

主-从自治海上航行器有限时间同步运动控制

吴泽伟¹, 吴晓锋^{1,2}

(1. 海军工程大学 电子工程学院, 武汉 430033; 2. 海军陆战学院, 广州 510430)

摘要: 研究主-从自治海上航行器有限时间同步运动问题, 提出一种可实现主-从自治海上航行器的位置、姿态、线速度、角速度、线加速度和角加速度等运动状态有限时间同步的连续状态反馈控制方法. 首先, 通过建立主、从自治海上航行器的动力学模型, 给出了主-从同步运动控制方案; 然后, 采用齐次系统有限时间稳定性理论, 为从自治海上航行器设计了一种连续状态反馈控制器, 以及在该控制器下实现主-从自治海上航行器有限时间同步运动的充分性判据, 并通过实例仿真进行了验证.

关键词: 自治海上航行器; 主-从同步运动; 有限时间

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Finite-time synchronized motion of master-slave autonomous marine vehicles

WU Ze-wei¹, WU Xiao-feng^{1,2}

(1. College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China; 2. Naval Marine Academy, Guangzhou 510430, China. Correspondent: WU Ze-wei, E-mail: wuzw1982@hotmail.com)

Abstract: The synchronized motion of master-slave autonomous marine vehicles is investigated, and a continuous states feedback controller is proposed for achieving finite-time synchronization of the motional states of both master vehicle and slave vehicle, including position, orientation, linear velocity, angular velocity, linear acceleration and angular acceleration. Firstly, dynamical models of both master vehicle and slave vehicle are mathematically given, and then a master-slave synchronization scheme is established. By means of the finite-time stability theory for the homogeneous system, a continuous states feedback controller for the master vehicle and slave vehicle realizing synchronized motion in finite time is designed, and the sufficient criterion is given correspondingly. Simulation results show the validity of the main conclusion.

Key words: autonomous marine vehicle; master-slave synchronized motion; finite-time

0 引言

主-从自治海上航行器(AMV)作为一种特殊的多AMV编队协作系统, 已经受到越来越多的关注^[1-3]. 该系统通常由一台主AMV(领导者)和若干从AMV(跟随者)组成. 其中, 主AMV处于自主状态, 从AMV接受主AMV传递过来的信息并实现与主AMV协同运动.

在主-从AMV系统中, 如何实现主AMV与从AMV的同步运动是一个基本问题. 这里, 主-从AMV同步运动是指通过控制从AMV使其位置、姿态、速度(包括线速度和角速度)以及加速度(包括线加速度和角加速度)等运动状态变量与主AMV达成一致. 主-从AMV同步运动可应用于多个实际领域, 例如子

母型AMV编队中主AMV(母)对从AMV(子)的回收控制, 基于单个或多个领导者的多AMV编队队形控制等.

主-从AMV同步运动需解决主AMV自身稳定控制、从AMV与主AMV的协同运动控制等诸多技术难题. 目前, 已有一些文献采用自适应控制、反步控制、滑模控制等控制方法研究了单个有人/无人海上航行器的运动稳定性问题^[4-6]. 在多AMV的协同运动控制方面, 文献[7-8]在忽略AMV本身动力学特性的基础上, 分别将每个AMV视为一阶和二阶节点, 从分布式网络信息一致性的角度研究得到了一些AMV编队的协同控制方法.

由AMV的动力学特性可知, 其运动规律满足

收稿日期: 2012-08-29; 修回日期: 2012-12-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60674049, 61074012).

作者简介: 吴泽伟(1982-), 男, 博士生, 从事复杂系统控制与同步的研究; 吴晓锋(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统控制与同步、军事指挥与控制、系统效能评估等研究.

Euler Lagrange 方程^[9]. 近年来, 已有一些文献研究了多个 Euler Lagrange 系统的渐近状态同步控制问题. 文献 [10] 采用无源反馈控制的方法研究了主-从 Euler Lagrange 系统的坐标同步问题. 采用 Matrosov 理论, 文献 [11] 给出了分布式(无主系统)多 Euler Lagrange 系统同步控制算法, 使得多 Euler Lagrange 系统的坐标同步并且速度最终趋向于零. 考虑到一些实际问题往往要求多个 Euler Lagrange 系统同步到一个非零速度, 文献 [12] 进一步研究了有领航者(主系统)的多 Euler Lagrange 系统同步问题, 并针对主系统速度固定和变化两种情况, 分别给出了自适应算法和滑模控制算法. 此外, 文献 [13] 提出了一种基于避碰函数的非线性同步控制器, 实现了分布式(无主系统)多 Euler Lagrange 系统速度同步. 上述文献都是研究渐近同步问题的, 在实际应用中, 为了提高同步效率, 往往需进一步研究有限时间同步运动的问题. 文献 [14] 采用滑模控制理论, 得到了在主系统速度变化情况下多 Euler-Lagrange 系统的坐标和速度达到同步的控制方法, 但是滑模控制在实际应用中容易造成系统的抖振现象.

