

文章编号: 1001-0920(2013)11-1735-06

一种智能优化算法解质量评价方法

常洪浩, 冯祖仁, 张兆军, 徐明钊

(西安交通大学 a. 系统工程研究所, b. 机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710049)

摘要: 如何评价智能优化算法在有限时间内所得解的质量, 是计算智能基础研究和工程实践中都亟待解决的问题. 受序优化思想启发, 针对连续优化问题, 提出一种评价智能优化算法解质量的方法. 首先利用聚类方法对解记录均匀化分区, 然后根据适应度值分布计算对准概率作为解质量评价指标. 通过对均匀采样、非均匀采样、粒子群算法和遗传算法的寻优结果进行实验表明了所提出方法的有效性.

关键词: 智能优化算法; 解质量; 聚类; 序优化

中图分类号: TP18

文献标志码: A

A method for the evaluation of solutions obtained from intelligent optimization algorithms

CHANG Hong-hao, FENG Zu-ren, ZHANG Zhao-jun, XU Ming-zhao

(a. Systems Engineering Institute, b. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: CHANG Hong-hao, E-mail: changhh@sei.xjtu.edu.cn)

Abstract: In the domain of computational intelligence and its applications, how to evaluate the quality of solutions obtained from intelligent optimization algorithms in finite time is an urgent problem to be solved. For continuous optimization problems, an approach is proposed to evaluate the solution quality of intelligent optimization. Firstly, clustering is employed to partition the solution-record. Then, based on the fitness distribution, an alignment probability is calculated as the quality measure. Experiments are performed on uniformly-distributed search, nonuniformly-distributed search, particle swarm optimization and genetic algorithm, respectively. The simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: intelligent optimization algorithms; solution quality; clustering; ordinal optimization

0 引言

智能优化算法一般建立在生物智能或物理现象基础之上, 通过模拟某些自然现象或过程求解复杂优化问题^[1]. 虽然智能优化算法一般对目标函数和约束要求较低, 但目前理论上还远不如传统优化算法完善, 其中一个不足便是无法保证在有限时间内得到所求问题的最优解. 收敛性研究^[2-3]表明, 大多数算法在时间趋于无穷的情况下能够以概率1收敛到最优解. 然而, 在实践中人们更倾向于追求在有限时间内得到质量尽可能高的解, 因此, 如何评价有限时间内所获解的质量是一个有意义的研究问题, 本文将其为“智能优化算法解质量评价”问题.

目前, 针对智能优化算法解质量评价的研究工作开展得较少, 已有文献大多延续了传统优化算法中

的比较方法. 例如比值分析^[4], 即衡量近似解与最优解的比值, 比值越接近1表明解的质量越高. 何毓琦等^[5-6]提出的序优化方法定义了问题的“满意解”, 优化目标不是仅追求问题的最优解, 而是从实际出发, 以求得问题的“满意解”为目标, 最终给出了利用盲目挑选规则以一定的对准概率得到“满意解”的公式. 沈震^[7]借助序优化方法, 将搜索空间的均匀采样解按照观测性能进行排序, 用得到的序列作为一把“粗糙尺子”衡量解的序性能的优劣, 给优化方法解的质量提供了有保证的量化指标. Stützle等^[8]将优化算法的运行时间看作随机变量, 利用实验分析方法分析随机局部搜索算法的性能和行为, 研究分析了算法在一定时间下所得解的质量变化规律. Koza^[9]针对遗传规划求解已知问题的计算量问题, 给出了相应的计算产生满

收稿日期: 2012-08-15; 修回日期: 2013-01-19.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(61105126); 高等学校博士点专项基金项目(20100201110031).

作者简介: 常洪浩(1989—), 男, 博士生, 从事智能优化方法、数据挖掘的研究; 冯祖仁(1953—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器人控制、智能信息处理等研究.

