

文章编号: 1001-0920(2013)12-1898-05

不确定网络结构下的应急物资鲁棒配置模型

俞武扬

(杭州电子科技大学 管理学院, 杭州 310018)

摘要: 灾害发生前的应急物资配置问题具有两个重要的不确定性, 即交通网络中受自然灾害影响而阻断的道路以及受灾点的应急物资需求量. 通过引入两个控制水平参数建立了不确定网络结构下的两阶段应急物资鲁棒配置模型, 并在线性化第2阶段的回溯问题后提出了求解模型的 Benders 分解算法. 数值实验结果表明了所提出的模型的有效性以及所得配置方案的鲁棒性.

关键词: 不确定网络结构; 应急物资; 鲁棒优化; Benders 分解

中图分类号: F224

文献标志码: A

Robust model of emergency material allocation under uncertain network structure

YU Wu-yang

(School of Management, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China. E-mail: yu.wuyang@163.com)

Abstract: There are two important uncertainties in the emergency material allocation problem before disaster occur: One is of the damaged transportation system by nature disaster, and the other one is of the resource requirements of demand points. A robust model of emergency materials allocation problem under the uncertain network structure is proposed by introducing two control parameters. An algorithm using Benders decomposition is developed via linearize the second stage recourse problem. Finally, a case study shows the effectiveness of the proposed model and robustness of the solution strategy.

Key words: uncertain network structure; emergency material; robust optimization; Benders decomposition

0 引言

当自然灾害事件发生后, 如何将应急救援物资及时地配送至灾区需求点是抗灾救援中的一个重要环节, 因此应急物资配置问题已成为应急决策研究的重要议题^[1]. 应急物资配置问题可以分为灾害发生前与灾害发生后两类问题: 灾害发生前的应急物资配置是选择合适的存储点存储一定数量的应急物资, 当灾害发生时, 救灾部门可以立刻启动应急救援配送方案, 将已有的应急物资运往灾区, 以满足受灾点对应急物资的需求; 而灾害发生后的应急物资配置主要是依据现有的供应和需求情况进行优化调度工作.

灾害发生前的应急物资配置问题面临着两个重要的不确定性: 一是自然灾害阻断灾区部分交通运输道路的情况具有不确定性; 二是受灾点对应急物资的需求量具有不确定性. 目前, 关于应急物资配置问题的大部分研究都假设处于确定的路网结构下^[2-4], 仅

有少数研究工作考虑了不确定路网结构的情形, 如陈森等^[5]考虑了未定路网结构情况下抢修损毁路段和车辆配送的优化决策问题. 另外, 应急物资配置问题的研究一般都假定需求点的需求量是静态不变的^[6], 当考虑需求变化时则要求其概率分布已知, 以便利用随机规划的方法求解资源配置问题^[7-8]. 然而, 随机需求的概率分布在现实中是很难有效预测的. 鲁棒优化理论 (robust optimization) 是近十几年发展起来的用于解决不确定优化问题的新方法, 它将数据的不确定性用“集合”形式描述, 通过求解不确定问题的鲁棒对应 (robust counterpart) 得到扰动意义下最接近最优解的鲁棒解^[9-11]. 目前, 已有学者将鲁棒优化方法应用于应急物资配置问题, 如张玲等^[12]利用可调整鲁棒优化的思想对不确定需求下的应急资源配置问题进行了一定的研究.

本文针对前述应急物资配置问题所面临的两个

收稿日期: 2012-08-30; 修回日期: 2013-03-17.

基金项目: 教育部人文社会科学青年基金项目(10YJC630360); 杭州电子科技大学浙江省高校人文社科重点研究基地项目(ZD01-201302); 杭州市哲学社会科学规划项目(B13GL09).

作者简介: 俞武扬(1974-), 男, 副教授, 从事应急物流管理与优化计算的研究.

不确定因素, 引入两个鲁棒控制水平参数建立两阶段应急物资鲁棒配置模型, 并在第 2 阶段回溯问题线性化后提出了求解模型的 Benders 分解算法. 最后通过算例验证了所提出的模型及算法的有效性.

