

基于奇异值分解的鲁棒容积卡尔曼滤波 及其在组合导航中的应用

张秋昭^{a,b}, 张书毕^{a,b}, 刘志平^a, 卞和方^b

(中国矿业大学 a. 国土环境与灾害监测国家测绘地理信息局重点实验室, b. 环境与测绘学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 为了提高GPS/INS组合导航系统对异常观测值的鲁棒性, 引入 H_∞ 滤波思想提出一种新的非线性鲁棒滤波. 分析 H_∞ 鲁棒容积卡尔曼滤波中不同约束水平对滤波结果的影响, 指出在一定范围内当约束水平越小时, 系统的鲁棒性越强, 但容易造成Riccati不等式无解, 导致滤波发散. 采用奇异值分解代替容积卡尔曼滤波中的Cholesky分解, 改善了滤波的稳定性, 放宽了 H_∞ 鲁棒容积卡尔曼滤波器对约束水平的要求. GPS/INS组合导航实验验证了该滤波方法的正确性和优越性.

关键词: 奇异值分解; 容积卡尔曼滤波; 鲁棒滤波; 组合导航; 非线性滤波

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Robust cubature Kalman filter based on SVD and its application to integrated navigation

ZHANG Qiu-zhao^{a,b}, ZHANG Shu-bi^{a,b}, LIU Zhi-ping^a, BIAN He-fang^b

(a. Key Laboratory for Land Environment and Disaster Monitoring of the State Bureau of Surveying and Mapping,

b. School of Environment and Spatial Informatics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116,

China. Correspondent: ZHANG Shu-bi, E-mail: zhangsbi@vip.sina.com)

Abstract: A new nonlinear robust filter is proposed to deal with the outlier of GPS/INS integrated navigation system. The influence of different design parameters for the H_∞ cubature Kalman filter is analyzed. The design parameter is smaller, and the robustness of the filter is stronger. But the design parameter is easily out of step with the Riccati inequation and the filter is easy to diverge. In this respect, the singular value decomposition algorithm is used to take the place of Cholesky decomposition in H_∞ cubature Kalman filter. On the wider conditions for the design parameter, the new filter is more robust. The actual GPS/INS integrated navigation test indicates the correctness and effectiveness of the proposed filter algorithm.

Key words: singular value decomposition; cubature Kalman filter; robust filter; integrated navigation; nonlinear filter

0 引言

GPS/INS组合导航系统一般采用卡尔曼滤波对系统的状态进行估计^[1]. 卡尔曼滤波是一种建立在 H_2 准则下的线性最小方差滤波算法, 并且滤波性能取决于系统模型以及干扰特性假设的精确程度. 在实际工作中, 异常观测值不可避免地严重影响组合导航定位系统的精度. 基于抗差估计原理的滤波方法可以抑制紧组合系统观测异常的影响^[2-3], 而 H_∞ 滤波从滤波器的鲁棒性出发, 为线性系统的鲁棒估计提供了另一条有效途径^[4-6]. 将扩展卡尔曼滤波^[7]、Sigma point卡尔曼滤波^[8]和容积卡尔曼滤波(CKF)^[9-10]等非

线性滤波的思想与标准线性 H_∞ 滤波相结合, 形成算法更优的非线性 H_∞ 滤波策略, 既可以适应低成本捷联惯性导航系统对滤波器非线性的要求^[11], 又能抑制异常观测值的影响.

由于 H_∞ 滤波是以一个确定参数 γ 表征约束水平, 它决定了滤波器对估计误差不确定干扰的约束能力^[12]. 约束水平 γ 越大, H_∞ 滤波越接近标准卡尔曼滤波, 对异常值的鲁棒性较差; 约束水平 γ 越小, H_∞ 滤波的鲁棒性越强^[13]. 但参数 γ 选择较小容易造成状态协方差阵的非正定性, 导致滤波不稳定甚至发散^[14], 一定程度上限制了 H_∞ 滤波的鲁棒性. 文

收稿日期: 2012-10-02; 修回日期: 2013-01-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(40904004, 51174206); 江苏高校优势学科建设工程项目(PAPD); 江苏省普通高校研究生创新计划项目(CX10B-142Z).

作者简介: 张秋昭(1985-), 男, 博士生, 从事组合导航理论与应用的研究; 张书毕(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事卫星导航、组合导航等研究.

