

## 需求和回收品均随机的制造-再制造系统生产控制

娄山佐, 田新诚

(山东大学控制科学与工程学院, 济南 250061)

**摘要:** 需求及回收品数量和时间的不确定性, 导致制造-再制造系统的库存管理非常困难. 为控制库存尽可能位于某一合理区间内, 在假设库存水平变化由无负跳跃Lévy过程描述条件下, 利用更新过程和鞅理论, 构建了系统期望折扣总费用模型, 并采用交叉熵法确定最优的生产速率和调整阈值. 最后, 通过仿真实验分析了回收品、需求和系统参数对最优控制策略和期望折扣费用的影响.

**关键词:** 再制造; 生产控制; 更新过程; Lévy过程; Kella-Whitt鞅

**中图分类号:** F253.4; N945.12

**文献标志码:** A

## Production control of manufacturing-remanufacturing system with stochastic demand and returns

LOU Shan-zuo, TIAN Xin-cheng

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China. Correspondent: LOU Shan-zuo, E-mail: Lshanzuo@163.com)

**Abstract:** The quantity and timing uncertainties in demand and returns make it difficult to manage the inventory of manufacturing-remanufacturing systems. In order to keep the inventory level between reasonable intervals as much as possible, under the assumption that the inventory level process is expressed as a Lévy process with no negative jumps, the expected total discounted cost model is established by utilizing renewal process and martingale theorems, subsequently the cross-entropy method is applied to obtain the optimal production rates and adjusting threshold. Numerical results are provided to illustrate the effect of returns, demand and system parameters on the optimal control policy and the expected discounted cost.

**Key words:** remanufacturing; production control; renewal process; Lévy process; Kella-Whitt martingale

### 0 引言

再制造是将耗损的耐用产品, 经拆卸分解、整修加工、重新装配、调整测试, 恢复到既经济又可用状态的全生产过程. 它以节约资源、节省能源和保护环境为特色, 是实现可持续发展的主要途径之一. 我国再制造工程的首倡者徐滨士院士指出: “再制品在质量和性能不低于原型新品基础上, 其成本是新制品的50%、节能60%和节材70%”<sup>[1]</sup>. 再制造以回收的耐用品(下称回收品)为原料, 可供使用回收品在数量和时间上的不确定性, 制约了再制造产业的发展<sup>[2]</sup>.

近年来, 许多学者对此进行研究, 取得了不少成果. 概括起来, 主要有以下几种解决方式: 1) 在每期回收品数量为确定的假设下, 利用混合整数线性和非

线性规划法, 研究最优的制造和再制造决策问题<sup>[3-4]</sup>; 2) 在回收品扰动或数量分布函数给定条件下, 基于模糊控制法或随机动态规划法, 研究闭环供应链生产干扰恢复<sup>[5]</sup>或制造-再制造生产决策问题<sup>[6]</sup>、生产与定价控制问题<sup>[7-8]</sup>和制造-再制造库存管理问题<sup>[9-10]</sup>; 3) 在每件回收品到达服从Poisson过程的假设下, 基于排队网络原理, 研究回收品控制<sup>[11]</sup>和再制造过程存储区分配问题<sup>[12-13]</sup>; 4) 在回收品和需求对库存水平的影响, 采用布朗运动(BM)描述条件下, 研究回收品处理和库存控制问题<sup>[14-16]</sup>. 前3种解决方式仅针对回收品单方面(数量或时间)的不确定性, 第4种解决方式将回收品数量和时间不确定性集成到一个随机过程进行描述.

**收稿日期:** 2012-10-16; **修回日期:** 2013-01-27.

**基金项目:** 国家科技重大专项基金项目(2010ZX04001-161); 国家863计划项目(2012AA041307); “泰山学者”建设工程专项经费项目; 济南市高校自主创新计划项目.

**作者简介:** 娄山佐(1964—), 男, 副教授, 博士, 从事随机网络复杂特性分析、生产和库存控制、优化算法等研究; 田新诚(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进制造技术、机电一体化、复杂系统优化和控制等研究.

为更好地分析制造-再制造环境下需求和回收品对系统的影响, 与上述解决方式不同, 本文采用两个随机过程描述它们, 并充分考虑了回收品在数量和时间上的不确定性. 为此, 将它们共同作用下库存水平的动态变化表示为更一般的Lévy过程, 通过有效控制它的特征指数, 解决以下3方面的问题: 1) 研究回收品到达批次和批量变化及不同到达类型对系统的影响; 2) 研究平均需求变化和 demand 波动对系统的影响; 3) 分析系统参数对最优控制策略和费用的影响.

### 1 问题描述

有一制造商除生产某种新制品外, 还将从用户回收的部分产品加工(如整修和更换零件等)成再制品. 假设回收品加工时间忽略不计且再制品质量如同新制品一样, 完成的新制品和再制品均进入库存, 以满足用户需求. 图1给出了制造商的制造-再制造流程.