1 数学模型

1.1 模型的建立

参数及变量设置如下:

$G(N, A)$ 表示由顶点集 N 和边集 A 所组成的交通网络图;

N_1 表示受灾点集, $N_1 \subseteq N$;

A_1 表示在自然灾害中可能会产生阻断的边集, $A_1 \subseteq A$;

d_i 表示顶点 i 处配置应急物资的单位可变成本, $i \in N$;

f_i 表示顶点 i 处配置应急物资的固定成本, $i \in N$;

C_i 表示顶点 i 处配置应急物资的容量限制, $i \in N$;

e_j 表示受灾点 j 未满足时的单位补偿价格, $j \in N_1$;

G 表示灾害发生前可供配置的预算要求;

β_j 表示受灾点 j 的应急物资需求量, $j \in N_1$;

$d_{ij}(S)$ 表示当阻断道路集为 S 时, 从 i 到 j 的单位运输费用, $S \subseteq A_1, i \in N, j \in N_1$;

x_i 表示顶点 i 配置的应急物资量, $i \in N$;

y_{ij} 表示顶点 i 到 j 的应急物资运输量, $i \in N, j \in N_1$;

z_j 表示受灾点 j 的需求未得到满足时, 进行补偿的应急物资数量, $j \in N_1$;

r_i 为 0-1 变量, 当顶点 i 选择配置应急物资时取值为 1, 否则为 0, $i \in N$.

应急物资配置问题为

$$\begin{aligned} \min f = & \sum_{i \in N} d_i x_i + \sum_{i \in N} f_i r_i + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N_1} d_{ij} y_{ij} + \sum_{j \in N_1} e_j z_j. \\ \text{s.t.} & \begin{cases} x_i \leq C_i r_i, i \in N; \\ \sum_{i \in N} d_i x_i + \sum_{i \in N} f_i r_i \leq G; \\ \sum_{j \in N_1} y_{ij} \leq x_i, i \in N; \\ \sum_{i \in N} y_{ij} + z_j \geq \beta_j, j \in N_1; \\ r_i \in \{0, 1\}, i \in N; \\ x_i \geq 0, y_{ij} \geq 0, z_j \geq 0, i \in N, j \in N_1. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

注 1 d_{ij} 由交通网络图 $G(N, A)$ 决定, 可表示为该图中顶点 i, j 之间的最短路. 类似地, $d_{ij}(S)$ 则由

交通图 $G(N, A \setminus S)$ 决定.

上述模型中的目标函数为应急物资配置的经济代价, 由 2 个阶段的费用组成: 第 1 阶段为应急物资配置的投入费用, 包括固定费用和可变费用; 第 2 阶段的费用为灾害发生后应急物资的调度运输费用以及未满足应急物资的补偿费用. 第 1 个约束条件表示灾前各点配置量应满足容量限制; 第 2 个约束条件为灾前应急物资配置的预算要求; 第 3 个约束条件表示灾后从配置点运出的应急物资不能超过该点的配置数量; 第 4 个约束条件为每个受灾点的需求量应尽量满足, 对于未满足的物资引入补偿策略, 策略的代价即目标函数的最后一项, 可以认为是未满足的需求所造成的经济损失; 最后的 2 个约束表示决策变量的限制.

在灾害发生前, 对于交通道路阻断的情况, 一般只能估计存在哪些可能的阻断道路以及可能会有多少条道路发生阻断. 另外, 灾害发生前受灾点对于应急物资的需求量 β_j 是不确定的, 并且现实中很难用概率分布描述其不确定性, 而估计需求量的上下界则相对更为可行. 因此, 很多情况下可设受灾点 j 的应急物资需求量 $\beta_j \in [\bar{\beta}_j, \bar{\beta}_j + \hat{\beta}_j]$, 此处 $\bar{\beta}_j$ 表示 β_j 的下界, $\hat{\beta}_j$ 表示其最大偏差. 受文献 [11] 的启发, 本文引入两个鲁棒控制水平参数 Γ_1 和 Γ_2 , 分别表示关于阻断路径数量及受灾点需求量的估计, 从而将模型 (EMA) 改为如下两阶段鲁棒优化模型 $\text{EMA}_{\text{rob}}(\Gamma_1, \Gamma_2)$:

$$\begin{aligned} \min f(x, r) = & \sum_{i \in N} d_i x_i + \sum_{i \in N} f_i r_i + \text{opt}(R(x, \Gamma_1, \Gamma_2)). \\ \text{s.t.} & \begin{cases} x_i \leq C_i r_i, i \in N; \\ \sum_{i \in N} d_i x_i + \sum_{i \in N} f_i r_i \leq G; \\ x_i \geq 0, r_i \in \{0, 1\}, i \in N. \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\text{opt}(R(x, \Gamma_1, \Gamma_2))$ 表示如下所示的第 2 阶段回溯问题 $R(x, \Gamma_1, \Gamma_2)$ 的最优目标函数值:

$$\begin{aligned} \max_{\{ |S| \leq \Gamma_1, S \subseteq A_1 \}} \max_{t_j \in T} \min & \left[\sum_{i \in N} \sum_{j \in N_1} d_{ij}(S) y_{ij} + \sum_{j \in N_1} e_j z_j \right]. \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \sum_{j \in N_1} y_{ij} \leq x_i, i \in N; \\ \sum_{i \in N} y_{ij} + z_j \geq \bar{\beta}_j + t_j \hat{\beta}_j, j \in N_1; \\ y_{ij} \geq 0, z_j \geq 0, i \in N, j \in N_1. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $T = \left\{ 0 \leq t_j \leq 1, \sum_{j \in N_1} t_j \leq \Gamma_2 \right\}$.

1.2 模型线性化

定理 1 回溯问题 $R(x, \Gamma_1, \Gamma_2)$ 等价于如下模型:

$$\max_{|S| = \Gamma_1, S \subseteq A_1} F(x, S). \quad (4)$$

其中

$$F(x, S) = \max \left[- \sum_{i \in N} x_i u_i + \sum_{j \in N_1} (\bar{\beta}_j v_j + \hat{\beta}_j v_j t_j) \right].$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} -u_i + v_j \leq d_{ij}(S), i \in N, j \in N_1; \\ v_j \leq e_j, j \in N_1; \\ \sum_{j \in N_1} t_j \leq \Gamma_2; \\ 0 \leq t_j \leq 1, j \in N_1; \\ u_i \geq 0, v_j \geq 0, i \in N, j \in N_1. \end{cases} \quad (5)$$

证明 对于给定的 $S \subseteq A_1, |S| \leq \Gamma_1, x_i$ 以及 t_j , 式(3)中的最小化部分为如下线性规划:

$$\min \left[\sum_{i \in N} \sum_{j \in N_1} d_{ij}(S) y_{ij} + \sum_{j \in N} e_j z_j \right].$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j \in N_1} y_{ij} \leq x_i, i \in N; \\ \sum_{i \in N} y_{ij} + z_j \geq \bar{\beta}_j + t_j \hat{\beta}_j, j \in N_1; \\ y_{ij} \geq 0, z_j \geq 0, i \in N, j \in N_1. \end{cases} \quad (6)$$

线性规划(6)的对偶问题为

$$\max - \sum_{i \in N} x_i u_i + \sum_{j \in N_1} (\bar{\beta}_j + t_j \hat{\beta}_j) v_j.$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} -u_i + v_j \leq d_{ij}(S), i \in N, j \in N_1; \\ v_j \leq e_j, j \in N_1; \\ u_i \geq 0, v_j \geq 0, i \in N, j \in N_1. \end{cases} \quad (7)$$

由上述对偶问题结合式(3)可知, 模型 $R(x, \Gamma_1, \Gamma_2)$ 等价于

$$\max_{|S| \leq \Gamma_1, S \subseteq A_1} F(x, S). \quad (8)$$

下面证明, 若非负整数 r_1, r_2 满足条件 $r_1 \leq r_2 \leq |A_1|$, 则

$$\max_{S_1 \subseteq A_1, |S_1|=r_1} F(x, S_1) \leq \max_{S_2 \subseteq A_1, |S_2|=r_2} F(x, S_2). \quad (9)$$