献[14-16]分别从不同角度给出约束水平的选取方法,但均没有给出当参数 γ 选择不当时滤波不稳定时的处理方法.

对此,本文提出一种基于奇异值分解(SVD)的鲁棒容积卡尔曼滤波算法.该算法基于容积卡尔曼滤波框架,在测量更新时引入 H_∞ 鲁棒思想提高了对异常观测值的鲁棒性,在鲁棒容积卡尔曼滤波过程中采用数值稳定性较强的奇异值分解代替传统CKF中的Cholesky分解,放宽了鲁棒CKF对约束水平的要求,可进一步提高算法的鲁棒性.实测的GPS/INS组合导航数据验证了该算法的有效性.

1 非线性鲁棒滤波

1.1 H_∞ 滤波基本原理

定义代价函数^[8]

$$J = \frac{\sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k\|^2}{\|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 + \sum_{k=1}^N (\|\mathbf{w}_k\|_{\mathbf{Q}_k^{-1}}^2 + \|\mathbf{v}_k\|_{\mathbf{R}_k^{-1}}^2)}. \quad (1)$$

其中: $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$ 表示互不相关系统的白噪声和观测白噪声,其方差分别为 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{R}_k ; \mathbf{x}_0 为系统初始状态,其方差为 \mathbf{P}_0 ; $\hat{\mathbf{x}}_0$ 为对应的估计值, $\|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 \triangleq (\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T \mathbf{P}_0^{-1} (\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)$,其余各项与此类似^[11]. H_∞ 滤波问题是在各种可能条件下,使估计误差的能量经输入噪声能量和初始误差能量归一化后达到最小, \mathbf{x}_k 满足 $\hat{\mathbf{x}}_k = \arg \min \|J\|_\infty$. 通常情况下,最优 H_∞ 滤波问题难以求解得到解析形式的解,可以寻求次优迭代算法^[12],设定一门限值 γ ,满足 $\|J\|_\infty = \sup J \leq \gamma^2$,即满足如下Riccati不等式^[14]:

$$\mathbf{P}_k^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k - \gamma^{-2} \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k > 0. \quad (2)$$

其中: \mathbf{P}_k 为状态向量的协方差阵, \mathbf{H}_k 为量测矩阵, \mathbf{L}_k 为约束方程系数矩阵,一般设为单位阵. 迭代形式的次优 H_∞ 滤波可参见文献[12]. 在 H_∞ 滤波器中,参数 γ 控制状态估计在最不利条件下的估计误差,约束水平 γ 越小,系统的鲁棒性越强;约束水平 γ 越大, H_∞ 滤波的特性越接近于标准卡尔曼滤波^[8,14].

1.2 非线性 H_∞ 滤波器

为了将容积卡尔曼滤波方法应用于线性 H_∞ 滤波器,需对线性 H_∞ 滤波方法中实现状态估计协方差阵递推的Riccati方程进行转换.由于 $\mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T = \mathbf{P}_{xz,k}$, $\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T = \mathbf{P}_{zz,k} - \mathbf{R}_k$ ^[17],状态协方差阵的 H_∞ 鲁棒更新形式可以写成

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - [\mathbf{P}_{xz,k} \quad \mathbf{P}_{k/k-1}].$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{zz,k} - \mathbf{R}_k + \mathbf{I} & \mathbf{P}_{xz,k}^T \\ \mathbf{P}_{xz,k} & \mathbf{P}_{k/k-1} - \gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{xz,k}^T \\ \mathbf{P}_{k/k-1}^T \end{bmatrix}. \quad (3)$$

对于非线性系统模型,利用容积点采样等转换方法代替基于泰勒级数展开的非线性转换^[18],求解 H_∞ 滤波器中随机变量经非线性变换之后的均值和方差,便可得到基于容积点采样点转换的非线性 H_∞ 滤波方法^[18]. 实际应用中可根据工程需要调整约束水平参数,由式(2)得知,当参数 γ 选择较小时,会导致Riccati不等式无解^[14].