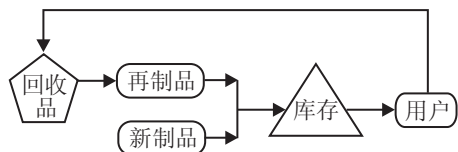


图1 制造商的制造-再制造流程

假设需求  $X(t)$  为漂移和扩散参数分别是  $\mu$  和  $\sigma^2$  的BM; 回收品到达过程  $N(t)$  是参数为  $\lambda$  的复合Poisson过程, 为便于求解, 设每批数量服从参数为  $\nu$  的指数分布. 用户需求和回收品的不确定性, 导致库存水平呈现出随机波动和跳跃状态. 为使库存尽量位于某一合理区间内, 制造商采用生产控制方法如下: 首先, 制造商根据需求和回收品到达情况, 确定生产速率  $k_1$ , 在生产过程中若库存为0, 则需求丢失, 造成短缺费用. 然后, 当库存到达或超出预先给定水平  $S$  时, 为减少过高的库存费用, 制造商将生产速率降为  $k_2$ , 此时, 引发生产调整费用  $r_1$ . 最后, 当库存到达某一水平  $s (s < S)$  时, 为防止发生较高的短缺费用, 制造商将生产速率又恢复到  $k_1$ , 此时, 引发生产调整费用  $r_2$ . 试确定  $k_1$ 、 $s$  和  $k_2$ , 使制造商的期望折扣总费用最小.

### 2 库存水平过程及费用函数模型的构建

由问题描述可知, 若选择每次库存从上述到达水平  $s$  作为起始点, 则库存水平的变化是一个更新过程. 为便于分析, 将一次循环分为两个阶段: 1) 库存水平从更新点  $s$  开始, 到达或超出预先给定水平  $S$ ; 2) 库存从第1阶段结束开始, 到再次回到水平  $s$  为止. 图2给出了一次循环库存水平典型的样本路径.

显然, 库存水平的随机动态变化, 是由生产、需求和回收品服从的独立随机过程(即线性漂移、BM和复合Poisson过程)共同决定的, 因此, 它可采用一个

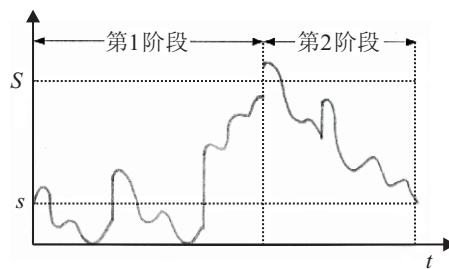


图2 一次循环库存水平典型的样本路径

无负跳跃的Lévy过程  $V(t) = kt + N(t) - X(t)$  描述, 这里假设  $N(0) = 0$  和  $X(0) = 0$ .

对于第1阶段, 库存从水平  $s$  开始, 为避免需求未满足库存为负的, 将该阶段库存水平的动态变化表示为在0点反射的Lévy过程, 即  $W_1(t) = s + V_1(t) + L(t)$ , 这里  $V_1(t) = k_1t + N(t) - X(t)$ ,  $L(t) = -\min_{0 \leq \eta \leq t} [s + V_1(\eta)]^-$  为局部时间过程. 由于BM运行路径为连续的, 故第1阶段结束有两种情况, 一是生产和需求作用下库存到达给定水平  $S$ ; 二是回收品到达引起库存超出水平  $S$ , 所以, 第1阶段运行时间  $\tau_1 = \inf\{t > 0 : W_1(t) \geq S\}$ .

对于第2阶段, 为便于说明, 假设计时从第1阶段结束开始. 该阶段库存水平动态变化过程可表示为  $W_2(t) = W_2(0) + V_2(t)$ , 这里  $W_2(0) = W_1(\tau_1)$  是一个随机变量,  $V_2(t) = k_2t + N(t) - X(t)$ . 第2阶段库存从  $W_2(0)$  开始, 直到到达水平  $s$  为止, 运行时间为  $\tau_2 = \inf\{t > 0 : W_2(t) = s\}$ .

因此在一次循环时间  $[0, \tau_1 + \tau_2]$  内, 库存水平的随机动态变化过程可表示为

$$W(t) = \begin{cases} s + V_1(t) + L(t), & 0 \leq t \leq \tau_1; \\ W_2(0) + V_2(t - \tau_1), & \tau_1 < t \leq \tau_1 + \tau_2. \end{cases} \quad (1)$$

在此基础上, 构建系统期望折扣总费用模型, 包括库存、短缺和制造商生产调整费用模型. 下面, 利用更新报酬定理, 根据一次循环库存运行情况, 分别给出它们的具体形式.

1) 期望折扣库存费用: 它包括第1和第2阶段两部分费用. 若单位时间内单位产品的库存费用为  $h$ , 则该费用可表示为

$$IV = hE \int_0^\infty e^{-\beta t} W(t) dt = \frac{hE \int_0^{\tau_1 + \tau_2} e^{-\beta t} W(t) dt}{1 - Ee^{-\beta(\tau_1 + \tau_2)}} = \frac{h(E \int_0^{\tau_1} e^{-\beta t} W_1(t) dt + Ee^{-\beta \tau_1} E \int_0^{\tau_2} e^{-\beta t} W_2(t) dt)}{1 - Ee^{-\beta \tau_1} Ee^{-\beta \tau_2}} = \frac{h(\Gamma_1(\beta) + \theta_1(\beta)\Gamma_2(\beta))}{1 - \theta_1(\beta)\theta_2(\beta)}$$

其中:  $\beta$  表示折扣系数,  $\Gamma_i(\beta) = E \int_0^{\tau_i} e^{-\beta t} W_i(t) dt$ ,  $\theta_i(\beta) = Ee^{-\beta \tau_i}$ ,  $i = 1, 2$ .

2) 期望折扣短缺费用: 它仅发生在第1阶段, 因库存为0造成的缺货费用. 若  $\pi$  表示单位产品缺货造成的损失, 则该费用为

$$ST = \pi E \int_0^{\infty} e^{-\beta t} dL(t) = \frac{\pi E \int_0^{\tau_1} e^{-\beta t} dL(t)}{1 - Ee^{-\beta(\tau_1+\tau_2)}} = \frac{\pi K(\beta)}{1 - \theta_1(\beta)\theta_2(\beta)},$$

其中  $K(\beta) = E \int_0^{\tau_1} e^{-\beta t} dL(t)$ .