首先设 $S_1 \subseteq S_2 \subseteq A_1$, 则 $d_{ij}(S_1), d_{ij}(S_2)$ 分别为求图 $G(N, A \setminus S_1), G(N, A \setminus S_2)$ 中顶点 i, j 之间的最短路. 显然, 由于边集 $A \setminus S_1 \supseteq A \setminus S_2$, 从而 $d_{ij}(S_1) \leq d_{ij}(S_2)$. 进一步, 由式(5)的约束条件可知, 必有 $F(x, S_1) \leq F(x, S_2)$. 再设 $\max_{S_1 \subseteq A_1, |S_1|=r_1} F(x, S_1) = F(x, S_1^*)$, 由于 $r_1 \leq r_2 \leq |A_1|$, 从而存在 $|S_2'| = r_2$, 使得 $S_1^* \subseteq S_2' \subseteq A_1$, 故有

$$\max_{S_1 \subseteq A_1, |S_1|=r_1} F(x, S_1) = F(x, S_1^*) \leq F(x, S_2') \leq \max_{S_2 \subseteq A_1, |S_2|=r_2} F(x, S_2).$$

综上, 由式(9)可知(8)等价于 $\max_{|S|=\Gamma_1, S \subseteq A_1} F(x, S)$. 结合 $F(x, S)$ 的定义, 定理1得证. \square

注 2 模型(5)中的 $F(x, S)$ 是一个二次规划模型, 其中鲁棒控制水平参数 Γ_2 可以自然地解释为 $\beta_j \neq \bar{\beta}_j$ 的约束条件数目, 从而可以假设 Γ_2 为整数. 基于

这一假设以及下面的定理, 可以将模型(5)转化为一个混合整数规划模型.

定理 2 若 Γ_2 为整数, 则模型(5)存在一个最优解 (u^*, v^*, t^*) , 使得 $t_j^* \in \{0, 1\}, j \in N_1$.

证明 首先定义下列多胞形:

$$\Omega = \left\{ (u, v) \in R^{|N|} \times R^{|N_1|} : -u_i + v_j \leq d_{ij}(S), v_j \leq e_j, u, v \geq 0, i \in N, j \in N_1 \right\};$$

$$\mathcal{T}(\Gamma_2) =$$

$$\left\{ t \in R^{|N_1|} : \sum_{j \in N_1} t_j \leq \Gamma_2, 0 \leq t_j \leq 1, j \in N_1 \right\}.$$

由于模型(5)为双线性规划, 且这一问题具有有限最优值(这是因为两个多胞形都是有界的), 由文献[13]中的命题3.1可知 (u^*, v^*) 是 Ω 的一个顶点且 t^* 为 $\mathcal{T}(\Gamma_2)$ 的一个顶点, 这便意味着当 Γ_2 为整数时, t^* 为 0-1 变量. \square

根据定理2, 可以将 $F(x, S)$ 转化为如下混合整数规划形式:

$$\hat{F}(x, S) = \max \left[- \sum_{i \in N} x_i u_i + \sum_{j \in N_1} \bar{\beta}_j v_j + \sum_{j \in N_1} \hat{\beta}_j \alpha_j \right].$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} -u_i + v_j \leq d_{ij}(S), i \in N, j \in N_1; \\ v_j \leq e_j, j \in N_1; \\ \alpha_j \leq v_j, j \in N_1; \\ \alpha_j \leq M t_j, j \in N_1; \\ \sum_{j \in N_1} t_j \leq \Gamma_2; \\ u_i \geq 0, v_j \geq 0, \alpha_j \geq 0; \\ t_j \in \{0, 1\}, i \in N, j \in N_1. \end{cases} \quad (10)$$

注 3 这里 M 表示一个充分大的正数, 用于表达 α_j 与 t_j 之间的约束关系.

2 Benders 分解算法

Benders 分解算法是一种通过分解与切平面技术结合而成的求解混合整数规划的经典算法^[4]. 本文针对模型 $\text{EMA}_{\text{rob}}(\Gamma_1, \Gamma_2)$, 提出下述基于 Benders 分解思想的算法.

