversity of the Pareto solutions.

**Key words:** multi-objective optimization; RBH-PSO; crowding distance sorting; step-by-step elimination

## 0 引言

粒子群优化(PSO)<sup>[1]</sup>算法具有良好的收敛性、简便的计算性和设置参数少的优点, 已被研究者尝试扩展到多目标优化领域. 将 PSO 扩展为多目标 PSO (MOPSO)需要解决的两个主要问题<sup>[2]</sup>是, 如何保证算法收敛到真实 Pareto 前沿并保持算法获得的 Pareto 解的多样性.

$\varepsilon$  支配概念<sup>[3-4]</sup>、小生境技术<sup>[4-5]</sup>、Maximin 策略<sup>[5-6]</sup>和 NSGA-II<sup>[7]</sup>的拥挤距离排序策略<sup>[6-12]</sup>等被

用来维护 Pareto 解的多样性. 虽然,  $\varepsilon$  支配排序在多数情况下可获得更好的收敛性和多样性, 但并不能提高最终 Pareto 解集距离真实 Pareto 前沿的接近程度, 有时甚至会使得这一指标变差<sup>[13]</sup>; 小生境技术能够维护解的多样性, 但存在参数难以确定等缺点; Maximin 策略不需额外的多样性评价技术, 根据适应值的正负性便可确定非支配解. 为了提高解的多样性, 基于拥挤距离的排序策略被广泛应用, 其基本思想是计算非支配解的拥挤距离, 对非支配解进行排序, 并保留拥挤

收稿日期: 2012-08-02; 修回日期: 2013-12-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51177177); 国家 111 引智计划项目(B08036); 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验项目(2007DA10512710205).

作者简介: 陈民铀(1954—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能优化、数据建模及其在电力系统中的应用等研究; 程杉(1983—), 男, 博士, 从事多目标优化、电力系统优化运行等研究.

距离比较大的解. 但是, 该策略没有考虑到当某个解被淘汰后对邻解拥挤距离的影响, 当其周边更密集的解被淘汰后, 可能变得过于稀疏, 解的分布均匀性不好, 不利于提高 Pareto 解的多样性.

为了保证算法的快速收敛性, 目前的算法大都借助于粒子群本身的进化特性并辅之以变异操作, 这些传统方法不足以有效解决收敛性问题<sup>[6]</sup>. 文献 [14] 提出一种收敛速度更快、寻优能力更强的随机黑洞粒子群算法 (RBH-PSO), 但用 RBH-PSO 求解多目标优化问题, 收敛速度快也容易导致早熟收敛, 过早地丧失解的多样性; 因此, 需要引入多样性维护机制来保持算法所找到的 Pareto 解的多样性<sup>[8]</sup>.

针对如何在保证全局寻优能力和收敛性的同时保持 Pareto 解的多样性问题, 本文在前期研究<sup>[9-10]</sup>的基础上, 提出一种基于 RBH-PSO 和逐步淘汰策略的多目标粒子群优化算法 (MRBHPSO-SE), 即利用 RBH-PSO 算法快速、较强的寻优能力以增强粒子群逼近 Pareto 优化解集的能力, 采用逐步淘汰策略选择下一代的粒子以提高 Pareto 解的多样性.

### 1 MRBHPSO-SE 算法

#### 1.1 随机黑洞粒子群算法

文献 [14] 提出了 RBH-PSO 算法, 即每一次迭代时对每一粒子的任一维  $d$ , 在以全局最优粒子相对应的维  $gbest_d$  为中心、 $R$  为半径的区域内随机产生一粒子视为黑洞, 设一常数阈值  $p \in [0, 1]$  作为其吸收该粒子相对应维  $p_{id}$  的能力. 对于  $p_{id}$  产生一随机数  $l \in [0, 1]$ , 如果  $l \leq p$ , 则  $p_{id}$  被黑洞捕获, 否则按照传统方式进行更新. 粒子速度和位置的更新如下:

$$v_{id} = wv_{id} + c_1(pbest_{id} - x_{id}) + c_2(gbest_d - x_{id}); \tag{1}$$

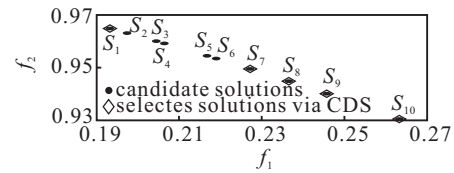
$$x_{id} = \begin{cases} x_{id} + v_{id}, & l \geq p; \\ gbest + 2R(r_1 - 0.5), & l < p. \end{cases} \tag{2}$$