3) 期望折扣生产调整费用: 若  $r$  表示一次循环生产调整费用,  $U(t)$  表示到时间  $t$  为止的循环次数, 则该费用为

$$AJ = rE \int_0^{\infty} e^{-\beta t} dU(t) = \frac{r_1 Ee^{-\beta\tau_1} + r_2 Ee^{-\beta(\tau_1+\tau_2)}}{1 - Ee^{-\beta(\tau_1+\tau_2)}} = \frac{r_1\theta_1(\beta) + r_2\theta_1(\beta)\theta_2(\beta)}{1 - \theta_1(\beta)\theta_2(\beta)}.$$

综上, 系统期望折扣总费用模型为

$$TC(k_1, s, k_2) = IV + ST + AJ.$$

该模型的求解, 需要确定两个阶段函数  $\theta_i(\beta)$  和  $\Gamma_i(\beta)$ ,  $i = 1, 2$ , 以及第1阶段的函数  $K(\beta)$ . 下面, 分别给出具体求解方法.

### 3 函数确定和模型求解

确定函数采用的主要工具是 Kella-Whitt 鞅, 它是解决有关 Lévy 过程问题非常有效的方法, 已成功应用于许多领域. 下面给出简要说明, 详细了解请参阅文献 [17].

若  $V = \{V(t) : t \geq 0\}$  是一个无负跳跃的 Lévy 过程, 则对应的特征指数为  $\varphi(\alpha) = \log Ee^{-\alpha V(1)}$ .  $Y = \{Y(t) : t \geq 0\}$  是一个适应于  $V$  且在有限时间内具有有界变差过程. 定义  $Z = \{Z(t) : t \geq 0\}$  为  $Z(t) = V(t) + Y(t)$ , 则过程

$$M(t) = \varphi(\alpha) \int_0^t e^{-\alpha Z(\omega)} d\omega + e^{-\alpha Z(0)} - e^{-\alpha Z(t)} - \alpha \int_0^t e^{-\alpha Z(\omega)} dY(\omega) \quad (2)$$

为一个鞅.

对于第1阶段, 因  $L = \{L(t) : t \geq 0\}$  是一个非降的且在有限时间内为有界的变差过程, 取  $Y(t) = s + L(t) + (\beta/\alpha)t$ ,  $\beta$  为非负数. 根据式 (1), 有

$$Z(t) = s + V_1(t) + L(t) + (\beta/\alpha)t = W_1(t) + (\beta/\alpha)t,$$

将其代入式 (2), 得

$$M(t) = \varphi_1(\alpha) \int_0^t e^{-\alpha W_1(\omega) - \beta\omega} d\omega + e^{-\alpha W_1(0)} - e^{-\alpha W_1(t) - \beta t} - \alpha \int_0^t e^{-\alpha W_1(\omega) - \beta\omega} d[L(\omega) + (\beta/\alpha)\omega]. \quad (3)$$

因  $L$  的值仅在  $W_1 = 0$  时增加, 故式 (3) 又可简化为

$$M(t) = (\varphi_1(\alpha) - \beta) \int_0^t e^{-\alpha W_1(\omega) - \beta\omega} d\omega + e^{-\alpha W_1(0)} - e^{-\alpha W_1(t) - \beta t} - \alpha \int_0^t e^{-\beta\omega} dL(\omega). \quad (4)$$

对于第2阶段, 由于过程无反射, 式 (3) 中不包含最后一项. 按同样方法, 有

$$M(t) = (\varphi_2(\alpha) - \beta) \int_0^t e^{-\alpha W_2(\omega) - \beta\omega} d\omega + e^{-\alpha W_2(0)} - e^{-\alpha W_2(t) - \beta t}. \quad (5)$$

#### 3.1 第1阶段有关函数的确定

需要确定的函数有  $\theta_1(\beta)$ 、 $\Gamma_1(\beta)$  和  $K(\beta)$ . 根据 Lévy-Khintchine 公式, 可求得该阶段特征指数为

$$\varphi_1(\alpha) = \log Ee^{-\alpha V_1(1)} = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{2} - (k_1 - \mu)\alpha - \frac{\lambda\alpha}{\nu + \alpha}.$$

利用式 (4), 对停时  $\tau_1$  应用最优抽样定理, 得

$$(\varphi_1(\alpha) - \beta) E \int_0^{\tau_1} e^{-\alpha W_1(t) - \beta t} dt = E[e^{-\alpha W_1(\tau_1) - \beta\tau_1}] - e^{-\alpha s} + \alpha E \int_0^{\tau_1} e^{-\beta t} dL(t). \quad (6)$$

由上述分析可知, 第1阶段结束时  $W_1(\tau_1)$  分  $\{W_1(\tau_1) = S\}$  和  $\{W_1(\tau_1) > S\}$  两种情况. 事件  $\{W_1(\tau_1) > S\}$  的发生, 是由回收品到达引起的, 因批量大小服从参数为  $\nu$  的指数分布, 由指数分布的无记忆性, 超出水平  $S$  的量也服从参数为  $\nu$  的指数分布且与  $(W_1(t))_{t \leq \tau_1}$  是条件独立的. 故式 (6) 右边又可表示为

$$\begin{aligned} & (\varphi_1(\alpha) - \beta) E \int_0^{\tau_1} e^{-\alpha W_1(t) - \beta t} dt = \\ & E[e^{-\alpha W_1(\tau_1) - \beta\tau_1} I_{\{W_1(\tau_1) = S\}}] + \\ & E[e^{-\alpha W_1(\tau_1) - \beta\tau_1} I_{\{W_1(\tau_1) > S\}}] - \\ & e^{-\alpha s} + \alpha E \int_0^{\tau_1} e^{-\beta t} dL(t) = \\ & e^{-\alpha S} \vartheta_1(\beta) + e^{-\alpha s} \frac{\nu}{\nu + \alpha} \vartheta_2(\beta) - e^{-\alpha s} + \alpha K(\beta). \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \vartheta_1(\beta) &= E[e^{-\beta\tau_1} I_{\{W_1(\tau_1) = S\}}], \\ \vartheta_2(\beta) &= E[e^{-\beta\tau_1} I_{\{W_1(\tau_1) > S\}}]. \end{aligned}$$