基于上述考虑, 本文提出一种可实现主-从 AMV 有限时间同步运动的连续状态反馈控制方法. 在该控制框架下, 对于一般运动状态下的主 AMV, 从 AMV 的位置、姿态、线速度、角速度、线加速度和角加速度等状态变量在有限时间内能与主 AMV 达成同步. 作为研究主-从 AMV 同步运动的一个切入点, 本文考虑主-从 AMV 在水平面运动时的有限时间同步控制问题. 这类问题涵盖了主-从自治水面航行器同步运动和浅水域中的主-从自治水下航行器同步运动等情形. 在给出主-从 AMV 的水平面动力学模型基础上, 首先建立从 AMV 接收主 AMV 的位置、姿态和速度信息并控制自身接近主 AMV 的主-从同步控制方案; 然后借助齐次系统有限时间稳定性理论, 设计一种主-从 AMV 能够在有限时间内达成同步运动的连续状态反馈控制器及其充分性判据, 并通过实例仿真进行了验证.

1 同步方案

假设主 AMV 和从 AMV 均为刚体, 且在水平面作平面运动, 则它们在绝对坐标系下的动力学模型可以表示为^[9]

$$\mathbf{M}_{\eta_i}(\eta_i)\ddot{\eta}_i + (\mathbf{C}_{\eta_i}(\eta_i, \dot{\eta}_i) + \mathbf{D}_{\eta_i}(\eta_i, \dot{\eta}_i))\dot{\eta}_i = \boldsymbol{\tau}_i(\eta_i, t). \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2$ 分别代表主 AMV 和从 AMV, 而

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\eta_i}(\eta_i) &= \mathbf{J}_i^{-\text{T}}(\eta_i)\mathbf{M}_i\mathbf{J}_i^{-1}(\eta_i), \\ \mathbf{C}_{\eta_i}(\eta_i, \dot{\eta}_i) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_i^{-\text{T}}(\eta_i)[\mathbf{C}_i(\mathbf{v}_i) - \mathbf{M}_i\mathbf{J}_i^{-1}(\eta_i)\dot{\mathbf{J}}_i(\eta_i)]\mathbf{J}_i^{-1}(\eta_i), \\ \mathbf{D}_{\eta_i}(\eta_i, \dot{\eta}_i) &= \mathbf{J}_i^{-\text{T}}(\eta_i)\mathbf{D}_i(\mathbf{v}_i)\mathbf{J}_i^{-1}(\eta_i), \\ \boldsymbol{\tau}_i(\eta_i, t) &= \mathbf{J}_i^{-\text{T}}(\eta_i)\boldsymbol{\tau}_i(t). \end{aligned}$$

这里: $\eta_i = [\xi_i, \varsigma_i, \psi_i]^{\text{T}} \in \mathbf{R}^3$, ξ_i 和 ς_i 分别为水平纵坐标和横坐标, ψ_i 为首向偏航角, $\mathbf{M}_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为惯性矩阵(包括附加质量), $\mathbf{C}_i(\mathbf{v}_i) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为哥氏力和向心力矩阵(包括附加质量产生的哥氏力和向心力), $\mathbf{D}_i(\mathbf{v}_i) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为水动力阻尼矩阵, $\mathbf{v}_i \in \mathbf{R}^3$ 为运动坐标系下的速度向量(包括线速度和角速度), $\boldsymbol{\tau}_i(t) = [\tau_{i1}(t), \tau_{i2}(t), \tau_{i3}(t)]^{\text{T}} \in \mathbf{R}^3$ 为控制输入向量, $\mathbf{J}_i(\eta_i) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为运动坐标系与绝对坐标系之间的转换矩阵, 表示为

$$\mathbf{J}_i(\eta_i) = \begin{bmatrix} \cos \psi_i(t) & -\sin \psi_i(t) & 0 \\ \sin \psi_i(t) & \cos \psi_i(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2.$$

为便于计算, 假设主-从 AMV 均具有类球体外形(如文献 [15] 中的 ODNI UUV), 并假设其动力学模型中的非线性阻尼项可以忽略, 则可以得到^[9]

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\eta_i}(\eta_i) &= \text{diag}\{m_i - X_{\dot{u}_i}, m_i - Y_{\dot{v}_i}, I_{z_i} - N_{\dot{r}_i}\}, \\ \mathbf{D}_{\eta_i}(\eta_i, \dot{\eta}_i) &= -\text{diag}\{X_{u_i}, Y_{v_i}, N_{r_i}\}, \\ \mathbf{C}_{\eta_i}(\eta_i, \dot{\eta}_i) &= \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & m_i - X_{\dot{u}_i} & (Y_{\dot{v}_i} - m_i)\dot{\varsigma}_i \\ X_{\dot{u}_i} - m_i & 0 & (m_i - Y_{\dot{v}_i})\dot{\xi}_i \\ (m_i - Y_{\dot{v}_i})\dot{\varsigma}_i & (Y_{\dot{v}_i} - m_i)\dot{\xi}_i & 0 \end{bmatrix}.$$

其中: m_i 为刚体质量; I_{z_i} 为转动惯量; $X_{u_i}, Y_{v_i}, N_{r_i}, X_{\dot{u}_i}, Y_{\dot{v}_i}, N_{\dot{r}_i}$ 为水动力系数, 它们均为常数, 且有 $X_{\dot{u}_i} = Y_{\dot{v}_i}, X_{u_i} = Y_{v_i}$.