2 基于SVD的鲁棒CKF算法

鲁棒CKF算法进行多次滤波之后,由于计算舍入等误差容易导致 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 或 \mathbf{P}_k 失去非正定性;同时,当约束水平 γ 值较小时,也会导致Riccati不等式无解,间接导致 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 或 \mathbf{P}_k 失去非正定性,使得滤波发散.提出引入奇异值分解来解决鲁棒CKF协方差矩阵的非正定性问题.假设协方差矩阵由一组对应于该组特征值的特征向量组成,对于协方差矩阵而言,特征值分解和奇异值分解是等价的,特征值等同于奇异值.由于奇异值分解的数值计算的鲁棒性较强,使用奇异值分解的对应矩阵替代CKF的容积点协方差矩阵作为特征协方差矩阵,可以提高数值计算的稳定性^[19-20].考虑如下离散时间非线性动态系统:

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (4)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k. \quad (5)$$

其中: \mathbf{x}_k 和 \mathbf{z}_k 为 k 时刻的系统状态向量和测量值; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为系统状态转移模型非线性函数和测量模型非线性函数; \mathbf{w}_k 和 \mathbf{v}_k 分别为过程噪声和观测噪声,其协方差阵分别为 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{R}_k .基于奇异值分解的鲁棒容积卡尔曼滤波算法步骤如下:

1) 计算基本的容积采样点和对应的权值^[9].使用3阶容积规则获得如下的基本容积点和相应权值:

$$\xi_i = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_i, \quad (6)$$

$$\omega_i = \frac{1}{m}. \quad (7)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, m$, m 表示容积采样点个数,使用3阶容积规则时容积采样点总数是状态维数的2倍,即 $m = 2n_x$; $[1]_i$ 表示点集[1]中的第 i 个点,其中符号[1]表示完整全对称点集,具体含义是对 n_x 维单位向量 $\mathbf{e} = [1, 0, \dots, 0]^T$ 的元素进行全排列和改变元素符号所产生的点集.

2) 时间更新.通过SVD对协方差矩阵 \mathbf{P}_{k-1} 取平方根^[20],即

$$\mathbf{P}_{k-1} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^T, \quad (8)$$

其中 \mathbf{S} 为对角矩阵, $\mathbf{S} = \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$. 经过协方差矩阵的 SVD 分解

$$\mathbf{P}_{k-1} = \mathbf{U}_{k-1} \mathbf{S}_{k-1} \mathbf{V}_{k-1}^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_{i,k-1} = \mathbf{U}_{i,k-1} \sqrt{s_i} \xi_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \quad (10)$$

计算通过非线性状态方程传播的容积点

$$\mathbf{X}_{i,k}^* = f(\mathbf{X}_{i,k-1}). \quad (11)$$

计算预测状态和预测方差

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k/k-1} = \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{X}_{i,k}^*, \\ \mathbf{P}_{k/k-1} = \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{X}_{i,k}^* \mathbf{X}_{i,k}^{*\top} - \bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{x}}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1}. \end{cases} \quad (12)$$

3) 量测更新. 分解因式

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{U}_{k/k-1} \mathbf{S}_{k/k-1} \mathbf{V}_{k/k-1}^T, \quad (13)$$

计算容积点

$$\mathbf{X}_{i,k/k-1} = \mathbf{U}_{i,k/k-1} \sqrt{s_i} \xi_i + \mathbf{x}_{k/k-1}. \quad (14)$$

通过非线性量测方程传播的容积点

$$\mathbf{Z}_{i,k} = h(\mathbf{X}_{i,k/k-1}), \quad (15)$$

计算量测预测值、新息方差和协方差估计

$$\begin{cases} \bar{z}_k = \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{Z}_{i,k}, \\ \mathbf{P}_{zz,k} = \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{Z}_{i,k} \mathbf{Z}_{i,k}^T - \bar{z}_k \bar{z}_k^T + \mathbf{R}_k, \\ \mathbf{P}_{xz,k} = \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{X}_{i,k} \mathbf{Z}_{i,k}^T - \bar{\mathbf{x}}_k \bar{z}_k^T. \end{cases} \quad (16)$$

计算增益矩阵、状态和协方差更新

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xz,k} / \mathbf{P}_{zz,k}, \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (z_k - \bar{z}_k), \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{zz,k} \mathbf{K}_k^T. \quad (19)$$

如果采用式(19)进行状态向量协方差更新, 则式(6)~(19)即为基于 SVD 的容积卡尔曼滤波; 如果采用 H_∞ 鲁棒滤波更新式(3), 则式(6)~(18)及式(3)构成了基于 SVD 的 H_∞ 鲁棒 CKF 算法.