其中:  $x_{id}$  和  $v_{id}$  为粒子  $i$  第  $d$  维的位置和速度,  $w$  为惯性权重系数,  $c_1$  和  $c_2$  为加速度系数,  $pbest$  和  $gbest$  为个体最优和全局最优,  $r_1 \in [0, 1]$  为服从均匀分布的随机数. 因为粒子有一定的概率进入黑洞, 进入后也有一定的概率逃逸黑洞, 所以为粒子增加了新的搜索区域, 而且可以加快收敛进程, 本文将该算法扩展应用.

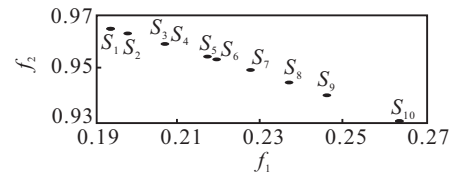
#### 1.2 逐步淘汰 (SE) 策略

设种群规模为  $N$ , 根据 NSGA-II 的非支配排序策略, 由当前代种群  $P_t$  和其子代  $Q_t$  组合为种群  $R_t$ , 根据 Pareto 支配关系得到一系列不同级别的 Pareto 解集. 当需要从某一同级别的解集中选出若干个解时, 为了保持多样性, 利用 NSGA-II 拥挤距离排序

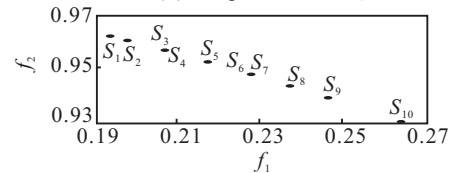
(CDS) 对该解集中的解进行排序, 拥挤距离大的解优先被选中. 某个解被淘汰后, 当其周边更密集的解也被淘汰后, 可能变得过于稀疏. 如图 1(a) 所示, 要从 Pareto 解  $S_1, S_2, \dots, S_{10}$  中筛选中出 5 个解, 设  $S_1$  和  $S_{10}$  的拥挤距离为无穷大;  $S_2, S_3, \dots, S_9$  的拥挤距离 CD 如表 1 所示. 根据 NSGA-II 拥挤距离排序策略, 图 1(a) 中拥挤距离较大的 5 个解  $S_1, S_7, S_8, S_9, S_{10}$  直接被选中, 其余的直接被淘汰; 但很明显  $S_7, S_8$  和  $S_9$  较为拥挤,  $S_1$  和  $S_7$  过于稀疏, 所选 Pareto 解分布不够均匀, 多样性不佳.



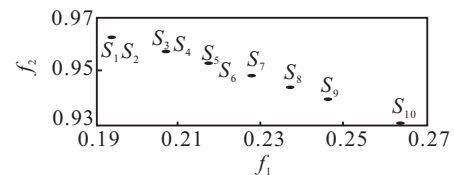
(a) 初始 Pareto 解



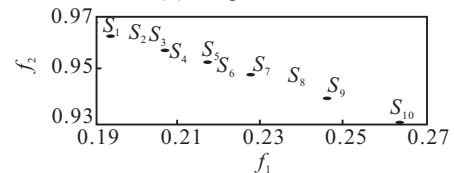
(b) Step 1: eliminate  $S_3$



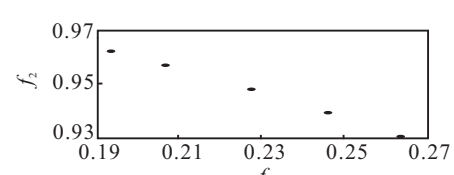
(c) Step 2: eliminate  $S_6$



(d) Step 3: eliminate  $S_2$



(e) Step 3: eliminate  $S_8$



(f) Step 3: eliminate  $S_9$

图 1 NSGA-II 拥挤距离排序和逐步淘汰策略示例

表 1  $S_2, S_3, \dots, S_9$  拥挤距离

拥挤距离	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$	$S_8$	$S_9$
CD	0.299	0.243	0.337	0.346	0.294	0.501	0.539	0.800