Step 1: 初始化. 给定鲁棒控制水平 Γ_1, Γ_2 , 随机给定满足模型(2)中约束条件的一个 x_i, r_i 值, 对于每一个满足条件 $|S| = \Gamma_1, S \subseteq A_1$ 的集合 S , 利用图论中的 Dijkstra 算法求出顶点集 N, N_1 之间的最短距离矩阵 $d_{ij}(S)$, 然后求解回溯问题 $\hat{F}(x, S)$; 记 $(u^0, v^0, t^0, \alpha^0)$ 为 $\max_{|S|=\Gamma_1, S \subseteq A_1} \hat{F}(x, S)$ 的最优解; 令 $U := +\infty, L := -\infty, k := 1$.

Step 2: 求解主问题

$$\min \sum_{i \in N} d_i x_i + \sum_{i \in N} f_i r_i + \xi.$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \xi \geq - \sum_{i \in N} x_i u_i^0 + \sum_{j \in N_1} \bar{\beta}_j v_j^0 + \sum_{j \in N_1} \hat{\beta}_j \alpha_j^0; \\ x_i \leq C_i r_i, i \in N; \\ \sum_{i \in N} d_i x_i + \sum_{i \in N} f_i r_i \leq G; \\ x_i \geq 0, r_i \in \{0, 1\}, i \in N. \end{cases}$$

记最优解为 (x^k, r^k, ξ^k) , 更新

$$L := \sum_{i \in N} d_i x_i^k + \sum_{i \in N} f_i r_i^k + \xi^k.$$

Step 3: 对于给定的 x^k , 求解回溯问题

$$\max_{|S|=\Gamma_1, S \subseteq A_1} \hat{F}(x, S),$$

记其最优值为 \hat{F}^k , 最优解为 $(u^k, v^k, t^k, \alpha^k)$; 更新

$$U := \min \left\{ U, - \sum_{i \in N} d_i x_i^k + \sum_{i \in N} f_i r_i^k + \hat{F}^k \right\};$$

若 $U = L$, 则算法中止, 输出最优解 (x^k, r^k, ξ^k) , 否则转 Step 4.

Step 4: 在主问题中增加约束

$$\xi \geq - \sum_{i \in N} x_i u_i^k + \sum_{j \in N_1} \bar{\beta}_j v_j^k + \sum_{j \in N_1} \hat{\beta}_j \alpha_j^k.$$

更新 $k := k + 1$, 返回 Step 2.

3 数值实验

某沿海省份有 10 个行政市, 各行政市之间的道路交通网络如图 1 所示. 图 1 中: 各顶点表示行政市, 顶点之间的边表示行政市之间存在的道路, 边上的数值表示应急物资在该道路运输所需的单位费用 (单位: 元/吨). 该省份经常遭受台风影响, 7 条可能在台风影响中中断的道路分别用 A、B、C、D、E、F、G 表示, 受灾点集为 $\{2, 4, 7, 9, 10\}$.

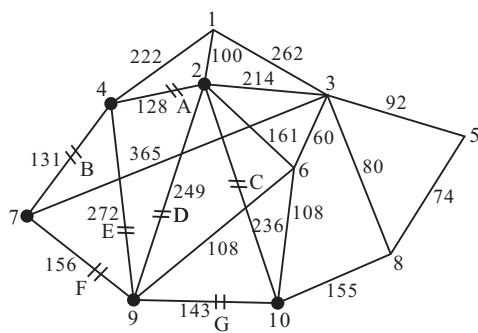


图 1 交通网络及可能中断路径图

各行政市 (顶点) 配置应急物资的固定成本 f_i 、可变成本 d_i (单位: 元/吨) 和容量限制 C_i (单位: 吨) 等数据见表 1, 资金预算 G 为 120 万元.

受灾点的应急物资需求量下界可根据人口密度确定, 分别进行 2%、5%、10% 的扰动作为其最大偏差 $\hat{\beta}_j$. 各个受灾点的需求量下界 $\bar{\beta}_j$ (单位: 吨)、需求量 5% 的扰动量 $\hat{\beta}_j$ (单位: 吨) 及当应急物资不能满足需求时的单位补偿价格 e_j (单位: 元/吨) 见表 2.