3 GPS/INS 的动力学模型和观测方程

GPS/INS 采用松组合模式, 系统参数为 15 维, 分别为地固系下的位置和速度误差、理想地固系和计算地固系的姿态角误差以及陀螺仪和加速度计分别在载体三轴上的漂移误差, 记为

$$\mathbf{X} = [\Delta R^e \quad \Delta V^e \quad \phi^e \quad \nabla^b \quad \varepsilon^b]^T.$$

针对低成本 SINS, 可以忽略地球重力加速度变化, 则在大方位失准角情况下的非线性 SINS 误差方程分别为

$$\Delta \dot{R}^e = \Delta V^e,$$

$$\Delta \dot{V}^e = (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{C}_{e'}^e) f^{e'} + \mathbf{C}_b^{e'} \nabla^b - 2\Omega_{ie}^e \Delta V^e,$$

$$\dot{\phi}^e = (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{C}_{e'}^e) \omega_{ie}^e - \mathbf{C}_b^{e'},$$

$$\dot{\nabla}^b = 0, \quad \dot{\varepsilon}^b = 0. \quad (20)$$

其中: $\mathbf{C}_{e'}^e$ 为 SINS 模拟地固系到理想地固系的旋转矩阵, $\mathbf{C}_b^{e'}$ 为载体坐标系到模拟地固系的转换矩阵, Ω_{ie}^e 为地球自转角速度 ω_{ie}^e 在地固系轴向分量构成的反对称矩阵, ε^b 为陀螺仪常值漂移, ∇^b 为加速度计零偏.

GPS/INS 组合导航系统的动力学模型方程为

$$\dot{\mathbf{X}}_k = f_{k,k-1}(\mathbf{X}_k) + w_k.$$

其中: $f_{k,k-1}(\cdot)$ 为连续状态方程的非线性函数, w_k 为系统噪声向量. 在采用非线性滤波进行数据融合时必须对连续型方程进行离散化^[1].

GPS 输出的信息为地固系下的位置和速度. 令观测向量为 Z , 有

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} \hat{R}_{\text{INS}}^e - \hat{R}_{\text{GPS}}^e \\ \hat{V}_{\text{INS}}^e - \hat{V}_{\text{GPS}}^e \end{bmatrix} = \mathbf{H} \mathbf{X}_k + v_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{X}_k + v_k. \quad (21)$$

其中: \hat{R}_{INS}^e 和 \hat{V}_{INS}^e 为地固系下 INS 递推计算的位置和速度, \hat{R}_{GPS}^e 和 \hat{V}_{GPS}^e 为 GPS 输出的位置和速度(经过杆臂校正).

4 实验分析

采集一组车载 GPS/INS 导航实验数据来验证本文提出的新滤波算法的有效性. 实验采用两台 GPS 接收机和一台 IMU, 其中一台 GPS 固定在楼顶作为基准站, 另一台与 IMU 一起固定在车辆顶部. 所用 IMU 为 SPAN-CPT (三轴开环光纤陀螺和微机械加速度计), 其主要技术指标如表 1 所示. IMU 采样频率为 100 Hz, GPS 的采样频率为 1 Hz. 初始位置误差为 1.0 m, 初始速度误差为 0.1 m/s, 采用双差伪距 GPS 输出位置和速度作为外部观测量, 其方差取 0.5 m 和 0.05 m/s.

表 1 SPAN-CPT IMU 的技术指标

| 指标 | 陀螺 | 加速度计 |
|--------|------------|----------|
| 零偏 | 20 °/h | 5 mg |
| 随机游走噪声 | 0.067 °/√h | 50 μg/√h |

本文采用 4 种算法处理组合导航数据, 分别为: 1) 标准容积卡尔曼滤波 (CKF); 2) 基于 SVD 的容积卡尔曼滤波 (SVD-CKF); 3) H_∞ 鲁棒容积卡尔曼滤波 (H_∞ -CKF); 4) 基于 SVD 的 H_∞ 鲁棒容积卡尔曼滤波 (SVD- H_∞ -CKF). 为了客观地比较 4 种算法的计算效率, 采用统一的运行环境. 程序运行的硬件平台为配备酷睿 i5-2400 和 4 G 内存的台式电脑, 软件平台为 Window XP 操作系统下 Matlab R2009a 版本. 采用高精度双差载波相位解算的结果作为位置的参考解,