CDS 是采用一步到位的“直选”法. 本文提出采用逐步淘汰策略, 每次只淘汰当前拥挤距离最小的解, 通过逐步“淘汰”, 从而得到具有分布均匀的、具有良好多样性的 Pareto 解. 具体步骤如下: 首先, 计算所有非支配解的拥挤距离, 删除其中拥挤距离最小的解; 接着, 重新计算删除后的非支配解的拥挤距离, 并删除其中拥挤距离最小的解, 然后循环, 直到剩下所需数量的解. 图 1(b)~图 1(f) 给出了采用逐步淘汰策略从 10 个 Pareto 解中选出 5 个解的步骤; 与图 1(a) 结果相比, 所得的 5 个 Pareto 解分布较为均匀, 具有更好的多样性; 因此, 与 NSGA-II 拥挤距离排序相比, 逐步淘汰策略更有利于提高解的多样性.

### 1.3 下一代粒子的选择

从种群  $R_t$  中所得到的非支配解数目  $N_{ND\_list}$  可能大于种群规模  $N$  也可能小于  $N$ . 对于下一次迭代粒子的选取, 当  $N_{ND\_list} > N$  时, 通常从当前的非支配解集中以随机方式<sup>[9-11]</sup>或按照 CDS<sup>[10, 12]</sup>选取. 由于 CDS 策略的缺陷, 本文将 SE 策略应用于下一次迭代粒子的选择, 如图 2 所示. 首先, 从  $R_t$  中确认出非支配粒子并存储在 ND\_list 中, 将被支配粒子存储在 D\_list 中. 当  $N_{ND\_list} > N$  时, 采用逐步淘汰策略淘汰掉  $N_{ND\_list} - N$  个非支配粒子, 将剩余的作为下一次迭代的粒子并存储为  $x_{new}$ . 当  $N_{ND\_list} < N$  时, 先将 ND\_list 复制到  $x_{new}$ , 并从 D\_list 中确认出非支配粒子集 ND\_temp. 此时, 如果 ND\_temp 中的粒子数目  $N_{ND\_temp} > N - N_{ND\_list}$ , 则计算 ND\_temp 中的每一粒子与 ND\_list 中所有粒子最小欧氏距离, 淘汰掉最小欧氏距离最小的粒子, 循环执行直到剩下  $N - N_{ND\_list}$  个粒子, 将此  $N - N_{ND\_list}$  个粒子添加到  $x_{new}$ .

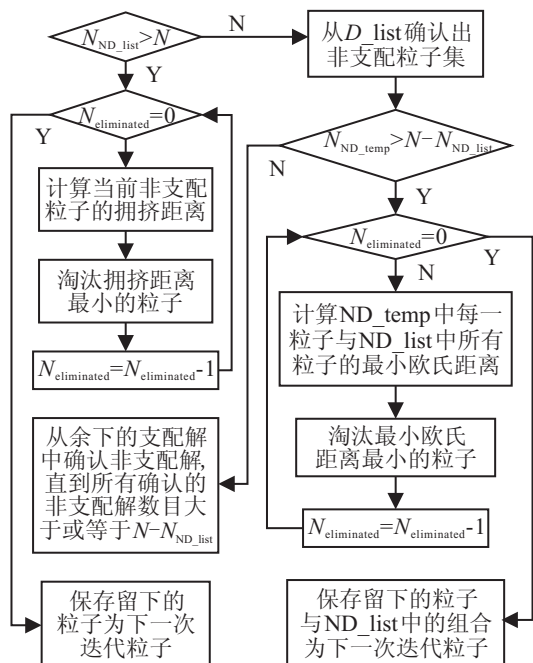


图 2 下一代迭代粒子选择策略

如果  $N_{ND\_temp} < N - N_{ND\_list}$ , 则重复从余下的被支配粒子中筛选非支配粒子, 直到  $x_{new}$  的个数等于  $N$ .