表 1 各行政区应急物资配置固定成本、可变成本及容量

顶点	1	2	3	4	5
f_i	24 300	22 400	34 500	35 400	12 500
d_i	1 220	1 130	1 400	1 080	1 150
C_i	460	280	320	380	460

顶点	6	7	8	9	10
f_i	24 600	21 600	15 700	32 500	31 800
d_i	1 520	1 180	1 210	1 540	1 300
C_i	490	320	150	160	430

表 2 灾区的需求量、扰动量 (5%) 及补偿价格

顶点	2	4	7	9	10
$\bar{\beta}_j$	160	230	320	280	180
$\hat{\beta}_j$	8	11.5	16	14	9
e_j	1 700	2 000	1 600	1 800	1 700

利用 Matlab 对算法进行编程实现, 其中 $\hat{F}(x, S)$ 直接调用优化软件 CPLEX12.4 进行求解, 当控制水平 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ 时, 即为确定网络下确定需求的配置问题, 求得其最优目标函数值为 $Z_0 = 1 578 040$ 元. 作为示例, 表 3 列出了当需求扰动比例为 5%、控制水平 $\Gamma_2 = 3$ 时的鲁棒优化结果. 其中: Z 为模型的目标函数值, Z/Z_0 表示各种扰动比例及控制水平下所得目标函数值与确定性情况目标函数值的比值, 可衡量所得解的鲁棒性.

表 3 鲁棒配置方案 $x_i (\Gamma_2 = 3, \text{扰动比例为 } 5\%)$

Γ_1	顶点				$Z / \text{元}$	Z / Z_0
	2	4	5	7		
1	280	380		320	1 645 290	1.042 6
2	280	380		320	1 647 690	1.044 1
3	280	380		320	1 647 690	1.044 1
4	280	380		320	1 647 690	1.044 1
5	280	238.545 8	136.061 3	320	1 671 200	1.059 0
6	280	239.331 5	135.323 4	320	1 672 700	1.060 0
7	280	239.331 5	135.323 4	320	1 672 700	1.060 0

由表 3 中可知, 当控制水平 $\Gamma_1 \leq 4$ 时, 应急物资的灾前配置一致. 由解的情况可知: 当 $\Gamma_1 = 4$ 时, 道路阻断最坏情况是 A、B、C、D 这 4 条道路阻断的情况; 而当控制水平 $\Gamma_1 = 5$ 时, 道路阻断最坏情况是 A、B、C、D、E 这 5 条道路阻断. 因此, 原来顶点 4 处的一部分应急物资由于道路阻断而需重新配置, 最终当控制水平 $\Gamma_1 \geq 5$ 时增加了顶点 5 处的应急物资配置. 对不同扰动比例及控制水平 Γ_1 、 Γ_2 的各种组合进行计算, 得到的结果如表 4 所示.

由表 4 可知: 1) 解的保守性随着 Γ_1 、 Γ_2 的增加而增强, 当扰动比例相同时, 总的费用随着控制水平的增加而增加; 决策者可根据其对不确定风险的偏好程度决定控制水平 Γ_1 和 Γ_2 , 进而决定应急物资配置方案. 2) 当控制水平相同时, 随着需求的扰动比例增加, 所需的总费用相应增加, 这意味着为抗衡更大的不确定性所付出的代价. 表 4 中 Z/Z_0 的数值表明模型所得解的鲁棒性较好.