令  $\varphi_1(\alpha) - \beta = 0$ , 可求得  $\alpha$  的 3 个根  $\bar{\alpha}_i(\beta)$ ,  $i = 1, 2, 3$ . 分别将它们代入式 (7), 左边为 0, 故有

$$e^{-\bar{\alpha}_i(\beta)s} = e^{-\bar{\alpha}_i(\beta)S} \vartheta_1(\beta) + e^{-\bar{\alpha}_i(\beta)S} \frac{\nu \vartheta_2(\beta)}{\nu + \bar{\alpha}_i(\beta)} +$$

$$\bar{\alpha}_i(\beta) K(\beta), \quad i = 1, 2, 3.$$

定义

$$A(\beta) = \begin{bmatrix} e^{-\bar{\alpha}_1(\beta)S} & \nu e^{-\bar{\alpha}_1(\beta)S} / (\nu + \bar{\alpha}_1(\beta)) & \bar{\alpha}_1(\beta) \\ e^{-\bar{\alpha}_2(\beta)S} & \nu e^{-\bar{\alpha}_2(\beta)S} / (\nu + \bar{\alpha}_2(\beta)) & \bar{\alpha}_2(\beta) \\ e^{-\bar{\alpha}_3(\beta)S} & \nu e^{-\bar{\alpha}_3(\beta)S} / (\nu + \bar{\alpha}_3(\beta)) & \bar{\alpha}_3(\beta) \end{bmatrix},$$

有

$$\begin{aligned} & (\vartheta_1(\beta), \vartheta_2(\beta), K(\beta))^T = \\ & A(\beta)^{-1} (e^{-\bar{\alpha}_1(\beta)s}, e^{-\bar{\alpha}_2(\beta)s}, e^{-\bar{\alpha}_3(\beta)s})^T. \end{aligned}$$

由  $\theta_1(\beta) = \vartheta_1(\beta) + \vartheta_2(\beta)$ , 可求得  $\theta_1(\beta)$ .

由  $\vartheta_1(\beta)$  和  $\vartheta_2(\beta)$  的定义知,  $\vartheta_1(0)$  和  $\vartheta_2(0)$  分别

是过程  $(W_1(t))_{t \geq 0}$  到达和超出水平  $S$  的概率, 故得

$$EW_1(\tau_1) = \vartheta_1(0)S + \vartheta_2(0)(S + 1/\nu) = S + \vartheta_2(0)/\nu. \quad (8)$$

另据 Wald 方程, 有

$$EV_1(\tau_1) = EV_1(1)E\tau_1 = (k_1 - \mu + \lambda/\nu)E\tau_1. \quad (9)$$

又因

$$K(0) = EL(\tau_1) = EW_1(\tau_1) - s - EV_1(\tau_1), \quad (10)$$

由式 (8)~(10), 可求得第 1 阶段运行时间

$$E\tau_1 = [S - s + \vartheta_2(0)/\nu - K(0)] / (k_1 - \mu + \lambda/\nu). \quad (11)$$

在此基础上, 由式 (7) 可得

$$E \int_0^{\tau_1} e^{-\alpha W_1(t) - \beta t} dt = \frac{e^{-\alpha S} \vartheta_1(\beta) + \frac{\nu \vartheta_2(\beta)}{\nu + \alpha} e^{-\alpha S} - e^{-\alpha s} + \alpha K(\beta)}{\varphi_1(\alpha) - \beta}. \quad (12)$$

将式 (12) 两边对  $\alpha$  求导, 并令  $\alpha = 0$ , 可得

$$\Gamma_1(\beta) = [1 - \theta_1(\beta)](k_1 - \mu + \lambda/\nu) / \beta^2 - [\theta_1(\beta)S - K(\beta) - s + \vartheta_2(\beta)/\nu] / \beta.$$

至此, 可确定出函数  $\theta_1(\beta)$ 、 $\Gamma_1(\beta)$  和  $K(\beta)$ ; 同时, 可求得函数  $E\tau_1$ .

### 3.2 第 2 阶段有关函数的确定

利用前面已得到的  $\vartheta_1(\beta)$  和  $\vartheta_2(\beta)$ , 确定函数  $\theta_2(\beta)$  和  $\Gamma_2(\beta)$  的具体形式.