此外, MRBPSO-SE 算法采用前期研究<sup>[9-10]</sup>的动态选择领导粒子策略、动态惯性权重策略和变异操作, 以增强种群全局寻优能力, 从而保持种群多样性和避免早熟收敛.

### 1.4 完整的 MRBPSO-SE 算法流程

Step 1: 初始化. 设定初始种群  $P$ , 种群规模  $N$  和迭代次数 Gen. 随机初始化所有粒子, 初始化个体最优 pbest 和全局最优 gbest.

Step 2: 评价及更新领导粒子<sup>[10]</sup>. 计算当前种群  $P$  中所有粒子的各个目标值, 并确认  $P$  中的非支配解, 动态计算非支配解的适应度, 更新每一个粒子的  $gbest_i$  和个体最优 pbest<sub>*i*</sub>.

Step 3: 产生新的粒子. 按照式 (1) 和 (2) 更新各粒子的速度和位置以形成新的种群  $Q$ , 并计算  $Q$  中各粒子的各目标值, 组合种群  $P$  和  $Q$  构成种群  $R$ .

Step 4: 对种群  $R$  中的粒子进行非支配排序. 确认出种群  $R$  中的所有非支配解, 并储存在 ND\_list 中, 将被支配解储存在 D\_list 中.

Step 5: 根据 1.3 节, 选择下一次迭代的粒子.

Step 6: 变异操作. 判断是否达到变异条件, 若是则执行变异操作<sup>[10]</sup>.

Step 7: 若没有达到迭代次数 Gen, 则跳到 Step 2, 否则执行 Step 8.

Step 8: 输出非支配解作为最终的 Pareto 解集.

### 1.5 算法的计算复杂度

从种群  $R$  中构造非支配解集的复杂度为  $O(M(2N)^2)$ . 在采用逐步淘汰策略选择下一代粒子时, 最坏的情况是  $2N$  个粒子全都是非支配的, 在此情况下也就是从  $2N$  个粒子中选择  $N$  个作为下一次迭代的粒子, 则第 1 次淘汰的复杂度为

$$O(M(2N) \log(2N)),$$

第 2 次的复杂度为

$$O(M(2N - 1) \log(2N - 1)), \dots,$$

第  $N$  次也就是最后一次的复杂度为

$$O(M(N) \log(N)),$$

因此逐步淘汰策略最坏情况时的复杂度可表示为

$$O\left(\sum_{i=N}^{2N} Mi \log(i)\right). \quad (3)$$

### 2 性能验证

为了验证 MRBPSO-SE 寻优能力和算法的有效性, 本文选择具有不同特点的多目标优化测试函数 SCH, FON 和 ZDT1-ZDT4<sup>[7]</sup>进行仿真, 通过图示近似

Pareto 前沿来直观比较算法的性能, 采用文献 [7] 中提出的  $\gamma$  和  $\Delta$  两个指标来衡量算法的收敛性和解的多样性. 仿真实验中,  $w_0 = 0.3$ ,  $V_{\text{limit}} = 0.2V_{\text{max}}$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $N = 100$ ,  $\text{Gen} = 250^{[9-10]}$ . MRBHPSO-SE 所求得的测试函数的近似 Pareto 最优前沿与真实 Pareto 前沿对比如图 3 所示. 由图 3 可见, MRBHPSO-SE 算法以很高的精度收敛到真实的 Pareto 前沿, 所获得的 Pareto 解分布均匀, 具有良好的多样性.

