

未知探测概率下多目标PHD跟踪算法

吴鑫辉, 黄高明, 高俊

(海军工程大学 电子工程学院, 武汉 430033)

摘要: 针对未知探测概率下多目标跟踪问题, 提出一种基于时变滤波算法的多目标概率假设密度(PHD)滤波器. 算法推导了未知探测概率PHD递推式, 提出了将未知探测概率转化为目标的丢失与接收事件, 并依此建立了目标跟踪的马尔科夫模型, 给出了该模型下时变卡尔曼滤波最优解, 进而在高斯混和PHD(GMPHD)框架下推导了算法闭集解. 仿真实验表明, 所提出算法在未知且随时间变化的探测概率情形下, 仍能实时地跟踪各目标, 具有良好的工程应用前景.

关键词: 多目标跟踪; 概率假设密度滤波; 马尔科夫模型; 时变卡尔曼滤波

中图分类号: TP391

文献标志码: A

Multi-target probability hypothesis density filtering with unknown probability of detection

WU Xin-hui, HUANG Gao-ming, GAO Jun

(College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China. Correspondent: WU Xin-hui, E-mail: wuxinhui009@163.com)

Abstract: According to the general problem of unknown detection probability in the probability hypothesis density(PHD) filter, a PHD algorithm based on the time-varying Kalman filter(TVKF) is proposed. Firstly, PHD recursions without the knowledge of the detection probability are derived. Secondly, the measurements of loss events are modeled as Markov processes, and the optimal estimator with missing sensor data samples is given by using time-varying Kalman filter. Furthermore, the closed form solutions are calculated under the framework of the Gaussian sum based probability hypothesis(GMPHD) filter. The simulation results show that the improved algorithm has better performance in terms of state estimation under the unknown detection probability, and has good application prospects.

Key words: multi-target tracking; probability hypothesis density filter; Markov processes; time-varying Kalman filter

0 引言

多目标跟踪是一种从目标量测值和杂波中估计目标个数和目标状态的方法. 在多目标跟踪中, 存在着目标个数未知、探测概率未知、测量误差较大、甚至有对抗性干扰等不利因素, 这对于多目标的有效跟踪是一巨大挑战^[1]. 传统的多目标跟踪算法大都基于数据关联, 需要建立量测与目标的对应关系. 当目标个数较多时, 这些算法都存在着NP难问题. 近年来, Mahler^[2]提出了使用随机有限集(RFS)理论来解决多目标跟踪问题, 算法将复杂的多目标状态空间的运算转化为单目标状态空间内的运算, 有效地避免了多目标跟踪中复杂的数据关联问题, 在保证滤波精度的

同时, 提高了算法的实时性. 目前, 已有的概率假设密度(PHD)滤波算法主要包括: 粒子PHD滤波^[3]、高斯混和PHD滤波^[4]、势化PHD滤波^[5]等, 已在目标跟踪等领域得到了初步应用, 如图像目标跟踪、机动目标跟踪、声纳跟踪、微弱信号检测^[6-7]等.

标准PHD滤波的多目标测量模型是基于探测模式的, 该类算法都假定探测概率已知且恒定. 然而在实际应用中, 由于目标飞离传感器探测区域或者受到环境噪声的影响, 探测概率随时间而动态变化. 当实际的探测概率与先验探测概率不相符时, 由于目标强度和杂波强度都要经过探测概率筛选, PHD校正递推公式将计算出错误的目标权重值, 导致一些真实目

收稿日期: 2012-10-08; 修回日期: 2013-03-01.

基金项目: 国家863计划项目(2010AA7010422, 2011AA7014061); 国家自然科学基金项目(60901069); 中国博士后科学基金项目(200902671).

作者简介: 吴鑫辉(1986-), 男, 博士生, 从事目标探测与跟踪、信号处理的研究; 黄高明(1972-), 男, 教授, 博士生导师, 从事雷达/电子战信号处理、盲信号处理、无源探测等研究.

标丢失或一些杂波值被误认为目标值,这对跟踪性能有较大的影响^[8].最近, Mahler 等^[9]提出了一种基于 Beta 高斯混合 PHD (Beta_GMPHD) 算法,该算法使用 Beta 函数来描述探测概率分布,在滤波过程中自适应地估计未知探测概率.然而,当探测概率值随时间变化时,该算法所估计的探测概率将存在着一定延迟,从而导致滤波精度下降^[10].

在实际应用中,目标的未知探测概率跟踪问题可等价于测量值丢失情形下目标跟踪问题,探测概率的大小可直观地表现为一段时间内测量值丢失个数的多少,该特性可应用于 PHD 多目标跟踪中.目前,目标测量值丢失情形下滤波问题的解决方法主要有两种:1) 随机参数法,将测量模型转化为伯努利比特 0 与 1,然而该方法中比特参数的选择需要先验信息;2) 马尔科夫时变滤波算法,使用马尔科夫跳跃参数来描述测量系统的不确定性,并采用时变滤波算法估计系统状态. Costa^[11] 使用马尔科夫跳跃线性系统来描述测量值丢失过程,并提出了一种次优时变滤波估计器; Smith^[12] 利用 Riccati 方程逼近马尔科夫转移概率已知情形下的最优解; Moaydi 等^[13] 综合考虑了测量数据的延迟、丢失、弃包等情况,给出了一种基于迂回马尔科夫模型的自适应时变卡尔曼滤波算法.然而,以上算法都只针对传感器网络中数据丢失的情形,且假定测量值和估计值已一一关联上.在实际的多目标跟踪中,存在着杂波值,多目标的出现和消失未知,目标状态和测量值未关联等问题,因此需要进一步的研究以解决上述问题.