基于上述矩阵, 式(1)可改写为

$$\ddot{\eta}_i = \mathbf{N}_{\eta_i}(\dot{\eta}_i)\dot{\eta}_i + \bar{\boldsymbol{\tau}}_i(\eta_i, t). \quad (2)$$

其中

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}_i(\eta_i, t) = \mathbf{M}_{\eta_i}^{-1}(\eta_i)\boldsymbol{\tau}_i(\eta_i, t),$$

$$\mathbf{N}_{\eta_i}(\dot{\eta}_i) = - \begin{bmatrix} n_{i1} & 1 & -\dot{\varsigma}_i \\ -1 & n_{i2} & \dot{\xi}_i \\ n_{i4}\dot{\varsigma}_i & -n_{i4}\dot{\xi}_i & n_{i3} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} n_{i1} &= \frac{-X_{u_i}}{m_i - X_{\dot{u}_i}}, n_{i2} = \frac{-Y_{v_i}}{m_i - Y_{\dot{v}_i}}, n_{i3} = \frac{-N_{r_i}}{I_{z_i} - N_{\dot{r}_i}}, n_{i4} \\ &= \frac{m_i - Y_{\dot{v}_i}}{I_{z_i} - N_{\dot{r}_i}}, \text{且它们均为常数.} \end{aligned}$$

假设主 AMV 控制输入 $\bar{\boldsymbol{\tau}}_1$ 可预先确定. 主 AMV 在该控制输入下自主航行, 并连续不断地向从 AMV 发送自身的位置、姿态和速度信息. 从 AMV 接受主 AMV 信息, 并由其控制器根据主 AMV 和从 AMV 本身信息产生控制信号, 控制从 AMV 向主 AMV 机动, 直至与主 AMV 位置、姿态、线速度、角速度、线加速度和角加速度达到一致. 根据上述思想, 可采用如下主-从同步方案实现主-从 AMV 的同步运动:

$$\begin{cases} \text{Master: } \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{N}_{\boldsymbol{\eta}_1}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1)\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 + \bar{\boldsymbol{\tau}}_1, \\ \text{Slave: } \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{N}_{\boldsymbol{\eta}_2}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 + \bar{\boldsymbol{\tau}}_2(\boldsymbol{\eta}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t), \end{cases} \quad (3)$$

其中下标1和2分别代表主AMV和从AMV.

现在,主-从AMV的有限时间状态同步问题可以表述为:设计一种合适的从AMV控制输入 $\bar{\boldsymbol{\tau}}_2(\boldsymbol{\eta}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)$,使得对于任意初始状态 $\boldsymbol{\eta}_i(0), \dot{\boldsymbol{\eta}}_i(0)$ 和 $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_i(0)$ ($i=1,2$),以及给定 $\bar{\boldsymbol{\tau}}_1$,满足

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow T} \|\boldsymbol{\eta}_2(t) - \boldsymbol{\eta}_1(t)\| = 0, \\ \lim_{t \rightarrow T} \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_2(t) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_1(t)\| = 0, \\ \lim_{t \rightarrow T} \|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_2(t) - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_1(t)\| = 0, \end{cases} \quad (4)$$

并且当 $t > T$ 时,有

$$\begin{cases} \|\boldsymbol{\eta}_2(t) - \boldsymbol{\eta}_1(t)\| = 0, \\ \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_2(t) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_1(t)\| = 0, \\ \|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_2(t) - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_1(t)\| = 0. \end{cases} \quad (5)$$

其中: T 是一个有限正数(称为同步时间), $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数.

定义误差向量

$$\boldsymbol{e} = [\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3]^T \in \mathbf{R}^9. \quad (6)$$

其中: $\boldsymbol{e}_1 = [e_{11}, e_{12}, e_{13}]^T = \boldsymbol{\eta}_1(t) - \boldsymbol{\eta}_2(t) \in \mathbf{R}^3$, $\boldsymbol{e}_2 = [e_{21}, e_{22}, e_{23}]^T = \dot{\boldsymbol{\eta}}_1(t) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_2(t) \in \mathbf{R}^3$, $\boldsymbol{e}_3 = [e_{31}, e_{32}, e_{33}]^T = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_1(t) - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_2(t) \in \mathbf{R}^3$.则由同步框架(3)可以得到如下误差系统:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{e}}_1 = \boldsymbol{e}_2, \\ \dot{\boldsymbol{e}}_2 = \boldsymbol{e}_3 = [\Delta \boldsymbol{n} + \mathbf{N}'_{\boldsymbol{\eta}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1) + \mathbf{N}_{\boldsymbol{\eta}_2}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_2)]\boldsymbol{e}_2 + \Delta \boldsymbol{n}\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 + \bar{\boldsymbol{\tau}}_1 - \boldsymbol{u}(t). \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\Delta \boldsymbol{n} = \text{diag}\{\Delta n_1, \Delta n_2, \Delta n_3\}$, $\Delta n_i = n_{1i} - n_{2i}$ ($i=1,2,3$)为常数, $\boldsymbol{u}(t) = \bar{\boldsymbol{\tau}}_2(\boldsymbol{\eta}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)$ 为待设计

的从AMV控制输入, $\mathbf{N}'_{\boldsymbol{\eta}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1) = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi}_1 & 0 \\ \dot{\psi}_1 & 0 & 0 \\ -n_{24}\dot{\zeta}_1 & n_{24}\dot{\zeta}_1 & 0 \end{bmatrix}$.