按以上相同方法, 可求得该阶段特征指数为

$$\varphi_2(\alpha) = \log Ee^{-\alpha V_2(1)} = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{2} - (k_2 - \mu)\alpha - \frac{\lambda \alpha}{\nu + \alpha}.$$

利用式 (5), 对停时  $\tau_2$  应用最优抽样定理, 得

$$\begin{aligned} & (\varphi_2(\alpha) - \beta) E \int_0^{\tau_2} e^{-\alpha W_2(t) - \beta t} dt = \\ & E[e^{-\alpha W_2(\tau_2) - \beta \tau_2}] - Ee^{-\alpha W_2(0)} = \\ & e^{-\alpha s} \theta_2(\beta) - e^{-\alpha S} E[\mathbb{I}_{\{W_1(\tau_1) = S\}}] - \\ & \frac{\nu e^{-\alpha S}}{\nu + \alpha} E[\mathbb{I}_{\{W_1(\tau_1) > S\}}] = \\ & e^{-\alpha s} \theta_2(\beta) - e^{-\alpha S} \vartheta_1(0) - e^{-\alpha S} \frac{\nu}{\nu + \alpha} \vartheta_2(0). \end{aligned} \quad (13)$$

令  $\varphi_2(\alpha) - \beta = 0$ , 即

$$\frac{\sigma^2 \alpha^2}{2} - (k_2 - \mu)\alpha - \beta = \frac{\lambda \alpha}{\nu + \alpha}. \quad (14)$$

由式 (14) 可知, 右边有理函数有一个极点  $-\nu$ . 当  $\alpha$  在区间  $(-\infty, -\nu)$  从小到大变化时, 右边函数曲线从 1 单调递增趋近于  $\infty$ ;  $\alpha$  在区间  $(-\nu, \infty)$  从小到大取值时, 右边函数曲线从  $-\infty$  单调递增趋近于 1, 故它们与左边抛物线有 3 个交点  $\hat{\alpha}_i(\beta)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , 即得到  $\varphi_2(\alpha) - \beta = 0$  的 3 个根, 且它们满足  $\hat{\alpha}_1(\beta) > 0 \geq \hat{\alpha}_2(\beta) > \hat{\alpha}_3(\beta)$ .  $\beta$  为 0 时,  $\hat{\alpha}_2(\beta)$  等于 0.

将  $\hat{\alpha}_1(\beta)$  代入式 (13), 由左边为 0 可得

$$\theta_2(\beta) = e^{\hat{\alpha}_1(\beta)(s-S)} [\vartheta_1(0) + \nu \vartheta_2(0) / (\nu + \hat{\alpha}_1(\beta))].$$

在此基础上, 由式 (13) 得

$$E \int_0^{\tau_2} e^{-\alpha W_2(t) - \beta t} dt = \frac{e^{-\alpha s} \theta_2(\beta) - e^{-\alpha S} \vartheta_1(0) - \frac{\nu e^{-\alpha S} \vartheta_2(0)}{\nu + \alpha}}{\varphi_2(\alpha) - \beta}. \quad (15)$$

令式 (15) 中  $\beta$  取 0 后, 再令  $\alpha \rightarrow 0$ , 并对右边应用 L'Hospital 法则, 可求得第 2 阶段平均运行时间

$$E\tau_2 = [s - S - \vartheta_2(0)/\nu] / (k_2 - \mu + \lambda/\nu). \quad (16)$$

最后, 将式 (15) 两边对  $\alpha$  求导, 并令  $\alpha = 0$ , 得

$$\Gamma_2(\beta) = [\theta_1(0) - \theta_2(\beta)](k_2 - \mu + \lambda/\nu) / \beta^2 - [\theta_2(\beta)s - \theta_1(0)S - \vartheta_2(0)/\nu] / \beta.$$

至此, 可确定出函数  $\theta_2(\beta)$  和  $\Gamma_2(\beta)$ ; 同时, 可求得函数  $E\tau_2$ .

### 3.3 模型求解

在得到有关函数的基础上, 可确定系统最优期望折扣总费用模型的解, 即

$$\min TC(k_1, s, k_2) = IV + ST + AJ;$$

$$\text{s.t. } k_1 > k_2,$$

$$0 < s < S.$$

易知, 它是带约束条件的高度非线性函数模型, 利用传统优化方法很难求解. 近几年, 交叉熵法在解决连续多极值优化问题方面, 显示出较强的能力. 采用罚函数思想, 可将带约束的优化问题转化为无约束优化问题. 另外, 为防止算法陷入局部最优解, 在寻优过程中, 需对更新值进行修正. 考虑到问题的复杂性及求解的效果与效率, 本文取修正参数  $\varpi = 0.9$ . 下面, 给出第  $m$  次迭代  $k_1$ 、 $s$  和  $k_2$  的均值和方差更新及修正公式, 详细了解请参阅文献 [18].

均值和方差更新公式如下:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{k,m} &= \frac{\sum_{i=1}^N \mathbb{I}_{\{TC_{i,m} \leq X_m\}} \gamma_{i,m}^k}{\sum_{i=1}^N \mathbb{I}_{\{TC_{i,m} \leq X_m\}}}, \\ \hat{\delta}_{k,m}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N \mathbb{I}_{\{TC_{i,m} \leq X_m\}} (\gamma_{i,m}^k - \hat{u}_{k,m})^2}{\sum_{i=1}^N \mathbb{I}_{\{TC_{i,m} \leq X_m\}}}, \quad k = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

均值和方差更新值修正公式如下:

$$u_{k,m} = \varpi \hat{u}_{k,m} + (1 - \varpi) u_{k,m},$$

$$\delta_{k,m}^2 = \varpi \hat{\delta}_{k,m}^2 + (1 - \varpi) \delta_{k,m}^2, \quad k = 1, 2, 3.$$

经过  $M$  次抽样和更新,  $u_{k,M}$  ( $k = 1, 2, 3$ ) 非常接

近最优的  $\{k_1^*, s^*, k_2^*\}$ , 即可视它们为最优解.

#### 4 仿真实验及结果分析

因无其他数据可供参考, 为分析回收品、需求及系统参数, 对最优生产速率  $k_1$  和  $k_2$ 、调整阈值  $s$  和期望费用  $TC$  的影响, 给出有关参数基本值如下:  $\lambda = 3, \nu = 1, \mu = 10, \sigma = 3, r_1 = 20, r_2 = 20, h = 0.1, \pi = 1, S = 30, \beta = 0.05$ .