本文提出一种新的不需探测概率的 PHD 跟踪算法,即时变卡尔曼 PHD 滤波 (TV-PHD) 算法.为解决未知探测概率问题,首先推导出未知探测概率下 PHD 的递推公式,并提出在 PHD 滤波过程中使用时变卡尔曼滤波 (TVKF) 思想,将未知探测概率转化为不完全测量下多目标跟踪问题;然后,在 GMPHD 滤波框架下,对时变滤波所得的高斯分量进行标记以区分是否接收到测量值,并根据目标是否接收到测量值两种情况,给出两种权重值更新函数.仿真结果表明,与 Beta_GMPHD 算法相比,该算法能更准确地估计未知且时变的探测概率情形下多目标的个数和状态.

1 未知探测概率下 PHD 递推公式推导

假定在时刻 k 存在着 $N(k)$ 个目标状态 $\{\mathbf{x}_{k,1}, \dots, \mathbf{x}_{k,N(k)}\} \in \mathcal{X}$, $M(k)$ 个观测值 $\{z_{k,1}, \dots, z_{k,M(k)}\} \in \mathcal{Z}$, 其中由于杂波的存在,目标个数 $N(k)$ 和观测个数 $M(k)$ 可能不相等.各个目标的出现和消失是随机的,其运动方程和观测方程满足下式:

$$\begin{cases} x_{k,i} = f(x_{k-1,i}) + w_k, & i \in N(k); \\ z_{k,i} = g(x_{k,i}) + v_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $f(\cdot)$ 为状态转移方程, $g(\cdot)$ 为观测方程, w_k 和 v_k 是相互独立的高斯噪声.由于在各个时刻 k , 探测概率 β_k 与目标状态 \mathbf{x}_k 相互独立,扩展状态转移函数和扩展观测函数满足

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_k, \beta_k | \mathbf{x}_{k-1}, \beta_{k-1}) &= f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) f(\beta_k | \beta_{k-1}), \\ g(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \beta_k) &= g(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) g(\beta_k | \beta_k). \end{aligned} \quad (2)$$

将式 (2) 代入标准 PHD 预测公式中^[2], 可得扩展向量 (\mathbf{x}_k, β_k) 的预测强度为

$$\begin{aligned} D_{k|k-1}(\mathbf{x}, \beta) &= \\ \gamma_{k|k-1}(\mathbf{x}, \beta) &+ \int \int p_{s,k} D_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \beta_{k-1}) \times \\ &f(\mathbf{x}_k, \beta_k | \mathbf{x}_{k-1}, \beta_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} d\beta_{k-1} = \\ \gamma_{k|k-1}(\mathbf{x}, \beta) &+ \int \int p_{s,k} D_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \beta_{k-1}) \times \\ &f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) f(\beta_k | \beta_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} d\beta_{k-1}. \end{aligned} \quad (3)$$

因为式 (2) 中 $g(\mathbf{z}_k | \beta_k)$ 是未知的,所以不能直接得出扩展向量 PHD 更新方程.此时,可以使用时变滤波算法的思想,即根据是否接收到测量值来进行测量步骤更新^[10-12].在时刻 k , 以标志 l 代表传感器是否接收到目标测量值: $l = 1$ 表示接收到测量值,探测概率 $\beta_k = 1$; $l = 0$ 表示未接收到测量值,探测概率 $\beta_k = 0$.则目标的探测方程可表示为

$$g(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \beta_k) = \begin{cases} g(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k), & l = 1; \\ 0, & l = 0. \end{cases} \quad (4)$$

将式 (4) 代入标准 PHD 更新公式^[2], 可得

$$\begin{aligned} D_{k|k}(\mathbf{x}, \beta) &= \\ \begin{cases} \sum_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}_k} \frac{g(\mathbf{z}_k, \mathbf{x}_k) D_{k|k-1}(\mathbf{x}_k, 1)}{\kappa_k(\mathbf{z}_k) + \langle g(\mathbf{z}_k, \mathbf{x}_k), D_{k|k-1}(\mathbf{x}_k, 1) \rangle}, & l = 1; \\ D_{k|k-1}(\mathbf{x}_k, 0), & l = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\langle f(\cdot), g(\cdot) \rangle = \int f(\cdot) g(\cdot) dx$. 式 (3) 和 (5) 组成了未知探测概率下 PHD 递推公式.

判断传感器是否接收到某个目标的测量值,即 l 是否为 1, 可用距离关联或概率关联^[10]等方法得出,即

$$\begin{aligned} d(\mathbf{x} | \mathbf{Z}) &= (\mathbf{z}_i - \mathbf{G}\mathbf{x})^T (\mathbf{G}\mathbf{P}_i \mathbf{G}^T + \mathbf{W})^{-1} (\mathbf{z}_i - \mathbf{G}\mathbf{x}), \\ \mathbf{z}_i &\in \mathbf{Z}. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $d(\mathbf{x} | \mathbf{Z})$ 为测量值与观测值的距离函数, 矩阵 \mathbf{G} 为观测方程 $g(\cdot)$ 的雅克比矩阵, \mathbf{P}_i 为滤波误差协方差, \mathbf{W} 为噪声方差.当距离函数小于某一门限值时,说明该目标的测量值存在,即 $l = 1$, 反之 $l = 0$.