意解的概率大于 z 时所需运算次数的公式。

上述文献提供了许多启发,但也存在不足.其中,比值分析和 Stützle 等提出的评价体系需要预先知道问题的最优解,这使其难以应用于实际.而对解空间进行均匀采样是序优化评价体系的前提,智能优化算法对解空间的探索本质上是非均匀的,故序优化相关结论并不适用于智能优化算法.鉴于此,本文针对连续优化问题,首先利用基于网格的等密度聚类方法实现了非均匀采样样本(解记录)的分区均匀化划分;然后采用统计分析的方法对智能优化算法的解质量进行估计;最后通过实验表明了所提出方法的有效性.

1 问题描述

智能优化算法大多是随机寻优算法,算法本身的特点决定了其采样方式是非均匀的,而且由于局部强化作用的影响,运行后期将越来越集中于某个区域,这使得智能优化算法无法直接采用序优化方法评价解的质量.但这种非均匀性可以通过一些方法(如直方图、聚类等)进行统计,因此可以按某种准则采用聚类算法将非均匀采样样本(选择子集)均匀化分区,得到若干个内部是均匀分布的子区域.

序优化^[5-6]在引入足够好解比率后,通过计算对准概率 AP(alignment probability)进行解评价.选择子集 S 是通过随机选取或基于其他规则得到的一个子集,也可以通过智能优化算法得到.搜索空间 θ 的 $g\%$ 定义为 θ 的足够好解子集 G ,而 $g\%$ 称为足够好解比率.对准概率是指 S 中包含至少 k_g 个足够好解的概率,即 $AP = P\{|S \cap G| \geq k_g\}$.本文只考虑 $k_g = 1$ 的情况,即 S 中至少包含一个足够好解的概率.集合 S 中元素的个数记作 $|S|$,用 $p = g\%$ 表示足够好解比率,则由概率论知识容易得到

$$\text{Prob}\{|S \cap G| \geq 1\} = 1 - (1 - p)^{|S|}. \quad (1)$$

式(1)适合均匀采样的情况,但对于智能优化算法并不能直接套用.根据 FDC(fitness distance correlation)分析^[10]可知,解的质量与它们之间的距离具有一定的相关性.因此,可以根据解的分布建立适当的数学模型计算各个子区域中满意解的比率,再由各个子区域的满意解比率计算得出此智能优化算法所得解的对准概率.

设对解空间进行均匀化分区后,得到 n_S 个子域,这些子域满足关系:1) $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_{n_S}$; 2) 如果 $i \neq j$,则 $S_i \cap S_j = \emptyset$.对于任意子域 S_i ,其元素个数为 $|S_i|$,满意解比率为 p_i .此时对准概率为

$$\text{Prob}\{|S \cap G| \geq 1\} = 1 - \prod_{i=1}^{n_S} (1 - p_i)^{|S_i|}. \quad (2)$$

本文的主要研究目标是确定如何求解 p_i ,进而计算对

准概率.

2 基于均匀化分区的解质量评价方法

2.1 均匀化分区

智能优化算法搜索结果的非均匀性可以通过一些非参数统计方法(如直方图和核密度估计等)进行计算.借鉴函数分段线性化处理的思想,按等密度准则采用聚类算法将非均匀搜索结果进行均匀化分区,可以得到若干个内部近似均匀的子区域.

本文聚类对象是通过智能优化算法或者随机采样得到的解记录,即选择子集 S .聚类的目的是完成均匀化分区,将 m 维搜索空间作适当划分,以保证每个子类中的可行解满足均匀采样假设.为此,提出一种基于网格的等密度聚类方法,融合了基于网格的聚类算法^[11]和等密度线聚类算法^[12]的思想,采用网格结构对聚类空间进行划分,将空间量化为有限的数据单元,并将其作为基本单位进行聚类.具体步骤如下.

Step 1: 确定邻域大小.每个样本的密度值由其邻域内包含样本的数目确定,确定邻域大小对于聚类效果有重要影响.首先在连续空间中利用欧氏距离计算样本集中任意两点之间的平均距离 \bar{d} ;然后计算得邻域大小 $l = \bar{d}/|S|^\alpha$.其中: $|S|$ 为样本点总数; α 为邻域调节系数,取值在 0 到 1 之间,本文取 $\alpha = 0.3$.