如果零点 $\boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{e}_2 = 0$ 是误差系统(7)的平衡点($\boldsymbol{e}_3 = \dot{\boldsymbol{e}}_2 = 0$),并且误差系统(7)在零点是全局有限时间稳定的,则从AMV的位置、姿态、线速度、角速度、线加速度和角加速度与主AMV达到全局有限时间同步.现在,主-从AMV同步运动控制问题可以表述为:设计一种合适的控制器 $\boldsymbol{u}(t)$,使得对于主-从AMV任意初始状态 $\boldsymbol{\eta}_i(0), \dot{\boldsymbol{\eta}}_i(0)$ 和 $\ddot{\boldsymbol{\eta}}_i(0)$,误差系统(7)在零点达到全局有限时间稳定.

2 控制器设计

给出几个将用到的定义、引理和假设.考虑系统

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}), \quad (8)$$

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}). \quad (9)$$

其中: $\boldsymbol{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T \in \mathbf{R}^n$, $\boldsymbol{f}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}) =$

$[f_1(\boldsymbol{y}), f_2(\boldsymbol{y}), \dots, f_n(\boldsymbol{y})]^T$ 在 \mathbf{R}^n 上连续且 $\boldsymbol{f}(0) = 0$, $\boldsymbol{g}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$, $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) = [g_1(\boldsymbol{y}), g_2(\boldsymbol{y}), \dots, g_n(\boldsymbol{y})]^T$ 在 \mathbf{R}^n 上连续且 $\boldsymbol{g}(0) = 0$.

定义1 假如存在 $l \in \mathbf{R}$ 和 $r_i > 0, i=1,2,\dots,n$,使得系统(8)中的向量场 \boldsymbol{f} 关于扩张 $\Delta_\lambda^{(r_1, r_2, \dots, r_n)}$ 满足 $f_i(\lambda^{r_1}y_1, \lambda^{r_2}y_2, \dots, \lambda^{r_n}y_n) = \lambda^{l+r_i}f_i(\boldsymbol{y}), i=1,2,\dots,n$,则向量场 \boldsymbol{f} 是关于扩张 $\Delta_\lambda^{(r_1, r_2, \dots, r_n)}$ 的齐次度为 l 的齐次向量场.相应地,系统(8)称为关于扩张 $\Delta_\lambda^{(r_1, r_2, \dots, r_n)}$ 的齐次度为 l 的齐次系统.其中,扩张 $\Delta_\lambda^{(r_1, r_2, \dots, r_n)}$ 是依赖于扩张系数 (r_1, r_2, \dots, r_n) 的映射,即对于任意的 $\lambda > 0$ 有 $\Delta_\lambda(y_1, y_2, \dots, y_n) = (\lambda^{r_1}y_1, \lambda^{r_2}y_2, \dots, \lambda^{r_n}y_n), r_i > 0, i=1,2,\dots,n$.

定义2 假如系统(8)是关于扩张 $\Delta_\lambda^{(r_1, r_2, \dots, r_n)}$ 的齐次度 $l < 0$ 的齐次系统.如果对于任意的 $\boldsymbol{y} \neq 0$ 一致地有

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{g_i(\lambda^{r_1}y_1, \lambda^{r_2}y_2, \dots, \lambda^{r_n}y_n)}{\lambda^{l+r_i}} = 0, \quad i=1,2,\dots,n,$$

则称系统(9)为齐次系统(8)的近似系统.

引理1 [14,16] 假设系统(8)是关于扩张 $\Delta_\lambda^{(r_1, \dots, r_n)}$ 的齐次度 $l < 0$ 的齐次系统,系统(8)在零点是渐近稳定的.如果系统(9)可近似为齐次系统(8),且系统(9)在零点是全局渐近稳定的,则系统(9)在零点全局有限时间稳定.

假设1 主AMV的速度是有界的,满足

$$|\dot{\zeta}_1(t)| \leq \rho_1, |\dot{\zeta}_1(t)| \leq \rho_2, |\dot{\psi}_1(t)| \leq \rho_3, \quad (10)$$

其中 $\rho_i > 0 (i=1,2,3)$ 为常数.