表 4 不同控制水平及扰动比例的组合计算结果比较

Γ_1	扰动比例 / %	$\Gamma_2 = 1$		$\Gamma_2 = 3$	
		Z / 元	Z / Z ₀	Z / 元	Z / Z ₀
1	2	1 588 280	1.006 5	1 604 940	1.017 0
	5	1 603 640	1.016 2	1 645 290	1.042 6
	10	1 629 240	1.032 4	1 712 540	1.085 2
3	2	1 590 680	1.008 0	1 607 340	1.018 6
	5	1 606 040	1.017 7	1 647 690	1.044 1
	10	1 631 640	1.034 0	1 714 940	1.086 8
5	2	1 613 900	1.022 7	1 630 700	1.033 4
	5	1 629 300	1.032 5	1 671 200	1.059 0
	10	1 654 900	1.048 7	1 738 800	1.101 8
7	2	1 614 600	1.023 2	1 631 700	1.034 0
	5	1 630 000	1.032 9	1 672 700	1.060 0
	10	1 655 600	1.049 1	1 741 000	1.103 3

4 结 论

通过引进两个控制水平参数 Γ_1 、 Γ_2 分别表示对于阻断路径数及受灾点需求量的风险偏好程度,建立了基于不确定网络结构下的两阶段应急物资鲁棒配置模型,并给出了求解模型的 Benders 分解算法.算例显示,模型所得应急物资配置方案能够保持较好的鲁棒性.

参考文献(References)

- [1] Özdamar Linet, Ekinci Ediz, Kucukyazici Beste. Emergency logistics planning in natural disasters[J]. Annals of Operations Research, 2004, 129(1): 217-245.
- [2] Yi Wei, Kumar Arun. Ant colony optimization for disaster relief operations[J]. Transportation Research Part E, 2007, 43(6): 660-672.
- [3] 缪成, 许维胜, 吴启迪. 大规模应急救援物资运输模型的构建与求解[J]. 系统工程, 2006, 24(11): 6-12.
(Miao C, Xu W S, Wu Q D. A transportation model and solution of large-scale emergency relief commodities[J]. Systems Engineering, 2006, 24(11): 6-12.)
- [4] 朱建明, 黄钧, 刘德刚, 等. 突发事件应急医疗物资调度的随机算法[J]. 运筹与管理, 2010, 19(1): 9-14.
(Zhu J M, Huang J, Liu D G, et al. Randomized algorithm for vehicle routing model for medical supplies in large-scale emergencies[J]. Operations Research and Management Science, 2010, 19(1): 9-14.)
- [5] 陈森, 姜江, 陈英武, 等. 未定路网结构情况下应急物资车辆配送问题模型与应用[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(5): 907-913.
(Chen S, Jiang J, Chen Y W, et al. Emergency logistics distribution problem model under uncertain roadway network structure and its application[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011, 31(5): 907-913.)
- [6] Tzeng Gwo-Hshiung, Cheng Hsin-Jung, Huang Tsung Dow. Multi-objective optimal planning for designing relief delivery systems[J]. Transportation Research Part E, 2007, 43(6): 673-686.
- [7] Barbarosoğlu G, Arda Y. A two-stage stochastic programming framework for transportation planning in disaster response[J]. J of the Operational Research Society, 2004, 55(1): 43-53.
- [8] Mete Huseyin Onur, Zabinsky Zeldia B. Stochastic optimization of medical supply location and distribution in disaster management[J]. Int J of Production Economics, 2010, 126(1): 76-84.
- [9] Ben-Tal Aharon, Nemirovski Arkadi. Robust optimization-methodology and applications[J]. Mathematical Programming, 2002, 92(3): 453-480.
- [10] Ben-Tal Aharon, Ghaoui Laurent E I, Nemirovski Arkadi. Robust optimization[M]. New Jersey: Princeton University Press, 2009: 1-542.
- [11] Bertsimas Dimitris, Sim Melvyn. The price of robustness[J]. Operations Research, 2004, 52(1): 35-53.
- [12] 张玲, 王晶, 黄钧. 不确定需求下应急资源配置的鲁棒优化方法[J]. 系统科学与数学, 2010, 30(10): 1283-1292.
(Zhang L, Wang J, Huang J. Robust optimal resource allocation model for uncertain demands[J]. J of Systems Science & Mathematical Sciences, 2010, 30(10): 1283-1292.)
- [13] Horst R, Pardalos P M, Thoai N V. 全局优化引论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 1-397.
(Horst R, Pardalos P M, Thoai N V. Introduction to global optimization[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 1-397.)
- [14] Keeley J E. The cutting-plane method for solving convex programs[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1960, 8(4): 703-712.