采用 Waypoint IE 8.3 软件经过双向滤波解算的姿态角结果作为姿态角的参考解。

CKF 和 SVD-CKF 算法的位置误差结果分别如图 1 和图 2 所示。

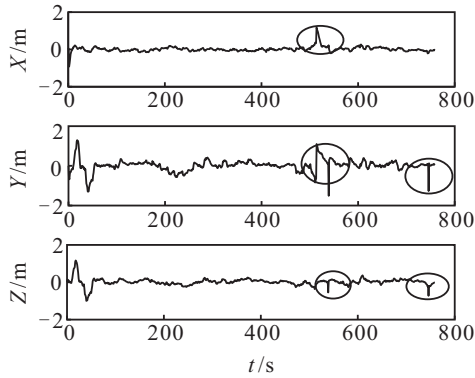


图 1 CKF 滤波的位置误差

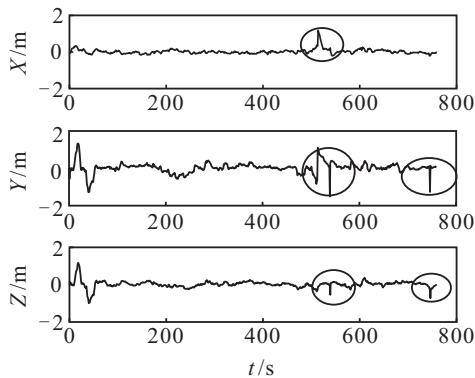


图 2 SVD-CKF 的位置误差

从图 1 和图 2 可以看出, 位置误差有明显的奇异值, CKF 和 SVD-CKF 对奇异观测值均无明显的效果. 表 2 中相应的统计结果也可以得到相同的结论. 图 3 给出了 SVD- H_∞ -CKF 算法在约束水平 $\gamma = 2$ 时的

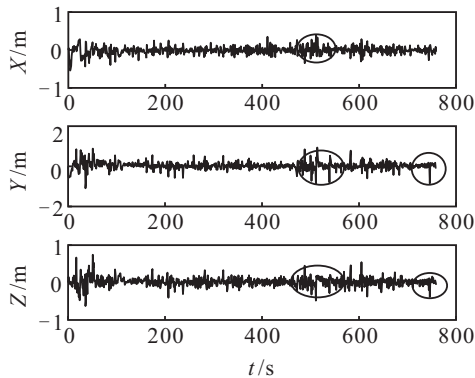


图 3 SVD- H_∞ -CKF 的位置误差 ($\gamma = 2$)

位置误差, H_∞ -CKF 和 SVD- H_∞ -CKF 算法在 $\gamma = 2$ 时的估计效果相同, 因而不再对 H_∞ -CKF 结果重复绘制. 比较图 2 和图 3 可以明显看出, 鲁棒滤波对异常值有明显抑制作用.

表 2 给出了 4 种算法位置误差的统计结果 (其中 H_∞ -CKF 和 SVD- H_∞ -CKF 算法的约束水平均设为 $\gamma = 2$), 从中可以看出, 采用 SVD 分解前后, CKF 算法和 SVD-CKF 算法、 H_∞ -CKF 和 SVD- H_∞ -CKF 算法效果相当; 而引入 H_∞ 鲁棒滤波后的两种算法, 位置均方根误差明显减小, 说明 H_∞ 鲁棒滤波对异常观测值具有较好的抑制作用. 表 2 还给出了 4 种算法的运算效率, 时间项为每一个反馈周期 (1 s) 的运行时间, 包含 100 次预测更新 (IMU 采样频率为 100 Hz) 和 1 次测量更新 (GPS 采样频率为 1 Hz). 由此可以看出几种算法的运行效率相差不大, SVD- H_∞ -CKF 算法的运行时间仅比 CKF 多用了 0.000 2 s, 这是因为与 CKF 算法相比, 其用 SVD 分解代替 Cholesky 分解, 在测量更新时引入了鲁棒算法, 并没有增加额外的迭代步骤, 因此效率相差不大.