2 基于时变滤波的多目标跟踪算法

未知探测概率 PHD 递推式 (3) 和 (5) 一般不存在

闭集解. 本文依据时变滤波思想, 将未知探测概率事件建模为马尔科夫模型, 推导出在马尔科夫模型下多目标时变滤波的闭集解, 并对时变滤波中目标权重值衰减函数进行分析.

2.1 不完全测量下时变卡尔曼滤波算法

如果只存在一个目标, 则不完全测量情形下目标状态方程与观测方程可以表示为

$$\begin{cases} x(k) = f(x(k-1)) + w_k, \\ z(k) = C_{\theta(k)}g(x(k)) + v_k. \end{cases} \quad (7)$$

其中: 目标状态向量为 $\mathbf{x}(k)$; 观测向量为 $\mathbf{z}(k)$; $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 分别为状态转移函数与观测函数; w_k 和 v_k 为服从高斯分布的不相关噪声, 其噪声方差矩阵分别为 \mathbf{W} 与 \mathbf{V} . 测量值接收与丢失事件由 $\theta(k) \in \{R, L\}$ 来表示, $C_R = 1$ 且 $C_L = 0$.

假定在时刻 k , 目标接收到测量值集合 $\mathbf{Z} = \{z(0), \dots, z(k)\}$ 和接收事件 $\Theta_k = \{\theta(0), \dots, \theta(k)\}$, 则不完全测量下的最优估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 由代价函数 $\mathbf{J}_z(k)$ 的最小值得到, 即

$$\mathbf{J}_z(k) = E[\|\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)\|^2]. \quad (8)$$

式(8)最优解 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 可以使用时变卡尔曼滤波算法得出^[11], 其预测和滤波方程为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) &= f(\mathbf{x}(k-1)), \\ \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + L(k)[z(k) - \\ &C_{\theta(k)}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)]. \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)中时变滤波增益值 $L(k)$ 由以下各式递推而得:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k|k-1) &= \mathbf{F}^T \mathbf{P}(k-1|k-1) \mathbf{F} + \mathbf{W}, \\ L(k) &= \mathbf{P}(k|k-1) C_{\theta(k)}^T \times \\ &[C_{\theta(k)} \mathbf{P}(k|k-1) C_{\theta(k)}^T + \mathbf{V}]^{-1}, \\ \mathbf{P}(k|k) &= \mathbf{P}(k|k-1) - L(k) \times \\ &[C_{\theta(k)} \mathbf{P}(k|k-1) C_{\theta(k)}^T + \mathbf{V}] L(k)^T. \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $\mathbf{P}(k|k)$ 和 $\mathbf{P}(k|k-1)$ 分别为误差协方差和预测误差协方差, 矩阵 \mathbf{F} 为状态转移方程的雅克比矩阵, 矩阵 \mathbf{W} 和 \mathbf{V} 分别为过程噪声方差和观测噪声方差. 式(9)和(10)构成了单目标时变滤波递推公式. 时变卡尔曼滤波的思想是: 如果传感器接收到目标测量值, 则使用测量值对目标状态进行滤波; 如果没有接收到测量值, 则使用一步预测值来代替卡尔曼滤波值.

2.2 多目标 TV_GMPHD 跟踪算法

在2.1小节中推导了未知探测概率下单目标滤波算法, 即假定观测值和目标值已经一一关联, 这不符合多目标跟踪情形. 为解决多目标不完全量测跟踪问题, 本节将单目标时变卡尔曼滤波算法扩展到多目标时变卡尔曼跟踪(TV_GMPHD)算法. 假定多目标在时刻 k 的第 i 个高斯分量表示为 $(w_{k|k}^i, \mathbf{x}_{k|k}^i,$

$\mathbf{P}_{k|k}^i, l_{k|k}^i)$. 其中: $w_{k|k}^i$ 为权重值, $\mathbf{x}_{k|k}^i$ 为均值, $\mathbf{P}_{k|k}^i$ 为方差, $l_{k|k}^i$ 为轨迹标签. 不同于标准GMPHD滤波算法, 轨迹标签 $l_{k|k}^i$ 用于标记是否有测量值, 可用来表示接收事件 $\theta(k)$.

1) 初始步骤.

初始PHD由高斯混合分量组成, 即

$$D_{0|0}(x) = \sum_{i=1}^{n_{0|0}} w_{0|0}^i N(\mathbf{x}; \mathbf{x}_{0|0}^i, \mathbf{P}_{0|0}^i), \quad (11)$$

其目标个数为 $N_{0|0} = \sum_{i=1}^{n_{0|0}} w_{0|0}^i$. 每个高斯分量 $(w_{0|0}^i, \mathbf{x}_{0|0}^i, \mathbf{P}_{0|0}^i)$ 都分配了一个标签 $l_{0|0}^i$, 在跟踪过程中标签跟随各个高斯分量进行演化. 各高斯分量的初始标签值为

$$L_{0|0} = \{l_{0|0}^1, \dots, l_{0|0}^{n_{0|0}}\}. \quad (12)$$

标签 $l_{0|0}^i$ 用来表示目标 i 是否有测量值, 初始标签值设为 $l_{0|0}^i = 1$.

2) 预测步骤.