Step 2: 划分网格.根据 Gao 等^[13]提出的方法将聚类空间每个维度划分为 q 个区间, q 的数值由下式确定:

$$q = \lceil \sqrt[m]{|S|/\eta} \rceil. \quad (3)$$

其中: m 为聚类空间的维度;区间划分系数 $\eta \in (1, 2)$,本文取 1.5.这样,整个聚类空间即可划分为 q^m 个网格.

Step 3: 邻域网格的确定.统计网格的密度时,第 i 维上的邻域网格数 $r_i = \lceil l/L_i \times q \rceil$,其中 L_i 为集合 S 在聚类空间第 i 维上的投影长度.

Step 4: 计算网格密度矩阵. Step 2 中对聚类空间进行了网格划分,但统计密度时不宜直接统计每个网格中样本的个数.为了减小采样过程中的随机性,借鉴图像处理中的平滑方法^[14],在求网格密度时进行一次高斯平滑,统计每个网格的邻域内共 $\prod_{i=1}^m (2 \times r_i + 1)$ 个网格所包含的平均样本点数目,并将其作为该网格的密度,按此方法依次统计完每一个网格的密度后便得到了网格密度矩阵 D .

Step 5: 根据网格密度矩阵确定密度阈值向量 T .密度阈值向量 T 的确定仍然沿用等密度线聚类算法的公式,将向量 T 设定为一个以 t 为公比的等比序列(本文 $t = 1.2$), $T(i) = D_{\min} \times t^i$, i 的取值范围为 $1 \sim$

$\lceil \log_t(D_{\max}/D_{\min}) \rceil$, D_{\min} 和 D_{\max} 分别为矩阵 D 中最小和最大的非零元素.

Step 6: 根据密度阈值向量 T 完成子类的划分. 将密度值位于相同的两条等密度线之间的样本点归为一类, 如果聚类效果不理想, 则调整 t 的取值, 重新聚类.

2.2 对准概率的计算

在对采样集合进行聚类后, 可以认为采样点在聚类所得的子类中是均匀分布的, 即在子类中, 每个样本被取到的概率是一样的. 由式 (2) 可知, 要计算对准概率, 就必须计算出每个子类的满意解比率, 这需要建立合适的数学模型进行求解.

密度估计^[15]是指根据观察到的数据对真实概率密度函数进行估计. 本文的目标是根据各子类中采样点的适应度值, 通过核密度估计^[16]得到各子类中的适应度值的分布情况.

2.2.1 核密度估计

下面以二维的 Schaffer F6 函数^[17]为例, 考虑某个解与其邻域内各解对应的适应度值之差的分布情况. 二维的 Schaffer F6 函数为

$$F(x, y) = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x^2 + y^2} - 0.5}{(1 + 0.001 \times (x^2 + y^2))^2}. \quad (4)$$

首先将 $[-10, 10] \times [-10, 10]$ 的区域均分成 10×10 的网格, 从每个网格中随机选取一个点作为中心; 然后在中心点的 ε -邻域内随机采样 100 个点, 并计算这些点与中心点对应的适应度值之差. 图 1 给出了当 $\varepsilon = 0.1$ 时, 适应度值之差的概率分布情况. 从图 1 可以看出, 邻域内解的适应度值大都与中心点的适应度值相近. 因此某个解的 ε -邻域内各解的适应度值分布可以看作近似正态, 根据此特点, 构造一种新的核函数为

$$K(x) = \begin{cases} K_1(|x|) + K_2(|x|) + K_3(|x|), & |x| \in [0, \gamma); \\ K_2(|x|) + K_3(|x|), & |x| \in [\gamma, 2\gamma); \\ K_3(|x|), & |x| \in [2\gamma, d_i); \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$K_1(x) = -\frac{1 + \beta}{2\gamma^2}(x - \gamma)^2, \quad (6)$$