现在定义一个新向量 $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2]^T \in \mathbf{R}^6$,其中

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_1 = [x_{11}, x_{12}, x_{13}]^T = \boldsymbol{e}_1, \\ \boldsymbol{x}_2 = [x_{21}, x_{22}, x_{23}]^T = \boldsymbol{e}_2 + \alpha \boldsymbol{e}_1, \end{cases} \quad (11)$$

并选定如下连续状态反馈控制器:

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}_0 + \mathbf{K}\boldsymbol{x}_2 + \delta^{\alpha_1}(\boldsymbol{x}_1) + \delta^{\alpha_2}(\boldsymbol{x}_2). \quad (12)$$

其中: $\alpha > 0; \boldsymbol{u}_0 = \Delta \boldsymbol{n}\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 + \bar{\boldsymbol{\tau}}_1 + \mathbf{N}_{\boldsymbol{\eta}_2}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_2)(\alpha \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2); \mathbf{K} = \text{diag}\{k_1, k_2, k_3\}, k_i \in \mathbf{R} (i=1,2,3)$ 为待定的常值增益矩阵; $\delta^{\alpha_i}(\boldsymbol{x}_i): \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3 (i=1,2)$ 定义为

$$\delta^{\alpha_i}(\boldsymbol{x}_i) = \begin{bmatrix} |x_{i1}|^{\alpha_i} \text{sign}(x_{i1}) \\ |x_{i2}|^{\alpha_i} \text{sign}(x_{i2}) \\ |x_{i3}|^{\alpha_i} \text{sign}(x_{i3}) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

其中: $\alpha_1 = \frac{a_2}{2 - a_2}, 0 < \alpha_2 < 1$, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数.

根据式(11)和(12),可将误差系统(7)改写为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2), \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 = -\delta^{\alpha_1}(\boldsymbol{x}_1) - \delta^{\alpha_2}(\boldsymbol{x}_2) + \boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2). \end{cases} \quad (14)$$

其中: $\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) = -\alpha \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2) = -\alpha(\alpha \mathbf{I} + \mathbf{N}'_{\boldsymbol{\eta}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1))\boldsymbol{x}_1 + (\alpha \mathbf{I} + \mathbf{N}'_{\boldsymbol{\eta}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1) - \mathbf{K})\boldsymbol{x}_2, \mathbf{I} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为单位矩阵.

显然,如果系统(14)在零点全局有限时间稳定,

则误差系统(7)在零点也是全局有限时间稳定的. 下面给出系统(14)在控制器(12)下全局有限时间稳定的充分判据. 首先, 考虑系统

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{x}_2, \\ \dot{\boldsymbol{x}}_2 = -\delta^{\alpha_1}(\boldsymbol{x}_1) - \delta^{\alpha_2}(\boldsymbol{x}_2). \end{cases} \quad (15)$$

由文献[17]可知, 系统(15)是关于扩张 $\Delta_\lambda^{(r_1\theta, r_2\theta)}$ 的度为 $l = a_2 - 1$ 的齐次系统. 其中: $\lambda > 0, r_1 = 2 - \alpha_2, r_2 = 1, \theta = [1, 1, 1]$. 显然, 这里 $l < 0$.

根据引理1, 为了得到系统(14)全局有限时间稳定的判据, 需分别证明: 齐次系统(15)在零点渐近稳定; 系统(14)在零点全局渐近稳定; 系统(14)为(15)的近似系统.

Step 1 齐次系统(15)在零点的稳定性分析.

取如下 Lyapunov 函数:

$$V_1(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{1 + \alpha_1} \sum_{i=1}^3 |x_{1i}|^{1+\alpha_1} + \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{x}_2. \quad (16)$$

将函数(16)沿式(15)的轨迹对时间求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\boldsymbol{x}) &= \sum_{i=1}^3 |x_{1i}|^{\alpha_1} \text{sign}(x_{1i}) x_{2i} - \boldsymbol{x}_2^T (\delta^{\alpha_1}(\boldsymbol{x}_1) + \delta^{\alpha_2}(\boldsymbol{x}_2)) = \\ &= \sum_{i=1}^3 |x_{1i}|^{\alpha_1} \text{sign}(x_{1i}) x_{2i} - \sum_{i=1}^3 x_{2i} |x_{1i}|^{\alpha_1} \text{sign}(x_{1i}) - \\ &= \sum_{i=1}^3 x_{2i} |x_{2i}|^{\alpha_2} \text{sign}(x_{2i}) = - \sum_{i=1}^3 |x_{2i}|^{\alpha_2+1}. \end{aligned}$$

显然 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}) \leq 0$. 假设在 t_1 时刻 $\dot{V}_1(\boldsymbol{x}(t_1)) = 0$, 则 $\boldsymbol{x}_2(t_1) = 0$ 且对于任意 $t > t_1$ 有 $\boldsymbol{x}_2(t) = 0$. 此外, 由式(15)可知, 对于任意 $t > t_1$ 有 $\boldsymbol{x}_1(t) = 0$. 因此, $\{0\}$ 是 $\{\boldsymbol{x} | \dot{V}_1(\boldsymbol{x}) = 0\}$ 的最大不变集. 又因为 $V_1(\boldsymbol{x})$ 是径向无界的, 所以由全局不变集定理可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 齐次系统(15)全局渐近收敛到 $\{0\}$, 即其在零点是全局渐近稳定的.

Step 2 系统(14)在零点的稳定性分析.