##### 4.1 回收品的影响分析

为便于分析, 这里  $\mu$  取 18, 其他参数取基本值. 图 3 给出了  $\lambda$  和  $\nu$  变化对应的最优控制策略和期望费用.

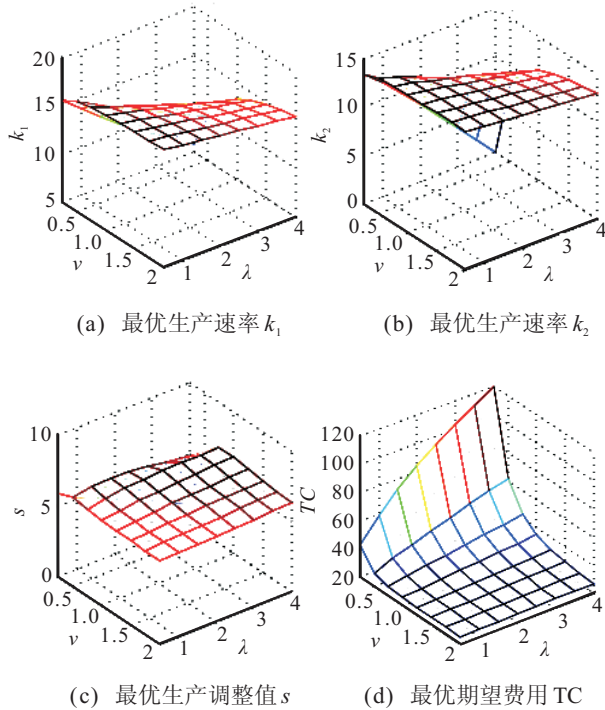


图3  $\lambda$  和  $\nu$  的变化对应的最优控制策略和费用

首先, 针对参数  $\lambda$  和  $\nu$  的变化, 分别进行影响分析. 由图 3(a) 和 3(b) 可知,  $k_1$  和  $k_2$  随单位时间回收品平均到达批次  $\lambda$  的增大逐渐降低 (尤其是  $\nu$  较小时, 降低很明显); 随每批回收品平均到达量  $1/\nu$  的减小逐渐增大. 由图 3(c) 可知,  $s$  与  $\lambda$  和  $\nu$  的关系比较复杂, 当  $\lambda$  固定时,  $s$  随批量  $1/\nu$  的减小, 先增大后又变小; 而批次  $\lambda$  的影响, 与批量  $1/\nu$  大小有关, 当  $\nu$  从小逐渐变大时,  $s$  与  $\lambda$  的关系是随  $\lambda$  增大由单调递减过渡到先增大再减小最后转变为单调递增. 由图 3(d) 可知,  $TC$  随批次  $\lambda$  和批量  $1/\nu$  的增大而增加, 尤其是它们都较大时,  $TC$  的增加更显著.

其次, 针对回收品到达的不同类型进行影响分析. 因单位时间平均到达量  $\lambda/\nu$  固定的回收品, 又分批次小批量大和批次大批量小两种类型. 为说明问题, 利用图 3 选用  $\lambda/\nu$  等于 2, 即选择位于  $\lambda$  和  $\nu$  坐标平面上, 从点 (4, 2) 到 (0.5, 0.25) 构成对角线上 8 个点的数据进行分析, 它反映了回收品类型从批次大批量

小向批次小批量大的转变过程. 由图 3(a)、3(b) 和 3(c) 可知, 在此过程中,  $k_1$ 、 $k_2$  和  $s$  的变化不大, 而  $TC$  从 27.46 单调递增到 42.98, 增幅达 56.5%.

##### 4.2 需求的影响分析

在其他参数取基本值的条件下, 图 4 给出了  $\mu$  和  $\sigma$  变化对应的最优控制策略和期望费用.

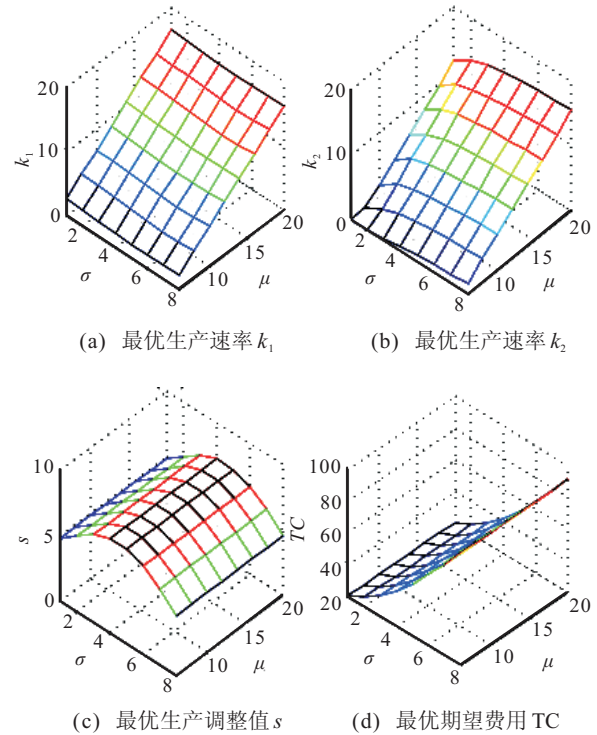


图4  $\mu$  和  $\sigma$  的变化对应的最优控制策略和费用

由图 4(d) 可知, 当需求均值  $\mu$  固定时, 均方差  $\sigma$  对  $TC$  的影响比较明显. 随着  $\sigma$  的增大, 即需求波动的增大, 发生库存短缺和生产调整的概率会提高. 为有效控制费用增加, 由图 4(a)、4(b) 和 4(c) 可知,  $k_1$  先减小后增大,  $k_2$  逐渐增大, 而  $s$  是先增大后减小. 另外, 由图 4(c) 和 4(d) 可知, 当  $\sigma$  固定时,  $\mu$  对  $s$  和  $TC$  的影响很小. 深入分析模型和仿真试验过程后发现, 系统是通过改变  $k_1$  和  $k_2$ , 以应对需求  $\mu$  的变化, 从而使系统库存、短缺和生产调整期望费用保持基本不变.