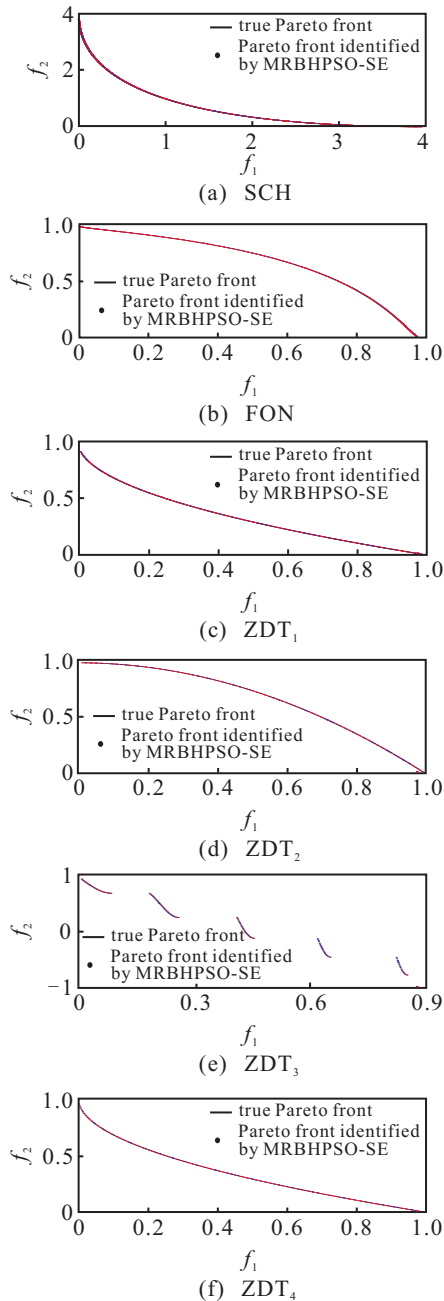


图 3 MRBHPSO-SE 算法在 ZDT1-ZDT4 上的 Pareto 前沿

MRBHPSO-SE 多样性得到加强的重要策略即是采用逐步淘汰策略. AWPSO<sup>[9]</sup>和 AEPSO<sup>[10]</sup>分别采用随机选择和拥挤距离排序选择下一代代的粒子. 与两者不同, 逐步淘汰策略避免了随机选择法带来的随机性缺陷以及拥挤距离排序造成的部分被选择的解过于稀疏的缺陷, 能够通过逐步“淘汰”实现

“选择”, 使得最终的 Pareto 解分布均匀, 从而多样性性能指标得以提高, 这一点可从图 4 和图 5 中 AWPSO 和 AEPSO 得到的近似 Pareto 前沿得到验证.