$$K_2(x) = \frac{1 + \beta}{4\gamma^3}(x - 2\gamma)^2, \quad (7)$$

$$K_3(x) = \frac{\beta}{d_i^2}x - \frac{\beta}{d_i}, \quad (8)$$

$d_i = 0.1$, $\beta \in [-1, 0]$, 本文 β 取 -0.01 , $\gamma = 0.05$. 函数 K 满足核函数的两个性质^[16]: 1) K 是一个概率密度函数, 即 $\int_{-\infty}^{+\infty} K(x)dx = 1$, 且 $K(x) \geq 0$; 2) $\forall u \in \mathbf{R}$, $K(-u) = K(u)$.

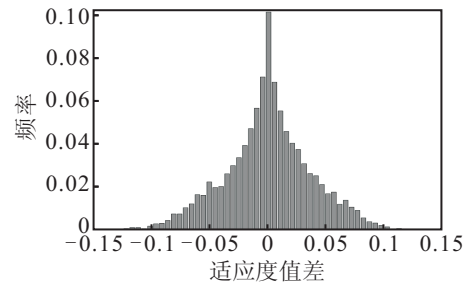


图 1 ε -邻域内各解与中心点的适应度值之差的概率分布

设子区域 $S_i = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{|S_i|}, y_{|S_i|})\}$, 则 S_i 对应的适应度值集合为 $\{F(x_1, y_1), F(x_2, y_2), \dots, F(x_{|S_i|}, y_{|S_i|})\}$, 那么利用核函数 K , 子类 S_i 的适应度值概率密度函数可以表示为

$$f_i(x) = \frac{1}{|S_i|} \sum_{i=1}^{|S_i|} K(x - F(x_i, y_i)). \quad (9)$$

2.2.2 截断的修正

假设样本集中适应度的最大最小值分别为 F_{\max} 和 F_{\min} , 那么 $[F_{\min}, F_{\max}]$ 便是整个适应度值的分布区间. 然而在某些情况下, 由式 (9) 得到的概率密度函数定义域会超出这个范围, 即密度函数的左端或右端会被截断. 为了保证估计的精度, 必须对边界情况进行修正. 用 F_i^j 表示子区域 S_i 中第 j 个样本点的适应度值, 根据 F_i^j 和适应度值上下限 F_{\max} 和 F_{\min} , 可以分别计算样本点适应度值距适应度值上下限的上差 $\Delta_r = F_{\max} - F_i^j$ 和下差 $\Delta_l = F_i^j - F_{\min}$.

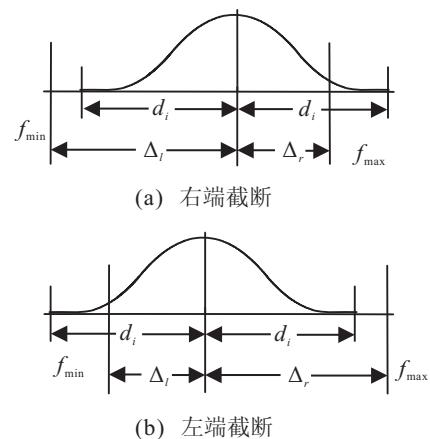


图 2 对于截断的修正

下面分别对右端截断和左端截断进行讨论:

1) 当 $d_i > \Delta_r$ 且 $d_i \leq \Delta_l$ 时, 右端截断, 如图 2(a) 所示. 此时, 分布的左右端点的适应度值分别为 $F_i^j - d_i$ 和 $F_i^j = F_{\max}$. 直接去掉 $[F_{\max}, +\infty]$ 上的部分会影响计算精度, 因此可将这部分关于 F_{\max} 翻转回来, 增加折返结构 $R_r(x)$ 来记录这部分结果, 其定义域为 $[F_{\max} - (d_i - \Delta_r), F_{\max}]$, $R_r(x) = K(2F_{\max} - x)$, 这样便修正了右端截断.