##### 4.3 系统参数的灵敏度分析

下面将分析系统参数变化对最优生产控制策略和期望费用的影响. 每次实验仅改变一个参数值, 其余取基本值. 为便于说明, 定义  $\rho_i = E\tau_i / (E\tau_1 + E\tau_2)$ ,  $i = 1, 2$ , 表示一次循环系统在第  $i$  阶段平均运行时间比例.

由表 1 可知, 随着单位库存费用  $h$  的增大,  $TC$  逐渐增大; 另外, 为防止较高库存造成更多费用,  $k_1$ 、 $k_2$  和  $s$  均逐渐降低,  $k_2$  甚至为 0. 这样, 系统主要运行在库存较低的第 1 阶段, 时间比例  $\rho_1$  由 74.6% 提高到 99.1%.

表 1  $h$  变化对应的最优控制策略和费用

$h$	$k_1$	$s$	$k_2$	TC	$E\tau_1$	$E\tau_2$
0.050	6.66	7.64	6.30	24.00	95.39	32.55
0.075	6.52	7.13	5.51	28.69	122.45	15.64
0.100	6.40	6.71	4.33	32.77	150.32	8.88
0.125	6.31	6.36	2.05	36.46	179.96	4.86
0.150	6.22	6.01	0.00	39.88	212.12	3.49
0.175	6.14	5.68	0.00	43.12	249.16	3.54
0.200	6.06	5.39	0.00	46.19	292.69	3.58
0.225	5.90	4.94	0.00	51.95	401.91	3.64

由表 2 可知, TC 随着单位产品短缺费用  $\pi$  的增加而增大; 另外, 为避免  $\pi$  增大引发过高的短缺费用, 系统提高了  $k_1$ 、 $k_2$  和  $s$ , 并将第 1 阶段平均运行时间比例  $\rho_1$  从 98.8% 降到 78.2%。

表 2  $\pi$  变化对应的最优控制策略和费用

$\pi$	$k_1$	$s$	$k_2$	TC	$E\tau_1$	$E\tau_2$
0.50	5.89	5.52	1.64	23.84	408.14	4.65
0.75	6.19	6.25	3.54	28.82	222.75	6.99
1.00	6.40	6.71	4.33	32.77	150.32	8.88
1.25	6.57	7.03	4.77	36.03	112.78	10.49
1.50	6.70	7.25	5.05	38.78	90.14	11.89
1.75	6.82	7.42	5.25	41.14	75.15	13.14
2.00	6.92	7.55	5.39	43.20	64.56	14.26
2.25	7.01	7.64	5.51	45.01	56.72	15.28

由表 3 可知, 生产从第 1 阶段调整到第 2 阶段的费用  $r_1$  对  $k_1$  和  $s$  的影响较小, 对  $k_2$  的影响稍大; 而随着  $r_1$  的增大, TC 逐渐变大。另外, 为防止生产频繁调整造成过高费用, 系统延长了在两个阶段的平均运行时间。

表 3  $r_1$  变化对应的最优控制策略和费用

$r_1$	$k_1$	$s$	$k_2$	TC	$E\tau_1$	$E\tau_2$
10	6.52	6.57	4.16	31.75	123.47	8.41
20	6.40	6.71	4.33	32.77	150.32	8.88
30	6.32	6.81	4.46	33.64	176.60	9.31
40	6.24	6.87	4.57	34.39	202.48	9.67
50	6.18	6.92	4.65	35.06	228.09	10.02
60	6.13	6.95	4.73	35.67	253.46	10.34
70	6.08	6.98	4.79	36.23	278.69	10.63
80	6.04	6.99	4.85	36.74	303.78	10.91

由表 4 可知, 生产从第 2 阶段调整到第 1 阶段的费用  $r_2$  对  $k_1$  和  $s$  的影响不大; 而随着  $r_2$  的增大,  $k_2$  和 TC 均逐渐增大。与  $r_1$  类似, 为避免频繁调整生产造成过高费用, 系统延长了在两个阶段的平均运行时间。

表 4  $r_2$  变化对应的最优控制策略和费用

$r_2$	$k_1$	$s$	$k_2$	TC	$E\tau_1$	$E\tau_2$
10	6.47	6.83	3.51	32.02	131.85	3.37
20	6.40	6.71	4.33	32.77	150.32	8.88
30	6.36	6.63	4.62	33.29	163.95	15.03
40	6.32	6.57	4.90	33.66	174.63	21.78
50	6.30	6.52	5.29	33.96	183.33	29.66
60	6.28	6.49	5.56	34.19	190.61	39.36
70	6.26	6.47	5.84	34.39	196.83	51.95
80	6.25	6.45	6.09	34.55	202.22	69.32