假定时刻 $k-1$ 的先验高斯分量为

$$D_{k-1|k-1}(x|Z^{k-1}) = \sum_{i=1}^{n_{k-1|k-1}} w_{k-1|k-1}^i N(x; m_{k-1|k-1}^i, P_{k-1|k-1}^i). \quad (13)$$

以 $b_k = \sum_{i=1}^{n_{b,k}} w_{k,b}^i N(x; m_{k,b}^i, P_{k,b}^i)$ 表示新生目标强度, 则由PHD递推公式(4)易得预测强度 $D_{k|k-1}(x)$ 也为高斯混合形式, 即

$$\begin{aligned} D_{k|k-1}(x|Z^{k-1}) &= \underbrace{\sum_{i=1}^{n_{b,k}} w_{k,b}^i N(x; m_{k,b}^i, P_{k,b}^i)}_{\text{现有目标}} + \\ &\underbrace{\sum_{i=1}^{n_{k-1|k-1}} w_{k-1|k-1}^i N(x; m_{k-1|k-1}^i, P_{k-1|k-1}^i)}_{\text{新生目标}} + \\ &\underbrace{\sum_{i=1}^{n_{k-1|k-1}} \sum_{j=1}^{s_k} w_{k-1|k-1}^i w_{s,k}^j N(x; m_{k-1|k-1}^{i,j}, P_{k-1|k-1}^{i,j})}_{\text{衍生目标}} = \\ &\sum_{i=1}^{n_{k|k-1}} w_{k|k-1}^i N(x; m_{k|k-1}^i, P_{k|k-1}^i), \end{aligned} \quad (14)$$

其中权重值 $w_{k|k-1}^i = w_{k-1|k-1}^i$. 预测值 $m_{k|k-1}^i$ 和预测协方差 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 由时变滤波式(9)和(10)得到, 即

$$\begin{aligned} m_{k|k-1}^i &= f(m_{k-1|k-1}^i), \\ \mathbf{P}(k|k-1) &= \mathbf{F}^T \mathbf{P}(k-1|k-1) \mathbf{F} + \mathbf{V}. \end{aligned} \quad (15)$$

轨迹标签 $L_{k|k-1}$ 中对于现有目标的轨迹标签不变, 对于新生目标与衍生目标需要分配一个新的初始轨迹

标签 $L_{k|k-1}^{\text{birth}} = L_{k|k-1}^{\text{spawn}} = 1$, 且

$$L_{k|k-1} = L_{k|k-1}^{\text{birth}} \cup L_{k|k-1}^{\text{prior}} \cup L_{k|k-1}^{\text{spawn}}.$$

3) 更新步骤.

在对预测强度 $D_{k|k-1}(\mathbf{x})$ 进行测量值更新前, 首先对各个高斯分量进行测量值预关联. 如果某高斯分量测量值存在, 则标签 $l_{k|k}^i = 1$, 否则标签 $l_{k|k}^i = 0$. 测量值与预测状态关联方法可以通过式 (6) 得到, 即

$$\begin{aligned} d(\mathbf{m}_{k|k-1}^i | \mathbf{Z}) = & (\mathbf{z}_i - \mathbf{G}\mathbf{m}_{k|k-1}^i)^{\text{T}}(\mathbf{G}\mathbf{P}_i\mathbf{G}^{\text{T}} + \mathbf{W})^{-1} \times \\ & (\mathbf{z}_i - \mathbf{G}\mathbf{m}_{k|k-1}^i), \quad \mathbf{z}_i \in \mathbf{Z}. \end{aligned} \quad (16)$$

如果 $d(\mathbf{m}_{k|k-1}^i | \mathbf{Z})$ 小于预定门限值, 则表示该高斯预测值 $\mathbf{m}_{k|k-1}^i$ 有测量值, 即 $l_{k|k}^i = 1$.

根据未知探测概率下 PHD 后验强度公式 (5), 可得各高斯分量的后验强度形式为

$$D_{k|k}(\mathbf{x} | \mathbf{Z}) = \sum_{z \in \mathbf{Z}} \sum_{i=1}^{n_{k|k-1}} w_k^i(z) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k}^i(z), \mathbf{P}_{k|k}^i). \quad (17)$$

不同于标准 PHD 强度更新公式^[3], 式 (17) 缺少了测量值丢失时后验强度 $(1 - \beta_k)D_{k|k-1}$, 这是由于时变算法在滤波过程中已考虑了测量值丢失和未丢失事件, 从而避免了在更新步骤中使用未知探测概率 β_k . 后验高斯分量 $\mathbf{m}_{k|k}^i(z)$ 、 $\mathbf{P}_{k|k}^i$ 和卡尔曼增益 $L_{k|k}^i$ 分别由式 (10) 得出, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{k|k}^i &= \mathbf{m}_{k|k-1}^i + L_{k|k}^i(\mathbf{z}_j - \mathbf{G}\mathbf{m}_{k|k-1}^i), \\ \mathbf{P}_{k|k}^i &= \mathbf{P}_{k|k-1}^i - L_{k|k}^i[l_{k|k}^i \mathbf{P}_{k|k-1}^i (l_{k|k}^i)^{\text{T}} + \mathbf{V}](L_{k|k}^i)^{\text{T}}, \\ L_{k|k}^i &= \mathbf{P}_{k|k-1}^i (l_{k|k}^i)^{\text{T}} [l_{k|k}^i \mathbf{P}_{k|k-1}^i (l_{k|k}^i)^{\text{T}} + \mathbf{V}]^{-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