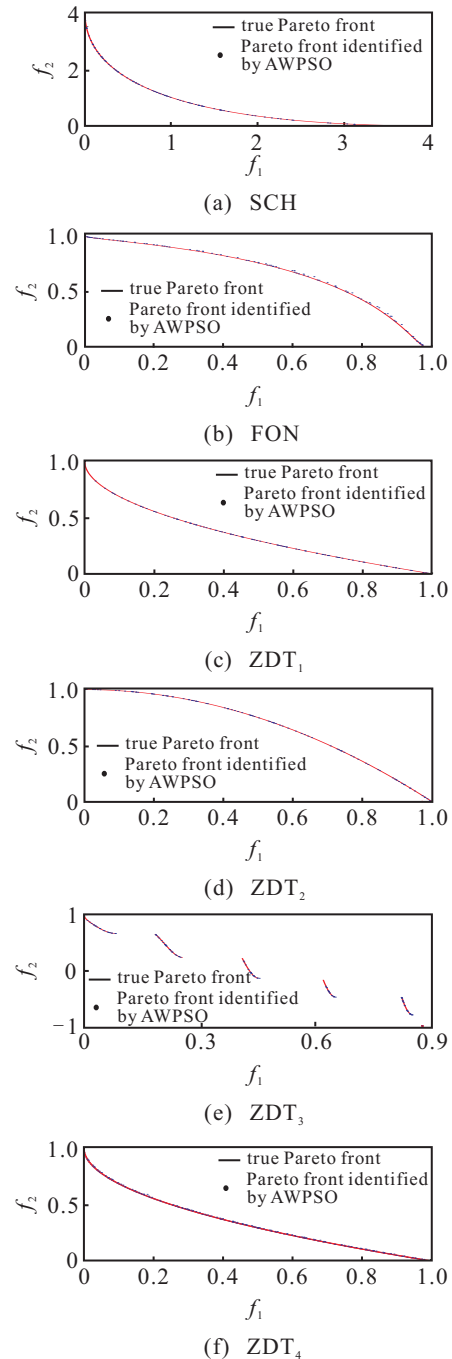


图 4 AWPSO 在测试函数上的 Pareto 前沿

与图 3 相比, 随机法所得的 Pareto 解分布均匀性最差, 多样性不佳, 个别 Pareto 解偏离了真实 Pareto 前沿; 拥挤距离排序法改善了所得解的多样性, 解的分布性较好, 但仍有部分没有覆盖真实的 Pareto 解, 解的分布疏密不均. 由此可见, 引入黑洞概念和逐步淘汰策略使得 MRBHPSO-SE 能够找到 AWPSO 和 AEPSO 所找不到的 Pareto 前沿, 使所获得的 Pareto 解分布性更好, 对提高 Pareto 解的收敛性和多样性确实起到了积极的作用.

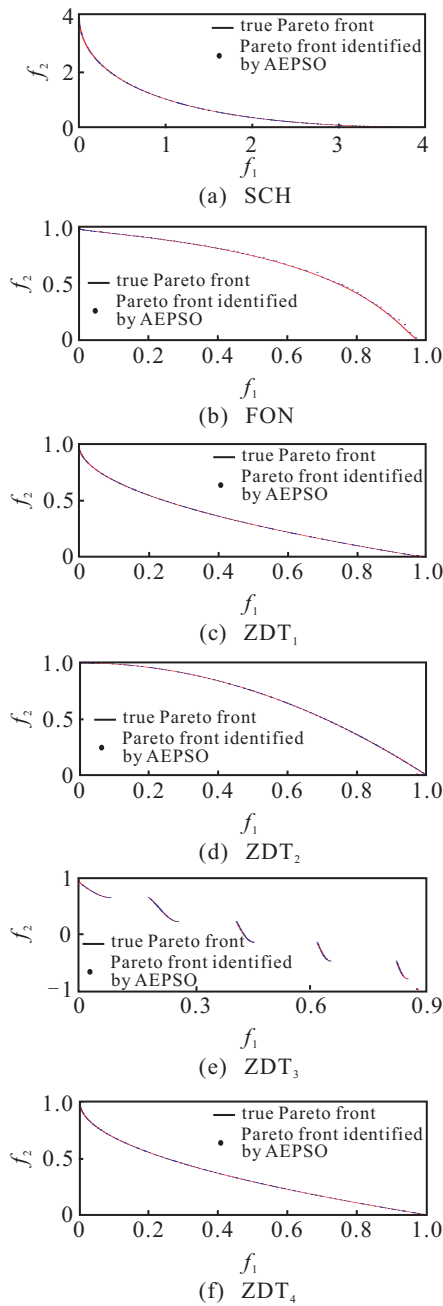


图 5 AEPSO在测试函数上的 Pareto 前沿

为了更全面、客观地评价所提出算法的性能, 将MRBPSO-SE算法与典型的同类算法NSGA-II<sup>[7]</sup>, MOPSO<sup>[15]</sup>, CMGA<sup>[16]</sup>, LH-MOPSO<sup>[6]</sup>和PSO-IMOCA<sup>[17]</sup>等进行比较. 本文算法参数如本节前段所述, 算法独立运行30次, 计算收敛度 $\gamma$ 和多样度 $\Delta$ 的平均值和方差, 统计结果如表2所示. 其中:  $A_6$ 表示本文算法, 以上算法依次以 $A_1 \sim A_5$ 表示; Mean为均值, Var为方差, “-”为参考文献中无该项统计结果.

通过对比分析数据可知, 从解的收敛度性能方面比较, MRBPSO-SE算法对于所有测试函数所得到的收敛度均值和方差均优于其他算法, Pareto解集更接近真实的Pareto前沿, 具有良好的收敛性, 尤其表现在ZDT3和ZDT4上. ZDT3的真实Pareto前沿为非连续函数, 这使得求解不同系列的解变得较为困难; ZDT4则是一个多峰函数, 多重局部Pareto前端导致很多算法都难以收敛到真实解. 由图3和表2可见, 本文算法能够收敛到两测试函数的Pareto前端. CGMA和LH-MOPSO分别采用改进的tent混沌映射和局部搜索策略改善多目标算法的收敛性. 本文所提出算法的收敛性比这两种算法在所有测试函数上的收敛性能指标至少高一个数量级, 一方面得益于引入RBH-PSO增加新的搜索区域, 另一方面也得益于采用前期研究成果即动态惯性权重策略和动态选择领导粒子策略保证种群的全局寻优能力.