## 5 结 论

制造-再制造环境下需求及回收品到达数量和时间的不确定性, 导致企业库存波动较大。如何选择最有效的生产策略, 将库存控制在合理区间内, 已成为当前管理者遇到的新挑战。然而, 由于系统中存在多个随机因素, 致使生产控制模型的构建和求解非常困难, 从而造成该问题在理论上缺乏必要的研究。

本文采用两个随机过程描述需求和回收品, 并在将它们共同作用下库存水平的动态变化过程表示为一个无负跳跃 Lévy 过程的基础上, 利用更新过程理论和 Kella-Whitt 鞅, 构建了系统最优期望折扣总费用模型, 并利用交叉熵法, 确定了总费用最小的生产速率和调整阈值。最后, 利用仿真实验, 分析它们对最优控制策略和系统性能的影响, 得到以下主要结论:

1) 回收品数量和时间不确定性对最优生产控制策略和费用均有明显影响, 忽略某个方面, 系统都不可能有效运行; 不同到达类型回收品对最优生产控制策略影响不大, 但类型为批次小批量大的回收品会引起系统费用较大增加;

2) 需求均值的变化对最优生产调整阈值和期望费用的影响很小; 而需求方差的变化对最优生产控制策略和期望费用均有明显影响;

3) 生产调整费用的增加, 对第 1 阶段生产速率和调整阈值影响不大, 系统主要通过改变第 2 阶段的生产速率来缓解期望费用的增大。

在此基础上, 还可从以下两方面开展研究:

1) 本文假设生产调整即时完成, 现实中生产调整需要准备和调试等过程, 因此, 研究调整具有时间延迟的生产控制问题更具有实际意义;

2) 本文假设回收品和需求服从的随机过程参数是固定的, 但实际上, 它们很可能发生变化。因此, 研究回收品和需求参数(即 Lévy 过程特征指数)为时变的生产控制问题, 更具有使用价值。通过进一步研究, 以期更好解决该问题。

## 参考文献(References)

[1] 徐滨士. 绿色再制造工程的发展现状和未来展望[J]. 中国工程科学, 2011, 13(1): 4-9.  
(Xu B S. Development status and prospect of green remanufacturing engineering[J]. Engineering Sciences, 2011, 13(1): 4-9.)

[2] Guide V D, Wassenhove L N. The evolution of closed-loop supply chain research[J]. Operations Research, 2009, 57(1): 10-18.

[3] Mahapatra S, Pal R, Narasimhan R. Hybrid (re)manufacturing: Manufacturing and operational

- implications[J]. *Int J of Production Research*, 2012, 50(14): 3786-3808.
- [4] 李帮义. 作为阻止战略的再制造决策研究[J]. *控制与决策*, 2010, 25(11): 1675-1679.  
(Li B Y. Decision research on remanufacturing as prevention strategy[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(11): 1675-1679.)
- [5] 方晗炜, 肖人彬, 蔡政英. 双源渠道闭环供应链生产计划的一种干扰恢复模型[J]. *控制与决策*, 2011, 26(9): 1303-1309.  
(Fang H W, Xiao R B, Cai Z Y. Disruption restoration model in production planning with the closed-loop supply chain between dual-channel[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(9): 1303-1309.)
- [6] 谢家平, 迟琳娜, 梁玲. 基于产品质量内生的制造/再制造最优生产决策[J]. *管理科学学报*, 2012, 15(8): 12-22.  
(Xie J P, Chi L N, Liang L. Optimal manufacturing/remanufacturing production decision based on endogenous product quality[J]. *J of Management Sciences in China*, 2012, 15(8): 12-22.)
- [7] Shi J M, Zhang G Q, Sha J C. Optimal production and pricing policy for a closed loop system[J]. *Resources, Conservation and Recycling*, 2011, 55(6): 639-647.
- [8] Zhou S X, Yu Y K. Optimal product acquisition, pricing, and inventory management for systems with remanufacturing[J]. *Operations Research*, 2011, 59(2): 514-521.
- [9] Zhou S X, Tao Z J, Chao X L. Optimal control of inventory systems with multiple types of remanufacturable products[J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2011, 13(1): 20-34.
- [10] Flapper S D, Gayon J P, Vercraene S. Control of a production-inventory system with returns under imperfect advance return information[J]. *European J of Operational Research*, 2012, 218(2): 392-400.
- [11] Karamouzian A, Teimoury E, Modarres M. A model for admission control of returned products in a remanufacturing facility using queuing theory[J]. *The Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2011, 54(9): 403-412.
- [12] Aksoy H K, Gupta S M. Near optimal buffer allocation in remanufacturing systems with N-policy[J]. *Computers and Industrial Engineering*, 2010, 59(4): 496-508.
- [13] Aksoy H K, Gupta S M. Optimal management of remanufacturing systems with server vacations[J]. *The Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2011, 54(9): 1199-1218.
- [14] Pince C, Gürler U, Berk E. A continuous review replenishment - disposal policy for an inventory system with autonomous supply and fixed disposal costs[J]. *European J of Operational Research*, 2008, 190(2): 421-442.
- [15] Cadenillas A, Lakner P, Pinedo M. Optimal control of a mean-reverting inventory[J]. *Operations Research*, 2010, 58(6): 1697-1710.
- [16] Ormeci M, Dai J G, John V V. Impulse control of Brownian motion: The constrained average cost case[J]. *Operations Research*, 2008, 56(3): 618-629.
- [17] Kella O, Whitt W. Useful martingale for stochastic storage processes with Lévy input[J]. *J of Applied Probability*, 1992, 29(2): 396-403.
- [18] Kroese D P, Porotsky S, Rubinstein R Y. The cross-entropy method for continuous multi-extremal optimization[J]. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 2006, 8(3): 383-407.

(责任编辑: 孙艺红)