由式 (18) 可知, 当测量值丢失时, 目标估计值 $\mathbf{m}_{k|k}^i$ 等于一步预测值 $\mathbf{m}_{k|k-1}^i$. 各高斯分量的权重值 $w_{k|k}^i$ 分为两类: 一类为测量值未丢失 $l_{k|k}^i = 1$ 的高斯分量, 一类为测量值丢失 $l_{k|k}^i = 0$ 的高斯分量. 对于 $l_{k|k}^i = 1$ 的高斯分量, 探测概率值为 $\beta = 1$, 将其代入文献 [5] 中标准权重值公式, 可得

$$w_{R,k|k}^i = \frac{w_{k|k-1}^i \cdot N(\mathbf{z}; \mathbf{G}_s \mathbf{m}_{k|k-1}^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i)}{\lambda_C(\mathbf{z}) + \sum_{e=1}^{n_{k|k-1}} w_{k|k-1}^e N(\mathbf{z}; \mathbf{G}_s \mathbf{m}_{k|k-1}^e, \mathbf{P}_{k|k-1}^e)}. \quad (19)$$

其中: $n_{k|k-1}$ 为具有测量值的高斯分量总个数, $\lambda_C(\mathbf{z})$ 为杂波强度. 对于 $l_{k|k}^i = 0$ 的高斯分量, 探测概率 $\beta = 0$, 如果直接将其代入标准权重值公式中, 则权重值计算结果为 $w_{k|k}^i = 0$. 由于其权重值小于权重门限值, 标准 PHD 滤波器认为该目标已消失并将其从目标轨迹中剔除, 即使后续时刻再次接收到目标测量值, 也无法继续跟踪上该目标. 针对这种情况, 可对

$l_{k|k}^i = 0$ 的高斯分量的权重值做衰减处理, 即令

$$w_{L,k|k}^i = \ell(w_{k|k-1}^i), \quad (20)$$

其中 $\ell(\cdot)$ 为一个衰减函数. 实际工程中, 可以根据最大容忍丢失时间长度 τ 设置衰减函数. 如果最大容忍丢失时间长度 τ 较大, 则衰减函数随时间衰减较缓慢; 如果时间 τ 较小, 则衰减速度加快. 衰减函数 $\ell(\cdot)$ 可以根据实际情况进行设置, 本文将在 2.3 节中对不同衰减函数进行分析与比较.

4) 高斯分量的合并与删除.

PHD 预测步骤中假定新生目标和衍生目标存在, 则由式 (14) 可知, 高斯分量个数将随时间的推移而不断增加, 需要对高斯分量进行裁剪和合并以减轻计算量. 假定 PHD 后验强度为 $(\mathbf{w}_{k|k}^i, \mathbf{x}_{k|k}^i, \mathbf{P}_{k|k}^i, l_{k|k}^i)$, \mathbf{V}_0 等^[5]提出了使用高斯分量合并距离, 即

$$d_{i,j} = (\mathbf{x}_{k|k}^i - \mathbf{x}_{k|k}^j)^{\text{T}}(\mathbf{P}_{k|k}^i)^{-1}(\mathbf{x}_{k|k}^i - \mathbf{x}_{k|k}^j). \quad (21)$$

如果距离 $d_{i,j}$ 很小, 则这两高斯分量 $(\mathbf{w}_{k|k}^i, \mathbf{x}_{k|k}^i, \mathbf{P}_{k|k}^i, l_{k|k}^i)$ 和 $(\mathbf{w}_{k|k}^j, \mathbf{x}_{k|k}^j, \mathbf{P}_{k|k}^j, l_{k|k}^j)$ 可以合并成一个高斯分量 $(\mathbf{w}_{k|k}^m, \mathbf{x}_{k|k}^m, \mathbf{P}_{k|k}^m, l_{k|k}^m)$, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{k|k}^m &= \mathbf{w}_{k|k}^i + \mathbf{w}_{k|k}^j, \\ \mathbf{x}_{k|k}^m &= (\mathbf{w}_{k|k}^i \mathbf{x}_{k|k}^i + \mathbf{w}_{k|k}^j \mathbf{x}_{k|k}^j) / (\mathbf{w}_{k|k}^i + \mathbf{w}_{k|k}^j), \\ \mathbf{P}_{k|k}^m &= (\mathbf{w}_{k|k}^i \mathbf{P}_{k|k}^i + \mathbf{w}_{k|k}^j \mathbf{P}_{k|k}^j) / (\mathbf{w}_{k|k}^i + \mathbf{w}_{k|k}^j) + \\ & (\mathbf{x}_{k|k}^i - \mathbf{x}_{k|k}^j)(\mathbf{x}_{k|k}^i - \mathbf{x}_{k|k}^j)^{\text{T}}. \end{aligned} \quad (22)$$

合并高斯分量标签 $l_{k|k}^m$ 与最大权重值所对应的高斯分量标签相同. 如果高斯分量的权重值小于下限门限值, 则可将该高斯分量从高斯混合集合中删除.

2.3 权重值衰减函数模型

在 TV_GMPHD 算法中, 权重值衰减函数 (20) 未知. 假定传感器接收到目标测量值的事件为 \mathbf{R} , 未接收到测量值的事件为 \mathbf{L} , 则权重值衰减函数的特点应为: $w_{L,k|k}^i$ 随事件 \mathbf{L} 的发生而逐渐衰减, 随事件 \mathbf{R} 的发生而逐渐递增, 并且衰减的速率与最大丢失时间 τ 有关. 权重值 $w_{L,k|k}^i$ 的衰减过程可以使用马尔科夫链来表示, 其马尔科夫转移概率为 α , 如果测量值丢失持续时间 τ 值设定较小, 则 α 随时间衰减加快; 反之, 如果时间 τ 值较大, 则 α 随时间衰减较缓慢.