从算法的多样性能来看, 前面已经指出其余所有策略一致, 逐步淘汰策略对算法多样性性能指标的贡献大于随机选择和拥挤度排序法. 而由表2可见, 虽然采用逐步淘汰策略的本文算法在所有测试函数上均优于MOPSO, 但仅在ZDT3和ZDT4优于NSGA-II, 而其余则多样性能指标相当, 且多样度指标比PSO-IMOCA差. 除了算法求解的Pareto解多样度不能单靠一种策略来保证以外, 值得注意的是PSO-IMOCA和LH-MOPSO均是对输出Pareto解

表 2 收敛度和多样性性能指标比较

测试函数	参数	$\gamma$						$\Delta$					
		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
SCH	Mean	0.00339	0.01148	-	-	0.00310	0.00014	0.47790	0.76097	-	-	0.02490	0.47154
	Var	0.00000	0.00000	-	-	0.00000	0.00000	0.00347	0.01643	-	-	0.00001	0.00062
FON	Mean	0.00193	0.00122	-	-	0.00170	0.00014	0.37807	0.84943	-	-	0.01960	0.38749
	Var	0.00000	0.00000	-	-	0.00000	0.00000	0.00064	0.00016	-	-	0.00000	0.00012
ZDT1	Mean	0.03348	0.00133	0.00103	0.0021	0.00110	0.00015	0.39031	0.68132	0.30298	0.4088	0.02350	0.40221
	Var	0.00475	0.00000	0.00000	-	0.00000	0.00000	0.00188	0.01335	0.00112	-	0.00001	0.00088
ZDT2	Mean	0.07239	0.00089	0.00061	0.0027	0.00079	0.00008	0.43078	0.63922	0.32381	0.3803	0.02330	0.44650
	Var	0.03169	0.00000	0.00000	-	0.00000	0.00000	0.00472	0.00114	0.00154	-	0.00001	0.00062
ZDT3	Mean	0.11450	0.00418	0.00424	0.0059	0.00130	0.00061	0.73854	0.83195	0.31789	0.5607	0.01600	0.47533
	Var	0.00794	0.00000	0.00000	-	0.00000	0.00000	0.01971	0.00892	0.00018	-	0.00001	0.00004
ZDT4	Mean	0.51305	7.37429	0.48635	0.4811	-	0.00017	0.70261	0.96194	0.48962	0.4089	-	0.54192
	Var	0.11846	5.48286	1.10750	-	-	0.00000	0.06462	0.00114	0.01356	-	-	0.00076

的个数予以限制,当大于规定规模时,可采取策略删除多余的解.当本文算法对输出 Pareto 解的限制规模为 100 时, ZDT1~ZDT4 的多样性依次为 0.158 95, 0.156 26, 0.421 40 和 0.162 89, 优于 NSGA-II, MOPSO, CMGA 和 LH-MOPSO; 因此, MRBPSO-SE 能够同时兼顾收敛性和多样性,在保证良好收敛性的同时,保证所得 Pareto 解的多样性; 尤其是通过随机黑洞机制,每一粒子获得新的搜索区域,而且如果发生早熟收敛,则种群也获得了逃离局部最优的机会.正因为此, MRBPSO-SE 算法的收敛性得以极大改善.