将系统(14)改写为如下矩阵型式:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{H}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) \boldsymbol{x} + \boldsymbol{W}(t). \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) &= \begin{bmatrix} -\alpha \boldsymbol{I} & \boldsymbol{I} \\ -\alpha(\alpha \boldsymbol{I} + \boldsymbol{N}'_{\boldsymbol{\eta}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1)) & (\alpha \boldsymbol{I} + \boldsymbol{N}'_{\boldsymbol{\eta}}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1) - \boldsymbol{K}) \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{W}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\delta^{\alpha_1}(\boldsymbol{x}_1) - \delta^{\alpha_2}(\boldsymbol{x}_2) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

取 Lyapunov 函数

$$V_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{x} + \frac{2}{1 + \alpha_1} \sum_{i=1}^3 |x_{1i}|^{1+\alpha_1}, \quad (18)$$

并令 $\bar{\boldsymbol{x}} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_6]^T = \boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{H}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) = \{h_{ij}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)\}_{6 \times 6}$, 则将式(18)沿着式(17)的轨迹对时间求

导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\boldsymbol{x}) &= \boldsymbol{x}^T [\boldsymbol{H}^T(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) + \boldsymbol{H}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)] \boldsymbol{x} + \\ &= 2\boldsymbol{W}^T(t) \boldsymbol{x} + 2 \sum_{i=1}^3 |x_{1i}|^{\alpha_1} \text{sign}(x_{1i}) \dot{x}_{1i} = \\ &= \boldsymbol{x}^T [\boldsymbol{H}^T(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) + \boldsymbol{H}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)] \boldsymbol{x} + \\ &= 2 \sum_{i=1}^3 |x_{1i}|^{\alpha_1} \text{sign}(x_{1i}) (x_{2i} - \alpha x_{1i}) - \\ &= 2 \sum_{i=1}^3 (|x_{1i}|^{\alpha_1} \text{sign}(x_{1i}) + |x_{2i}|^{\alpha_2} \text{sign}(x_{2i})) x_{2i} \leq \\ &= \boldsymbol{x}^T [\boldsymbol{H}^T(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) + \boldsymbol{H}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)] \boldsymbol{x} = \\ &= \sum_{i,j=1(i \neq j)}^6 (h_{ij}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) + h_{ji}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)) \bar{x}_i \bar{x}_j + \\ &= \sum_{i=1}^6 2h_{ii}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) \bar{x}_i^2. \end{aligned}$$

$$\text{令 } \begin{cases} d_{ii} = 2h_{ii}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t), \quad i = 1, 2, \dots, 6; \\ d_{ij} = |h_{ij}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t) + h_{ji}(\dot{\boldsymbol{\eta}}_1, \dot{\boldsymbol{\eta}}_2, t)|, \\ \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad i \neq j. \end{cases}$$

则由假设1可以得到

$$\begin{aligned} d_{ii} &= \begin{cases} -2\alpha, \quad i = 1, 2, 3; \\ 2(\alpha - k_{i-3}), \quad i = 4, 5, 6. \end{cases} \\ d_{12} &= d_{21} = d_{13} = d_{31} = d_{23} = d_{32} = 0, \\ d_{34} &= d_{43} = d_{35} = d_{53} = d_{45} = d_{54} = 0, \\ d_{14} &= d_{41} = d_{25} = d_{52} = d_{36} = d_{63} \leq |1 - \alpha^2|, \\ d_{15} &= d_{51} = -d_{24} = d_{42} \leq \alpha\rho_3, \\ d_{16} &= d_{61} \leq \alpha n_{24}\rho_2, \quad d_{26} = d_{62} \leq \alpha n_{24}\rho_1, \\ d_{46} &= d_{64} \leq n_{24}\rho_2, \quad d_{56} = d_{65} \leq n_{24}\rho_1. \end{aligned}$$

定义常值对称矩阵

$$\boldsymbol{D}^* = \begin{bmatrix} -2\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -2\alpha \\ |1 - \alpha^2| & \alpha\rho_3 & 0 \\ \alpha\rho_3 & |1 - \alpha^2| & 0 \\ \alpha n_{24}\rho_2 & \alpha n_{24}\rho_1 & |1 - \alpha^2| \\ |1 - \alpha^2| & \alpha\rho_3 & \alpha n_{24}\rho_2 \\ \alpha\rho_3 & |1 - \alpha^2| & \alpha n_{24}\rho_1 \\ 0 & 0 & |1 - \alpha^2| \\ 2(\alpha - k_1) & 0 & n_{24}\rho_2 \\ 0 & 2(\alpha - k_2) & n_{24}\rho_1 \\ n_{24}\rho_2 & n_{24}\rho_1 & 2(\alpha - k_3) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

假定矩阵 \boldsymbol{D}^* 为负定 ($\boldsymbol{D}^* < 0$), 则有

$$\dot{V}_2(\mathbf{x}) \leq |\bar{\mathbf{x}}|^T \mathbf{D}^* |\bar{\mathbf{x}}| < 0.$$

因此, 如果存在常值增益矩阵 \mathbf{K} (由式(12)定义) 使得常值对称矩阵 $\mathbf{D}^* < 0$, 则系统(14)在控制器(12)的作用下全局渐近稳定.

Step 3 证明系统(14)是系统(15)的近似系统.