2) 当 $d_i \leq \Delta_r$ 且 $d_i > \Delta_l$ 时, 左端截断, 如图 2(b)

所示. 与右端截断的情况类似, 可以增加一个定义在 $[F_{\min}, F_{\min} + (d_i - \Delta_l)]$ 上的折返结构 $R_l(x) = K(2F_{\min} - x)$ 来修正左端截断.

2.2.3 对准概率的计算

在利用基于网格的等密度聚类将整个搜索空间划分为 n_S 个子类后, 各子类之间的密度各不相同, 可以近似地认为子类 i 所占网格的个数 $V_i (i = 1, 2, \dots, n_S)$ 即为此类的容积, 而此类中每个采样点所占有的网格数为

$$v_i = V_i / |S_i|, \quad i = 1, 2, \dots, n_S. \quad (10)$$

设整个采样集合的适应度概率密度为 $f(x)$, n_S 个子类各自的适应度概率密度分别为 $f_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n_S$, 则 $f(x)$ 实际上是 $f_i(x)$ 的加权平均, 各项的权值 $w_i = v_i / \sum_{i=1}^{n_S} v_i$, 进而有

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n_S} w_i f_i(x). \quad (11)$$

因此, 计算对准概率的总体算法步骤如下.

Step 1: 利用基于网格的等密度聚类方法将解记录中的采样点进行聚类分区.

Step 2: 统计出解记录采样集合中适应度的最大值 F_{\max} 和最小值 F_{\min} .

Step 3: 对于每个子类, 利用式 (9) 计算出各自的适应度值概率密度函数, 其中对于左端截断和右端截断的情况, 分别利用前述方法进行修正.

Step 4: 根据 Step 3 中求得的各子类的适应度概率密度 $f_i(x)$, 利用式 (11) 确定整个采样集合的适应度概率密度.

Step 5: 根据给定的满意解比率 p 和 Step 4 中得到的采样集合适应度概率密度 $f(x)$, 确定相应的适应度值阈值 F_p .

Step 6: 根据 F_p 和 Step 3 中求出的各子类适应度概率密度函数 $f_i(x)$, 可以确定各子类的满意解比率 $p_i = \int_{f_p}^{+\infty} f_i(x) dx$. 利用式 (2) 即可求出对准概率 AP .

3 实验与分析

为了验证本文提出的智能优化算法解质量评价指标的有效性, 在 Matlab 2010a 中进行仿真实验. 实验中采用的函数均为第 2.2.1 节中提到的二维 Schaffer F6 函数, 搜索空间为 $[-10, 10] \times [-10, 10]$, 优化目标是最大化 $F(x, y)$. 实验中选取的“满意解”比率 $p = 0.000\ 785$, 搜索空间的“总面积”为 400, 则适应度阈值 f_p 使得平面 $z = f_p$ 与曲面 $F(x, y)$ 相交后, 在曲面之下的截面面积等于 $400 \times p = 0.314$. 可以通过二分法来寻找 F_p : 首先确定一个区间 $[a, b]$, 记 $m = (a + b)/2$; 然后计算 $z = m$ 时的截面面积 A , 若 $A > 0.314$,

则在区间 $[m, b]$ 内重复此过程, 若 $A < 0.314$, 则在区间 $[a, m]$ 内重复此过程, 直到找到能使 $A = 0.314$ 的值, 该值即为 F_p . 在区间 $[0.95, 1]$ 内搜索, 可以得到适应度阈值 $F_p = 0.990\ 233\ 640\ 78$.

对于每个样本集, 通过实验可以确定两个值: 一是利用本文方法计算得到的对准概率 AP 的平均值 \overline{AP} ; 二是实际上每次搜索至少找到一个“满意解”的概率 P_g . 这两个值分别称为“计算结果”和“实验结果”, 后文将不再区分 \overline{AP} 和“计算结果”、 P_g 和“实验结果”. AP 可以由式 (2) 确定. P_g 可以通过下述过程确定: 对于共 M 次实验中的第 i 次, 如果存在适应度比 f_p 大的解, 则记 $\delta_i = 1$, 否则记 $\delta_i = 0$, 所以有 $P_g' = \sum_{i=1}^M \delta_i / M$, 当 M 足够大时, P_g' 近似等于 P_g . 图 3 和图 4 分别为均匀随机搜索与非均匀随机搜索和粒子群算法与遗传算法的结果, 图中误差是指“计算结果”与“实验结果”差的绝对值. 为了验证本文算法的有效性, 分别对下列情况进行考虑:

1) 在解空间均匀随机搜索. 均匀随机搜索保证了搜索空间中每个可行解被抽取到的概率相同. 以均匀随机搜索为例, 分析对准概率的计算过程: 利用基于网格的等密度聚类将解记录里的采样集合分区均匀化, 然后利用式 (9) 和 (11) 计算出各子类和总体的适应度分布函数, 进而计算出适应度阈值 F_p , 依此得到各子类的足够好解比率 p_i , 代入式 (2) 即可求得相应的对准概率 AP . 对于 500 ~ 5 000 个采样点的情况, 分别进行 10 000 次实验, 对实验结果求平均, 如图 3(a) 所示.

2) 在解空间非均匀随机搜索. 智能优化算法大都倾向于在更有希望找到优解的区域增加搜索次数, 这相当于提高了区域的采样概率. 将 $[-10, 10] \times [-10, 10]$ 的搜索空间分成两部分来模拟这种机制: 中间 $[-5, 5] \times [-5, 5]$ 区域是一部分, 满意解均集中于此, 四周其他区域是另一部分, 将内外两个区域之间的采样概率之比记为 ratio. 分别对 12 种不同的 ratio 值 (0.1, 0.125, 0.2, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64) 进行实验, 每次实验的采样点数为 1 000, 所得结果均为 10 000 次实验的平均值, 结果如图 3(b) 所示.

3) 利用粒子群算法^[18]对解空间进行搜索. 粒子群优化算法(PSO)是由 James Kennedy 等于 20 世纪 90 年代提出的智能优化算法, 它利用群体之间的协同合作和信息共享达到寻找最优解的目标. 实验中 PSO 的学习因子 c_1 和 c_2 均设为 1, 粒子数目为 25, 迭代次数分别为 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 和 200, 采样次数为 500, 1 000, \dots , 5 000. 实验结果如图 4(a) 所示.

4) 利用遗传算法^[19]对解空间进行搜索. 遗传算法借鉴了生物的进化与遗传过程, 由 John 等于 20 世纪 60~70 年代提出, 是目前为止应用最广泛和最成

功的智能优化算法. 实验中采用二进制编码, 交叉率 $c = 0.8$, 变异率 $\mu = 0.25$, 种群规模为 20, 迭代次数分别为 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225 和 250, 采样次数为 500, 1 000, ..., 5 000. 实验结果如图 4(b) 所示.

由以上结果可见, 在均匀采样、利用粒子群算法和遗传算法搜索时, AP 和 P_g 均随着采样次数的增加而增大, 最终收敛于 1. 其中粒子群算法和遗传算法的对准概率从绝对数值和收敛速度上看, 都远快于均匀采样, 粒子群算法对准概率的收敛速度比遗传算法更快, 表明这种参数设置下的粒子群算法更适于解决这种连续优化的问题. 由图 3 可见, 随着在“满意解”集中区域采样概率的提高, 随机搜索找到“满意解”的概率也在不断提高, 这与应用智能优化算法得到的结果相吻合.

为了更好地了解在整个实验过程中“计算结果”和“实验结果”的变化过程, 给出在 1 000 个采样点的情况下, 进行 10 000 次实验过程中 \overline{AP} 和 P_g 的变化曲线如图 5 所示. 图 5 中, 非均匀搜索中 ratio 取值为 0.5, 根据本文提出算法求得平均对准概率 \overline{AP} 在整个实验过程中均没有太大波动, P_g 在实验次数较少时波动较大, 随着实验次数的增加也趋于稳定. 无论是对于 \overline{AP} 还是 P_g , 都可以看出粒子群的解性能优于其他算法, 智能算法优于随机搜索, 而均匀随机搜索又优于非均匀搜索, 这与前面实验的结果一致.