表 2 不同滤波算法的比较 ($\gamma = 2$)

| 算法 | 位置均方根误差/m | | | 时间/s |
|----------------------|-----------|-------|-------|---------|
| | X | Y | Z | |
| CKF | 0.129 | 0.229 | 0.116 | 0.002 9 |
| SVD-CKF | 0.129 | 0.229 | 0.116 | 0.003 0 |
| H_∞ -CKF | 0.090 | 0.175 | 0.107 | 0.003 0 |
| SVD- H_∞ -CKF | 0.090 | 0.175 | 0.107 | 0.003 1 |

设计实验来比较不同约束水平对 H_∞ -CKF 算法的影响, 结果如表 3 所示. 对于 H_∞ -CKF 算法, 当约束水平 γ 增大时, 其鲁棒性不断降低. 当 γ 取值 1.5 与 γ 取值 2 500 时, 3 个方向的位置误差精度仅分别提高了 6.5%、7.1% 和 3.7%, 说明对于影响滤波性能的约束水平, 该算法表现出较高的性能稳定性.

从表 3 还可以看出, 当 γ 取值 0.5、0.7、1.0 和 1.4 时, H_∞ -CKF 算法不能正常运行, 而采用 SVD- H_∞ -CKF 算法能正常运行, 且当 $\gamma = 1.0$ 时, 效果最好. 其位置误差如图 4 所示. 比较图 3 和图 4 可以看出, 异常观测值得到进一步的抑制, 算法的鲁棒性更强. 由此说明 SVD 能提高滤波算法的稳定性, 尤其当 H_∞ -CKF 算法发散时, 基于 SVD 的 H_∞ -CKF 算法性能尤其明显. 表 3 的结果也表明, SVD- H_∞ -CKF 算法在 $\gamma =$

表 3 不同约束水平下的 SVD- H_∞ -CKF 和 H_∞ -CKF 位置误差比较

| 约束水平 | | 0.5 | 0.7 | 1.0 | 1.4 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 25 | 250 | 2500 |
|-------------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| SVD- H_∞ -CKF 位置误差 / m | X | 0.850 | 0.554 | 0.040 | 0.088 | 0.087 | 0.091 | 0.092 | 0.093 | 0.093 | 0.093 |
| | Y | 1.013 | 0.394 | 0.069 | 0.167 | 0.168 | 0.176 | 0.178 | 0.182 | 0.182 | 0.182 |
| | Z | 0.851 | 0.379 | 0.053 | 0.105 | 0.105 | 0.108 | 0.109 | 0.109 | 0.109 | 0.109 |
| H_∞ -CKF 位置误差 / m | X | — | — | — | — | 0.087 | 0.091 | 0.092 | 0.093 | 0.093 | 0.093 |
| | Y | — | — | — | — | 0.168 | 0.176 | 0.178 | 0.181 | 0.181 | 0.181 |
| | Z | — | — | — | — | 0.105 | 0.108 | 0.108 | 0.109 | 0.109 | 0.109 |

= 1.0 时比 $\gamma = 1.5$ 时的鲁棒性有进一步提高, 3 个方向的位置误差精度分别提高了 54.0%、58.9% 和 49.5%。而当约束水平取值 0.5 和 0.7 时, 虽然 SVD- H_∞ -CKF 算法能正常运行, 精度却大幅降低, 这是由于当约束水平 γ 取值过小时, 导致式 (2) 表示的 Riccati 不等式无解, H_∞ 滤波失效。综上, 约束水平 γ 在一定范围内越小, 滤波算法的鲁棒性越强, 当其选择过小时, 容易导致滤波精度下降甚至发散。

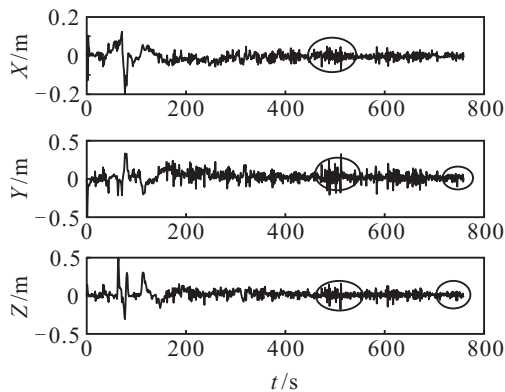


图4 SVD- H_∞ -CKF 的位置误差($\gamma = 1$)