对于任意的 $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$, 由 $0 < \alpha_2 < 1$ 可得

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{g_1(\lambda^{r_1} \mathbf{x}_1, \lambda^{r_2} \mathbf{x}_2)}{\lambda^{l+r_1}} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{-\alpha \lambda^{r_1} \mathbf{x}_1}{\lambda^{\alpha_2-1+r_1}} =$$

$$-\lim_{\lambda \rightarrow 0} \alpha \mathbf{x}_1 \lambda^{1-\alpha_2} = 0,$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{g_2(\lambda^{r_1} \mathbf{x}_1, \lambda^{r_2} \mathbf{x}_2)}{\lambda^{l+r_2}} =$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} (-\alpha(\alpha \mathbf{I} + \mathbf{N}'_{\eta}(\dot{\eta}_1)) \lambda^{r_1} \mathbf{x}_1 +$$

$$(\alpha \mathbf{I} + \mathbf{N}'_{\eta}(\dot{\eta}_1) - \mathbf{K}) \lambda^{r_2} \mathbf{x}_2) / \lambda^{\alpha_2-1+r_2} =$$

$$-\lim_{\lambda \rightarrow 0} \alpha(\alpha \mathbf{I} + \mathbf{N}'_{\eta}(\dot{\eta}_1)) \lambda^{2-2\alpha_2} \mathbf{x}_1 +$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} (\alpha \mathbf{I} + \mathbf{N}'_{\eta}(\dot{\eta}_1) - \mathbf{K}) \lambda^{1-\alpha_2} \mathbf{x}_2 = 0.$$

根据定义2, 系统(14)为齐次系统(15)的近似系统.

综合以上分析, 可以归纳得到如下定理.

定理 1 如果存在矩阵 $\mathbf{K} = \text{diag}\{k_1, k_2, k_3\}$, $k_i \in R(i = 1, 2, 3)$, 使得如式(19)所定义的常值对称矩阵 $\mathbf{D}^* < 0$, 则误差系统(14)在控制器(12)的作用下全局有限时间稳定, 即同步框架(3)达到式(4)和(5)意义下的有限时间同步.

3 数值仿真

选择主-从 AMV 有关参数如下.

主 AMV 参数: 质量 $m_1 = 500 \text{ kg}$, 转动惯量 $I_{z_1} = 30 \text{ N} \cdot \text{ms}^2$, 水动力系数 $X_{u_1} = -110, Y_{v_1} = -110, N_{r_1} = -125, X_{\dot{u}_1} = -240, Y_{\dot{v}_1} = -240, N_{\dot{r}_1} = -300$, 初始位置 $(\xi_1(0), \varsigma_1(0)) = (100 \text{ m}, 10 \text{ m})$, 初始姿态 $\psi_1(0) = 0^\circ$, 初始速度 $\dot{\xi}_1(0) = 5 \text{ m/s}, \dot{\varsigma}_1(0) = 2 \text{ m/s}, \dot{\psi}_1(0) = 0^\circ/\text{s}$, 控制输入为 $\tau_1 = [2 \sin t, \cos t, 0.5 \sin t]^T$, $\rho_1 = 6 \text{ m/s}, \rho_2 = 6 \text{ m/s}, \rho_3 = 5^\circ/\text{s}$.

从 AMV 参数: 质量 $m_2 = 125 \text{ kg}$, 转动惯量 $I_{z_2} = 8 \text{ N} \cdot \text{ms}^2$, 水动力系数 $X_{u_2} = -30, Y_{v_2} = -30, N_{r_2} = -35, X_{\dot{u}_2} = -62, Y_{\dot{v}_2} = -62, N_{\dot{r}_2} = -70$, 初始位置 $(\xi_2(0), \varsigma_2(0)) = (20 \text{ m}, 50 \text{ m})$, 初始姿态 $\psi_2(0) = 30^\circ$, 初始速度 $\dot{\xi}_2(0) = 2 \text{ m/s}, \dot{\varsigma}_2(0) = 1 \text{ m/s}, \dot{\psi}_2(0) = 2^\circ/\text{s}$.

主 AMV 在 τ_1 下的运动状态轨迹如图 1 所示.

取 $a = 0.1$, 利用 Yalmip 线性矩阵不等式工具得到增益矩阵 $\mathbf{K} = \text{diag}\{1.43, 1.35, 1.25\}$. 取 $\alpha_1 = 1/3, \alpha_2 = 1/2$, 在控制器(12)作用下, 主-从 AMV 的位置、姿态、速度及加速度误差的仿真结果如图 2 所示. 从图 2 中容易看出, 主 AMV 与从 AMV 的位置、姿态、速度及加速度均在有限时间内达到了同步, 从而表明了定理 1 的有效性.