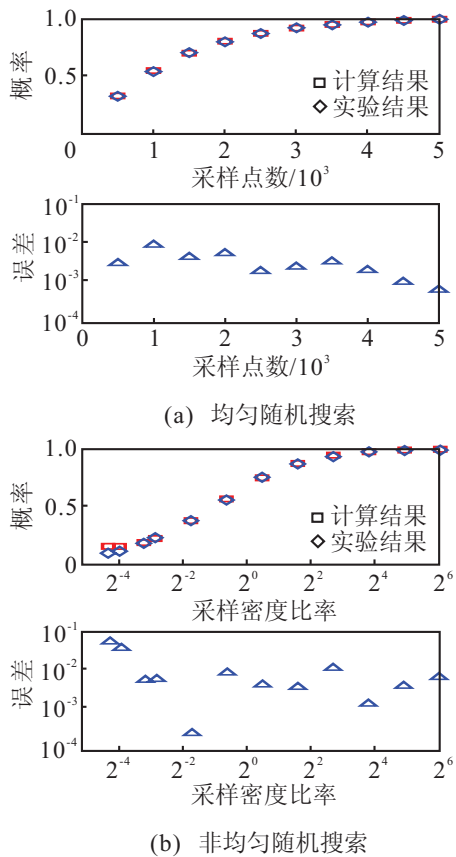


图 3 均匀随机搜索与非均匀随机搜索结果

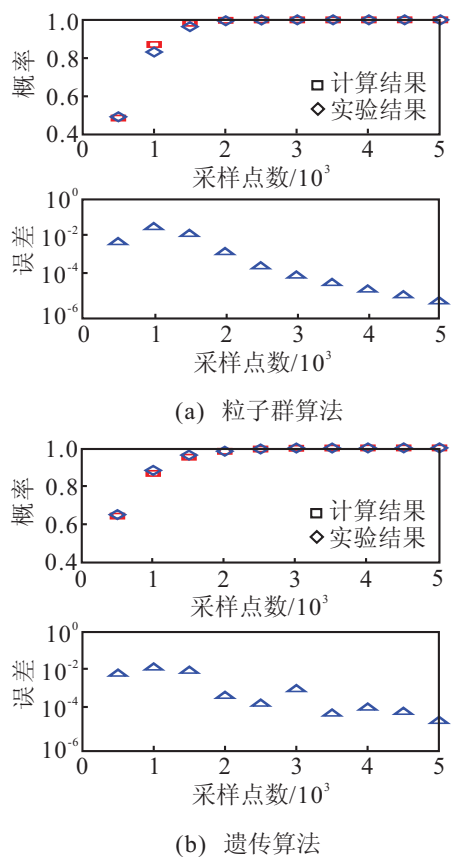


图 4 粒子群算法与遗传算法

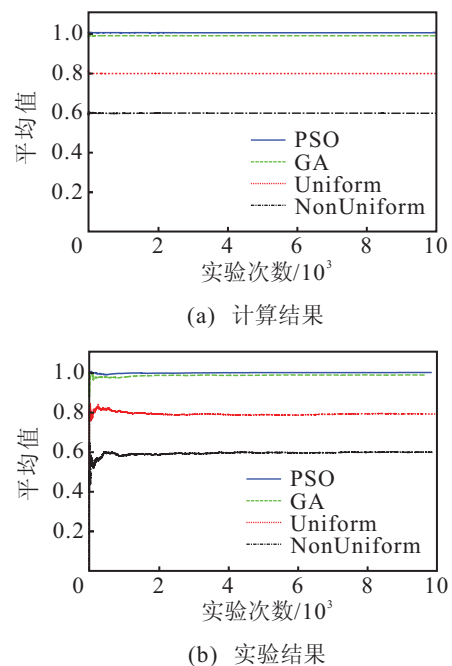


图 5 \overline{AP} 和 P_g 的变化过程

4 结 论

受到序优化理论的启发, 本文针对连续优化问题, 提出了一种评价智能优化算法解质量的方法. 该方法首先利用一种基于网格的等密度聚类方法对解

记录进行均匀化分区; 然后利用核密度估计确定各子区域的满意解比率, 进而计算出对准概率作为衡量智能优化算法解质量的指标. 为了验证本文所提出方法的有效性和可靠性, 分别对均匀采样、非均匀采样、粒子群算法和遗传算法的搜索结果进行了测试, 结果表明本文算法求解出的对准概率与实验求得的概率十分接近.

参考文献(References)

- [1] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001: 1-2.
(Wang L. Intelligent optimization algorithms with applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001: 1-2.)
- [2] Rudolph G. Convergence analysis of canonical genetic algorithms[J]. IEEE Trans on Neural Network, 1994, 5(1): 96-101.
- [3] Stützle T, Dorigo M. A short convergence proof for a class of ACO algorithms[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(4): 358-365.
- [4] 苏丽杰, 聂义勇. 旅行商问题的近优解评价方法[J]. 计算机科学, 2004, 31(10): 310-311.
(Su L J, Nie Y Y. Evaluation on near-optimal solution of traveling salesman problem[J]. Computer Science, 2004, 31(10): 310-311.)
- [5] Ho Y C. An explanation of ordinal optimization: soft computing for hard problems[J]. Information Sciences, 1999, 113(3/4): 169-192.
- [6] Ho Y C, Zhao Q C, Jia Q S. Ordinal optimization: Soft optimization for hard problems[M]. New York: Springer Science, 2007: 7-56.
- [7] 沈震. 优化方法解的序性能分析[D]. 北京: 清华大学信息科学技术学院, 2009.
(Shen Z. Ordinal performance analysis of the solution of an optimization algorithm[D]. Beijing: School of Information Science and Technology, Tsinghua University, 2009.)
- [8] Hoos H H, Stützle T. Stochastic local search: Foundations and applications[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2004: 149-202.
- [9] Koza J R. Genetic programming: On the programming of computers by natural selection[M]. Cambridge: MIT Press, 1992: 191-204.