马尔科夫转移概率 α 随时间变化可由 Fermi 函数近似描述为

$$\alpha(t) = p_0 \frac{1 + \exp(-b/a)}{1 + \exp((t-b)/a)}. \quad (23)$$

其中: p_0 为初始权重值, a 和 b 为 Fermi 函数衰减参数, t 为衰减时间. 图 1 给出了不同时刻初始权重值 w_0 随 Fermi 函数衰减的示意, 其中指数衰减函数为

$$\beta(k) = p_0 \exp(-t/a). \quad (24)$$

可见, Fermi 函数在事件 \mathbf{L} 发生初始阶段, 探测概率衰

减较为缓慢,而在连续5次丢失测量值后,探测概率值迅速衰减至接近于0.而指数衰减函数在整个丢失时间内衰减较为缓慢,因此,Fermi函数比指数函数更能反映权重值随丢失事件而衰减的规律.

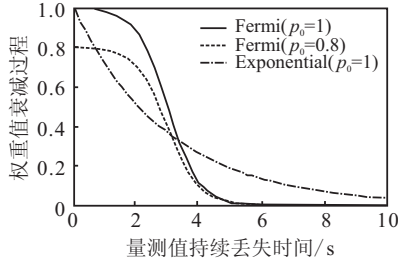


图1 权重值随测量值丢失持续时间衰减过程

测量值丢失持续时间内,权重值变化与马尔科夫转移概率 α 的关系为

$$w_{L,k|k}^i = \alpha(t). \quad (25)$$

测量值连续丢失时间 t 可由目标标签集合 $\{U_1^i, \dots, U_k^i\}$ 得出.如果目标测量值在下一时刻未丢失,则按式(19)计算权重值.

3 仿真与分析

下面通过模拟真实二维空间的3个变速率转弯目标运动情况来验证本文算法的性能,并与文献[5]和文献[7]中算法进行比较.假设目标在二维平面监控区域 $[-1000, 1000] \text{ m} \times [-1000, 1000] \text{ m}$ 内,监控区域内总共有3个目标,分别为目标1和目标2以及衍生目标3,目标状态和起始时间如表1所示.

表1 各目标状态及起始时间

目标	起始时间/s	结束时间/s	目标初始状态
目标1	1	400	[0; 100; -500; 300]
目标2	1	390	[-400; 100; 400; -200]
衍生目标	35	390	[37.6; 8.0; -317.5; 2.0]

假定新生目标符合泊松分布,其强度为 $\nu_\gamma(\mathbf{x}) = 0.1N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_\gamma^1, \mathbf{P}_\gamma) + 0.1N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_\gamma^2, \mathbf{P}_\gamma)$.其中: $\mathbf{m}_\gamma^1 = [10; 0; -500; 0]$, $\mathbf{m}_\gamma^2 = [-410; 0; 400; 0]$, $\mathbf{P}_\gamma = \text{diag}[100, 50, 100, 50]$.衍生目标也符合泊松分布,其强度为 $D_\beta(\mathbf{x}) = 0.1N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_\beta, \mathbf{P}_\beta)$,方差 $\mathbf{P}_\beta = \text{diag}[25, 10, 25, 10]$.杂波均匀分布于观测区域,杂波强度 $\lambda_k = 20$.探测概率 p_D 非恒定并随时间变化,如图2所示.图3为各目标运动轨迹示意图,以小方框表示各目标的起始位置,以小圆圈表示各目标的结束位置.

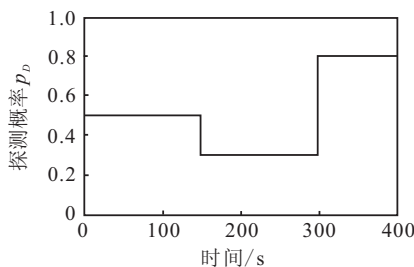


图2 探测概率变化

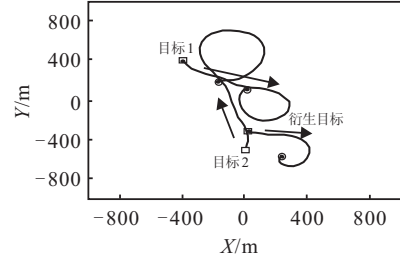


图3 目标运动轨迹图

假定传感器位置为 $\mathbf{s} = [x_n^o; y_n^o]$,目标在 k 时刻转弯速率为 $w_{k,n-1}$.转弯速率 $w_{k,n} = w_{k,n-1} + \bar{w}_{k,n}$, $\bar{w}_{k,n}$ 为一个满足高斯分布的随机值.目标的运动模型和观测模型为

$$\mathbf{x}_{k+1,n} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin w_{k,n-1} \Delta T}{w_{k,n-1}} & 0 & -\frac{1 - \cos w_{k,n-1} \Delta T}{w_{k,n-1}} \\ 0 & \cos w_{k,n-1} \Delta T & 0 & -\sin w_{k,n-1} \Delta T \\ 0 & \frac{1 - \cos w_{k,n-1} \Delta T}{w_{k,n-1}} & 1 & \frac{\sin w_{k,n-1} \Delta T}{w_{k,n-1}} \\ 0 & \sin w_{k,n-1} \Delta T & 0 & \cos w_{k,n-1} \Delta T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\Delta T^2}{2} & 0 \\ \Delta T & 0 \\ 0 & \frac{\Delta T^2}{2} \\ 0 & \Delta T \end{bmatrix} \mathbf{v}_{k,n},$$

$$\mathbf{y}_n = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \left(\frac{x_{k,n} - x_n^o}{y_{k,n} - y_n^o} \right) \\ \sqrt{(x_{k,n} - x_n^o)^2 + (y_{k,n} - y_n^o)^2} \end{bmatrix} + \mathbf{b}_n.$$