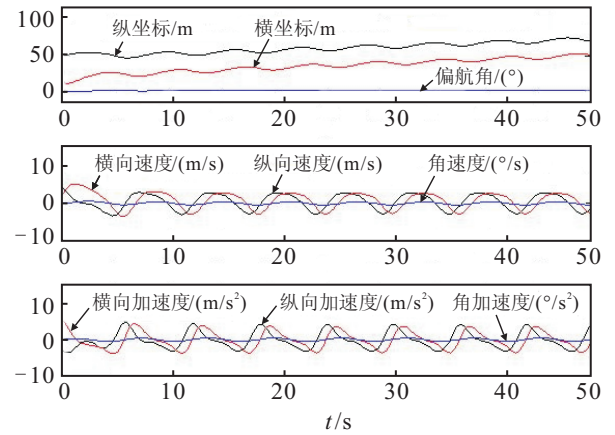


图 1 主 AMV 运动状态轨迹

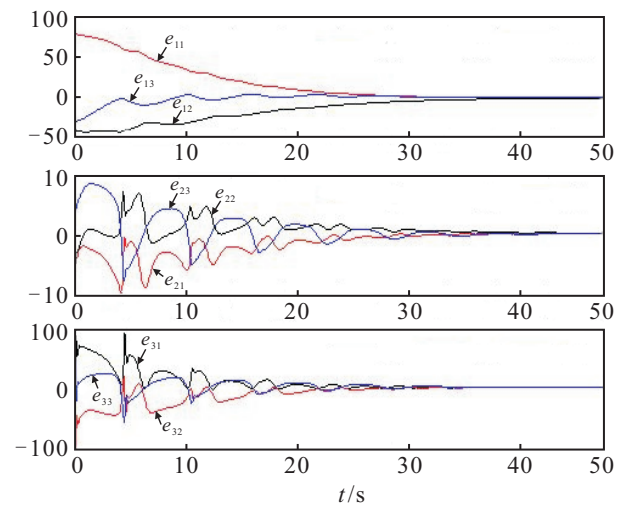


图 2 同步运动误差轨迹

4 结论

多 AMV 系统的协同控制是当前控制领域的一个研究热点, 而主-从 AMV 同步运动控制是一种有潜在应用价值的多 AMV 协同控制问题. 本文提出了一种基于连续状态反馈的主-从 AMV 有限时间同步运动控制方法, 实现了主-从 AMV 的位置、姿态、速度和加速度有限时间同步. 通过建立主-从 AMV 的同步方案, 设计得到了主-从 AMV 在有限时间内达成同步运动的连续状态反馈控制器及其充分性判据, 并通过仿真验证了该控制器及判据的有效性. 本文提出的主-从 AMV 有限时间同步控制方法可应用于多 AMV 等自主式航行器编队的同步回收控制、轨迹跟踪控制、姿态控制等实际问题.

参考文献(References)

- [1] Edwards D B, Bean T A, Odell D L, et al. A leader-follower algorithm for multiple AUV formations[C]. Proc of 2004 IEEE OES Autonomous Underwater Vehides. Sebasco, ME, 2004: 40-46.
- [2] Yang E F, Gu D B. Nonlinear formation-keeping and mooring control of multiple autonomous underwater

- vehicles[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2007, 12(2): 164-178.
- [3] Dimos V, Dimarogonas, Panagiotis Tsiotras, Kostas J Kyriakopoulos. Leader-follower cooperative attitude control of multiple rigid bodies[J]. Systems & Control Letters, 2009, 58(6): 429-435.
- [4] Li J H, Lee P M. Design of an adaptive nonlinear controller for depth control of an autonomous underwater vehicle[J]. Ocean Engineering, 2005, 32(6): 2165-2181.
- [5] Jrepoulias F, Papadopoulos E. Planar trajectory planning and tracking control design for underactuated AUVs[J]. Ocean Engineering, 2007, 34(12): 1650-1667.
- [6] Bessa W M, Dutra M S, Kreuzer E. An adaptive fuzzy sliding mode controller for remotely operated underwater vehicles[J]. Robotics and Autonomous System, 2010, 58(1): 16-26.
- [7] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [8] Ren W. On consensus algorithms for double integrator dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(6): 1503-1509.
- [9] Fossen T I. Marine control systems: Guidance, navigation, and control of ships, rigs and underwater vehicles[M]. Trondheim: Marine Cybernetics, 2002: 48-55.
- [10] Spong M W, Chopra N. Synchronization of networked Lagrangian systems[C]. Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control, LNCIS. Heidelberg: Springer-Verlag, 2007: 47-59.
- [11] Ren W. Distributed leaderless consensus algorithms for networked Euler-Lagrange systems[J]. Int J of Control, 2009, 82(11): 2137-2149.
- [12] Mei J, Ren W, Ma G F. Distributed coordinated tracking with a dynamic leader for multiple Euler-Lagrange systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(6): 1415-1421.
- [13] Chopra N, Stipanovic D M, Spong M W. On synchronization and collision avoidance for mechanical systems[C]. Proc of American Control Conf. Seattle, 2008: 3713-3718.
- [14] Meng Z Y, Ren W, You Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2092-2099.
- [15] Choi S K, Takashige G Y, Yuh J. Experimental study on an underwater robotic vehicle: ODIN[C]. Proc of the 1994 Symposium on Autonomous Underwater Vehicle Technology. Cambridge, 1994: 79-84.
- [16] Hong Y G, Xu Y S, Huang J. Finite-time control for robot manipulators[J]. Systems and Control Letters, 2002, 46(4): 243-253.
- [17] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of homogeneous systems[C]. Proc of the American Control Conf. Albuquerque, 1997: 2513-2514.

(责任编辑: 曹洪武)