### 3 结 论

本文提出的 MRBPSO-SE 算法将随机黑洞粒子群算法扩展到求解多目标优化问题,指导算法收敛到 Pareto 最优解,有效解决了收敛性问题; 通过改进 NSGA-II 拥挤距离排序一步到位的选择策略来逐步“淘汰”实现“选择”,并将这种逐步淘汰策略应用于算法下一代的粒子的选择策略中.实际研究也表明,与随机选择和拥挤距离排序选择相比,该策略使所获得的 Pareto 解分布均匀,算法多样性得以改善.利用典型测试函数的仿真结果表明, MRBPSO-SE 算法均能更好地逼近真实 Pareto 前沿,且所搜索到的 Pareto 解的多样性好,分布性均匀,能够较好地兼顾多目标优化算法的收敛性和多样性指标,然而,仿真结果也表明,与其他代表性的算法相比,虽然 MRBPSO-SE 算法具有更好的收敛性能,但其多样性并不是最优; 因此,研究该算法适合于求解哪类多目标问题,以及如何改进 MRBPSO-SE 算法,使其在保证所求解的收敛性得以提高的同时,能取得更好的多样性值得进一步研究.

### 参考文献(References)

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. IEEE Int Conf on Neural Networks. Perth, 1995: 1942-1948.
- [2] Sierra M R, Coello C A C. Multi-objective particle swarm optimizers: A survey of the state-of-the-art[J]. Int J of Computational Intelligence Reserch, 2006, 2(3): 287-308.
- [3] Laumanns M, Thiele L, Deb K, et al. Combining convergence and diversity in evolutionary multiobjective optimization[J]. Evolutionary Computation, 2002, 10(3): 263-282.
- [4] Sierra M, Coello C. Improving PSO-based multi-objective optimization using crowding, mutation and  $\epsilon$ -dominance[C]. Int Conf on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Guanajuato, 2005: 505-519.
- [5] Li X D. Better spread and convergence: Particle swarm multi-objective optimization using the maximin fitness function[C]. Proc of the Genetic and Evolutionary Computation Conf. Washington, 2004: 117-128.
- [6] 贾树晋, 杜斌, 岳恒. 基于局部搜索与混合多样性策略的多目标粒子群算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 813-818.  
(Jia S J, Du B, Yue H. Local search and hybrid diversity strategy based multi-objective particle swarm optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 813-818.)
- [7] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [8] 施展, 陈庆伟. 基于 QPSO 和拥挤距离排序的多目标量子粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2011, 26(4): 540-547.  
(Shi Z, Chen Q W. Multi-objective quantum-behaved particle swarm optimization algorithm based on QPSO and crowding distance sorting[J]. Control and Decision, 2011, 26(4): 540-547.)
- [9] Mahfouf M, Chen M Y, Linkens D A. Adaptive weighted particle swarm optimisation for multi-objective optimal design of alloy steels[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2004, 3242: 762-771.
- [10] 陈民铀, 张聪誉, 罗辞勇. 自适应进化多目标粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2009, 24(12): 1851-1855.  
(Chen M Y, Zhang C Y, Luo C Y. Adaptive evolutionary multi-objective particle swarm optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2009, 24(12): 1851-1855.)
- [11] Li X D. A non-dominated sorting particle swarm optimizer for multiobjective optimization[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2003, 2723: 27-48.
- [12] 黄平, 于金杨, 元泳泉. 一种改进的小生境多目标粒子群优化算法[J]. 计算机工程, 2011, 37(18): 1-3.  
(Huang P, Yu J Y, Yu Y Q. Improved niching multi-objective particle swarm optimization algorithm[J]. Computer Engineering, 2011, 37(18): 1-3.)
- [13] Mostaghim S, Teich J. The role of  $\epsilon$ -dominance in multi-objective particle swarm optimization methods[C]. Proc of IEEE Swarm Intelligence Symposium. Canberra, 2003: 1764-1771.
- [14] Zhang J Q, Liu K, Tan Y, et al. Random black hole particle swarm optimization and its application[C]. Int Conf on Neural Networks and Signal Processing. Nanjing, 2008: 359-365.
- [15] Coello C A C, Pulido G T, Lechuga M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.
- [16] 王瑞琪, 张承慧, 李珂. 基于改进混沌优化的多目标遗传算法[J]. 控制与决策, 2011, 26(9): 1391-1397.  
(Wang R Q, Zhang C H, Li K. Multi-objective genetic algorithm based on improved chaotic optimization [J]. Control and Decision, 2011, 26(9): 1391-1397.)