其中: $\mathbf{v}_{k,n}$ 为目标运动噪声, \mathbf{b}_n 为观测噪声.TV_GMPHD算法中假定初始探测概率 $p_0 = 1$,Fermi函数系数 $a = 0.5$, $b = 3$,即连续5次都未收到测量值,目标权重值将衰减至近似0.图4~图9给出了原始GMPHD算法、Beta_GMPHD算法和TV_GMPHD算法的跟踪效果.其中:“-”代表目标实际运动轨迹,“*”代表接收到的测量值,“x”代表杂波值,“o”代表目标估计值.

图4和图5给出了标准GMPHD算法在未知探测概率下目标跟踪效果,可见初始阶段由于假定探测概率与真实探测概率相同,其跟踪效果较好.然而,当进入 $P_D = 0.3$ 阶段,由于探测概率较低且未知,各目标的权重值将迅速衰减,导致后续时刻无法跟踪上目标.图6和图7给出了Beta_GMPHD时变滤波算法跟踪效果,由于该算法使用Beta分布来自适应地估计探测概率,基本能跟踪上目标.然而,当探测概率发生变化时,如时刻1~10,150~180等,该算法需要一定时间累积才能正确地估计探测概率,因此将丢失一些目标.图8和图9给出了TV_GMPHD算法跟踪效果,因为不需要估计探测概率,对具有测量

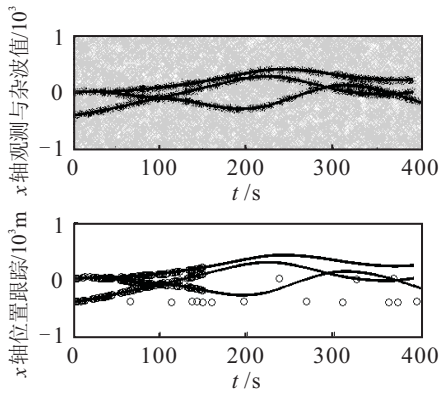


图4 GMPHD算法x轴观测值与估计值

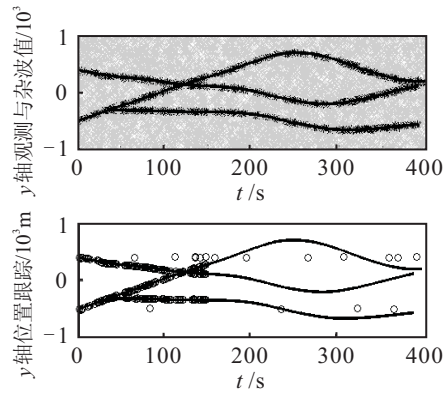


图5 GMPHD算法y轴观测值与估计值

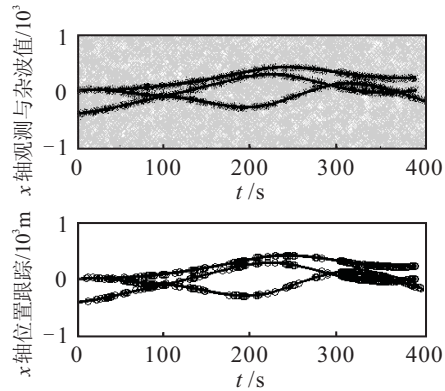


图6 Beta_GMPHD算法x轴观测值与估计值

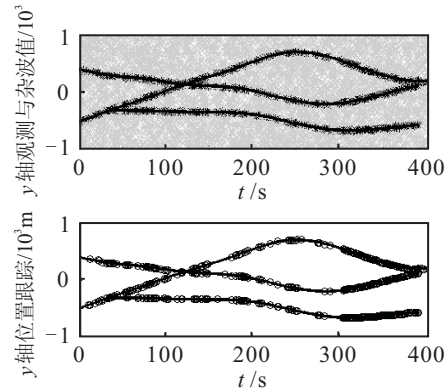


图7 Beta_GMPHD算法y轴观测值与估计值

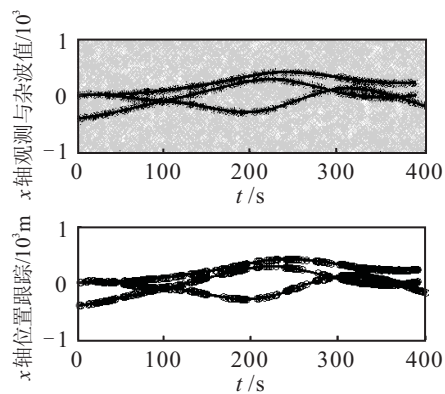


图8 TV_GMPHD算法x轴观测值与估计值

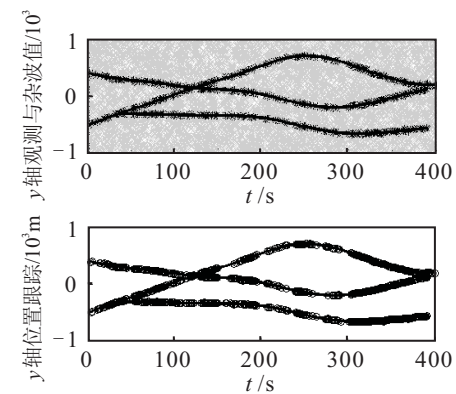


图9 TV_GMPHD算法y轴观测值与估计值

值的高斯分量进行正常PHD滤波,而丢失测量值的高斯分量采用Fermi函数来衰减目标权重值,所以算法能较好地跟踪各目标,目标估计个数准确率高于Beta_GMPHD算法。