为了验证 CKF 及其改进算法处理非线性系统的能力, 将初始的姿态误差角(俯仰角, 横滚角, 航向角)设为 $\alpha = [5^\circ \ 5^\circ \ 50^\circ]^T$, 则传统的线性失准角模型不再适用, 需修改成式 (20) 的非线性形式。为了便于比较, H_∞ 算法中的 γ 统一取值为 2。因为采用 SVD 前后, CKF 算法和 SVD-CKF 算法、 H_∞ -CKF 和 SVD- H_∞ -CKF 算法几乎效果一样, 为了避免重复, 图 5 只给出了 SVD-CKF 算法和 SVD- H_∞ -CKF 算法的姿态角误差。

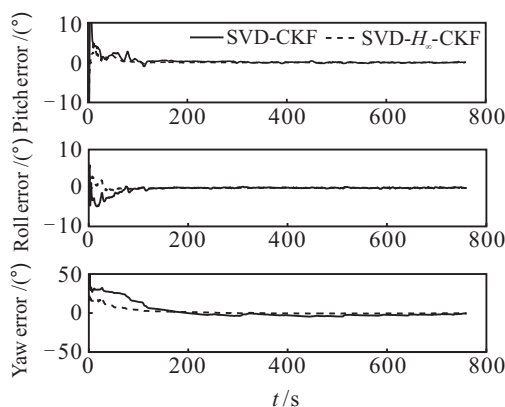


图5 两种算法的姿态角误差($\gamma = 2$)

由图 5 可以看出, 两种算法处理结果中的姿态角误差都能正常收敛, 说明 CKF 及其改进算法能够较好地处理非线性模型, 而 SVD- H_∞ -CKF 算法的航向角(Yaw)收敛速度稍快一些, 进一步表明了该算法的优越性。综合上文中的分析可得, 容积卡尔曼滤波及其改进算法均能较好地处理非线性系统的滤波问题,

其中 SVD- H_∞ -CKF 算法鲁棒性和稳定性较其他 3 种算法明显更优, 而运行效率并无显著变化, 综合权衡, SVD- H_∞ -CKF 算法最优。

5 结 论

1) 容积卡尔曼滤波算法及其改进算法能较好地处理 GPS/INS 组合导航非线性模型。

2) 基于 H_∞ 滤波的鲁棒容积卡尔曼滤波能有效克服 GPS/INS 组合导航中异常观测值的影响。一定范围内当约束水平 γ 取值变小时, 可以提高系统的鲁棒性。而当 γ 取值过小时, H_∞ 鲁棒 CKF 算法发散。

3) 基于奇异值分解的 H_∞ 鲁棒 CKF 能放宽对约束水平 γ 取值的要求, 进一步提高算法的鲁棒性。而与鲁棒 CKF 和 SVD-CKF 相比, 计算效率并无明显区别, 综合性能较优。

4) 如何自适应地选择最优约束水平 γ , 是下一步要开展的工作。

参考文献(References)

- [1] Farrell A, Barth M. The global positioning system and inertial navigation[M]. New York: McGraw-Hill, 1999: 102-129.
- [2] 王坚, 刘超, 高井祥, 等. 基于抗差 EKF 的 GNSS/INS 紧组合算法研究[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2011, 36(5): 596-600.
(Wang J, Liu C, Gao J X, et al. GNSS/INS tightly coupled navigation model based on robust EKF[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(5): 596-600.)
- [3] 吴富梅, 杨元喜. 一种两步自适应抗差 Kalman 滤波在 GPS/INS 组合导航中的应用[J]. 测绘学报, 2010, 39(5): 522-527.
(Wu F M, Yang Y X. A new two step adaptive robust Kalman filtering in GPS/INS integrated navigation[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, 39(5): 522-527.)
- [4] Simon D. Optimal state estimation: Kalman, H_∞ and nonlinear approaches[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006: 333-389.
- [5] 康国华, 刘建业, 刘瑞华, 等. 闭环 H_∞ 滤波在无源北斗/SINS 导航系统中的实现[J]. 控制与决策, 2007, 22(5): 566-568.
(Kang G H, Liu J Y, Liu R H, et al. Realization of closed-cycle H_∞ filtering in passive BD/SINS navigation system[J]. Control and Decision, 2007, 22(5): 566-568.)
- [6] 于永军, 刘建业, 熊智, 等. 基于多圆迭代和 H_∞ 滤波的捷联/天文定位算法研究[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 717-720.
(Yu Y J, Liu J Y, Xiong Z, et al. Research on