- [10] Jones T, Forrest S. Fitness distance correlation as a measure of problem difficulty for genetic algorithms[C]. Proc of the Sixth Int Conf on Genetic Algorithms. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1995: 184-192.
- [11] Han J W, Kamber M, Pei J. Data mining: Concepts and techniques[M]. Waltham: Morgan Kaufmann, 2011: 443-495.
- [12] 赵艳厂, 谢帆, 宋俊德. 一种新的聚类算法: 等密度线算法[J]. 北京邮电大学学报, 2002, 25(2): 8-13.
(Zhao Y C, Xie F, Song J D. DILC: A clustering algorithm based on density-isoline[J]. J of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2002, 25(2): 8-13.)
- [13] Gao S, Xia Y. GDCIC: A grid-based density-confidence-interval clustering algorithm for multi-density dataset in large spatial database[C]. Proc of the 6th Int Conf on Intelligent Systems Design and Applications. Washington DC: IEEE Computer Society, 2006: 713-717.
- [14] González R C, Woods R E. Digital image processing[M]. The 3rd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2008: 269-279.
- [15] Silverman B W. Density estimation for statistics and data analysis[M]. London: Chapman & Hall, 1986: 1-6.
- [16] Bishop C M. Neural networks for pattern recognition[M]. Oxford: Oxford University Press, 1995: 53-55.
- [17] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.
- [18] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks. Perth, 1995: 1942-1948.
- [19] Holland J H. Adaptation in natural and artificial systems[M]. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975: 89-120.

(上接第1734页)

- [17] 吴亚丽, 徐丽青. 一种基于粒子群算法的改进多目标文化算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(8): 1127-1132.

(Wu Y L, Xu L Q. An improved multi-objective cultural algorithm based on particle swarm optimization [J]. Control and Decision, 2012, 27(8): 1127-1132.)