表2给出了两种算法性能对比情况。其中,跟踪正确率的计算方法是:算法能正确跟踪目标的时刻总数除以接收站接收到的测量值时刻总数。OSPA距离的计算公式为^[12]

$$\bar{d}_p^c(X, Y) = \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^c(x_i, y_{\pi(i)})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{1/p}.$$

其中: X 和 Y 为两个随机集合, $d^c(x_i, y_{\pi(i)})$ 为两集合

各元素的距离, n 和 m 分别代表两个集合的维数, 参数 p 为距离的阶数, 仿真时设置为 $p=2, c=70$ 。

表2 多目标跟踪性能对比

算法	标准 GMPHD	Beta_GMPHD	TV_GMPHD
正确率/%	28.5	53.2	79.5
计算量/s	6.57	6.78	7.01
OSPA 平均距离/m	54.32	40.12	24.26

由表2可知: TV_GMPHD算法较好地解决了未知探测概率下目标估计问题,在接收站接收到测量值的79.5%时刻都能跟踪上目标; Beta_GMPHD算法由于需要自适应地估计探测概率,其跟踪正确率只有53.2%; TV_GMPHD算法所需时间略高于Beta_

GMPHD算法,但TV_GMPHD算法的OSPA平均距离远小于Beta_GMPHD算法.表2还表明3种算法所需的计算时间比较接近:标准GMPHD算法耗费时间最少;Beta_GMPHD算法需要额外估计Beta分布参数,因此算法复杂度比标准GMPHD算法略高;TV_GMPHD算法需预关联测量值,耗费时间最多,但如果监测区域中实际目标个数较少时,其预关联计算量将非常少.

4 结 论

本文以PHD多目标滤波算法为基础,提出了一种TV_GMPHD算法来解决未知探测概率下多目标跟踪问题.算法将未知探测概率问题转化为不完全测量的多目标跟踪问题,给出了PHD时变滤波递推式;为推导TV_GMPHD闭集解,在滤波过程中对各目标观测值进行预关联,从而可以使用时变滤波算法估计各目标状态值,并提出了使用Femri函数来计算测量值丢失情形下高斯分量权重值.与Beta_GMPHD算法相比,该算法无需估计探测概率密度函数,因此避免了估计时变探测概率所产生的跟踪延迟.仿真实验表明,本文提出的TV_GMPHD算法能有效地解决未知探测概率下多目标跟踪问题,比Beta_GMPHD算法提高了目标个数估计正确率.

参考文献(References)

- [1] 周卫兵,张鹤冰,吉宇人.基于SMC-CPHD的多目标跟踪算法研究[J].宇航学报,2012,33(4):443-450.
(Zhou W B, Zhang H B, Ji Y R. Multi-target tracking algorithm based on SMC-PHD filter[J]. J of Astronautics, 2012, 33(4): 443-450.)
- [2] Mahler R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [3] Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224-1244.
- [4] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal

- Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [5] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(7): 3553-3567.
- [6] 林再平,周一宇,安玮.改进的概率假设密度滤波多目标检测前跟踪算法[J].红外与毫米波学,2012,31(5): 475-480.
(Lin Z P, Zhou Y Y, An W. Improved multitarget track-before-detect using probability hypothesis density filter[J]. J of Infrared Millim Wave, 2012, 31(5): 475-480.)
- [7] 周承兴,刘贵喜.未知测量噪声分布下的多目标跟踪算法[J].航空学报,2010,31(11):2228-2235.
(Zhou C X, Liu G X. A multi-target tracking algorithm under unknown measurement noise distribution[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(11): 2228-2235.)
- [8] 吉楠,董福安,杨珺,等.PHD多目标跟踪算法及参数影响分析[J].电光与控制,2009,31(5):75-81.
(Ji N, Dong F A, Yang J, et al. PHD multi-target tracking algorithm and parameter influence analysis[J]. Electronics Optics & Control, 2009, 31(5): 75-81.)
- [9] Mahler R, Vo B T, Vo B N. CPHD filtering with unknown clutter rate and detection profile[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(8): 3497-3513.
- [10] Mahler R, Fallah A. CPHD filtering with unknown probability of detection[C]. Processing of SPIE. Orlando, 2010(5): 156-160.
- [11] Costa O. Stationary filter for linear minimum mean square error estimator of discrete-time markovian jump systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(8): 1351-1356.
- [12] Smith S, Seiler P. Estimation with lossy measurements: Jump estimators for jump systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(12): 2163-2171.
- [13] Moaydi M, Yung K F, Yeng C S. Adaptive Kalman filtering in networked systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and missing measurements[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(3): 1577-1588.

(责任编辑:李君玲)