- SINS/CNS integrated navigation algorithm based on multi-circles intersection celestial positioning algorithm and H_∞ filter[J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 717-720.)
- [7] Einiche G, White L. Robust extended Kalman filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(9): 2596-2599.
- [8] 侯代文, 殷福亮, 陈喆. 基于 Sigma 点 H_∞ 滤波的说话人跟踪方法[J]. 信号处理, 2009, 25(3): 374-378.
(Hou D W, Yin F L, Chen Z. Sigma point H_∞ filtering method for speaker tracking[J]. Signal Processing, 2009, 25(3): 374-378.)
- [9] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Trans and Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [10] 孙枫, 唐李军. 基于 cubature Kalman filter 的 INS/GPS 组合导航滤波算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(7): 1032-1036.
(Sun F, Tang L J. INS/GPS integrated navigation filter algorithm based on cubature Kalman filter[J]. Control and Decision, 2012, 27(7): 1032-1036.)
- [11] Georgy J, Noureldin A, Korenberg M, et al. Low-cost three-dimensional navigation solution for RISS/GPS integration using mixture particle filter[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2010, 59(2): 599-616.
- [12] Yue Xiaokui, Yuan Jianping. H_∞ sub-optimal filter for low-cost integrated navigation system[J]. Chinese J of Aeronautics, 2004, 17(4): 200-206.
- [13] Zhou Benchuan, Cheng Xianghong. Robust UKF algorithm in SINS initial alignment[J]. J of Southeast University: English Edition, 2011, 27(1): 56-60.
- [14] 朱英, 梁彦, 杨猛, 等. 自适应补偿 H_∞ 滤波器在组合导航中的应用[J]. 火力与指挥控制, 2010, 35(10): 15-19.
(Zhu Y, Liang Y, Yang M, et al. Adaptive compensation robust H_∞ filter applied to integrated navigation[J]. Fire Control & Command Control, 2010, 35(10): 15-19.)
- [15] 刘江. 基于鲁棒估计理论的列车组合定位方法研究[D]. 北京: 京交通大学电子信息工程学院, 2011.
(Liu J. Research on robust estimation theory based train integrated positioning method[D]. Beijing: School of Electronic Information Engineering, Beijing Jiaotong University, 2011.)
- [16] 王青, 刘文美, 董朝阳. 一种带加速度补偿的 H_∞ 次优滤波目标跟踪算法[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(7): 2042-2045.
(Wang Q, Liu W M, Dong C Y. An H_∞ suboptimal filter target tracking algorithm with acceleration compensation[J]. J of System Simulation, 2006, 18(7): 2042-2045.)
- [17] 严恭敏, 严卫民, 徐德民. 简化 UKF 滤波在 SINS 大失准角初始对准中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(3): 252-263.
(Yan G M, Yan W M, Xu D M. Application of simplified UKF in SINS initial alignment for large misalignment angles[J]. J of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(3): 252-263.)
- [18] 刘江, 蔡伯根, 唐涛, 等. 基于 CKF 的 GNSS/INS 列车组合定位鲁棒滤波算法[J]. 交通运输工程学报, 2010, 10(5): 102-107.
(Liu J, Cai B G, Tang T, et al. CKF-based robust filtering algorithm for GNSS/INS integrated train positioning[J]. J of Traffic and Transportation Engineering, 2010, 10(5): 102-107.)
- [19] 谢强, 唐和生, 邸元. SVD-Unscented 卡尔曼滤波的非线性结构系统识别[J]. 应用力学学报, 2008, 25(1): 57-62.
(Xie Q, Tang H S, Di Y. SVD unscented Kalman filter for nonlinear structural system identification[J]. Chinese J of Applied Mechanics, 2008, 25(1): 57-62.)
- [20] 高社生, 王建超, 焦雅林. 自适应 SVD-UKF 算法及在组合导航的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(6): 737-742.
(Gao S S, Wang J C, Jiao Y L. Adaptive SVD-UKF algorithm and application to integrated navigation[J]. J of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(6): 737-742.)

(责任编辑: 孙艺红)