

## 马尔可夫跳变系统的鲁棒故障检测与时域优化

牛尔卓<sup>a</sup>, 王青<sup>a</sup>, 董朝阳<sup>b</sup>, 王明明<sup>a</sup>

(北京航空航天大学 a. 自动化科学与电气工程学院, b. 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 研究马尔可夫跳变系统(MJS)鲁棒故障检测滤波器(FDF)的设计与优化问题. 基于观测器构建残差发生器, 将相应的FDF设计问题转化为 $H_\infty$ 滤波问题, 以LMI的形式得到并证明了FDF存在的充分条件及求解方法. 为进一步改善故障检测系统的性能, 采用一种时域优化方法对其进行优化, 并以矩阵Moore-Penrose逆的形式给出了该优化问题的最优解. 数值仿真表明该方法具有较好的检测效果.

**关键词:** 故障检测; 马尔可夫跳变系统; 观测器; 时域优化

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Robust fault detection and time domain optimization for Markovian jump system

NIU Er-zhuo<sup>a</sup>, WANG Qing<sup>a</sup>, DONG Chao-yang<sup>b</sup>, WANG Ming-ming<sup>a</sup>

(a. School of Automation Science and Electrical Engineering, b. School of Aeronautical Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China. Correspondent: NIU Er-zhuo, E-mail: nz830111@163.com)

**Abstract:** The problem of robust fault detection filter(FDF) design and optimization is studied for Markovian jump system (MJS). An observer-based residual generator is constructed and the corresponding FDF design problem is formulated as an  $H_\infty$  filtering problem. The solvable condition of the FDF and the solutions are obtained in terms of LMI. Furthermore, to improve the performance of the fault detection system, a time domain optimization approach is proposed. The solution of the optimization problem is given in the form of Moore-Penrose inverse of matrix. A numerical example is provided to show that the proposed approach has a good performance on detecting faults.

**Key words:** fault detection; Markovian jump system; observer; time domain optimization

### 0 引言

作为一类用来描述由于元件破损或突发的环境变化等导致参数突变的系统, 马尔可夫跳变系统(MJS)在网络控制系统、通讯系统、飞行器控制系统和电力系统中得到了广泛的应用<sup>[1-4]</sup>. 近年来, 随着对系统安全性与可靠性要求的不断提高, MJS的故障检测问题受到了众多学者的关注<sup>[5-6]</sup>. 文献[7]基于观测器的方法对MJS的鲁棒故障检测问题进行了研究; 文献[8-9]分别采用 $H_\infty$ 滤波器方法和自适应观测器方法研究了时滞MJS的鲁棒故障检测问题; 针对MJS的状态转移概率矩阵部分已知的情况, 文献[10]设计了 $H_\infty$ 滤波器进行故障检测; 文献[11]将时延与丢包同时存在的网络控制系统建模为MJS, 将不确定的状态转移概率矩阵用一组已知的凸集表示, 并

在此基础上设计 $H_\infty$ 滤波器以达到故障检测的目的. 上述方法能检测到故障的存在, 但均未考虑检测系统的检测能力, 如检测速度和最小可检测故障等.

另一方面, 优化技术能够提高故障检测系统性能, 改善其检测能力. 文献[12]采用一种时域优化技术对基于观测器的线性时不变故障检测系统进行优化; 文献[13-14]分别研究了线性时变系统和非线性系统的最优故障检测问题. 然而, 将优化技术应用在MJS的故障检测中尚未见诸文献.

本文从提高故障检测系统的检测能力出发, 研究了MJS的鲁棒故障检测与时域优化问题. 基于观测器构建残差产生系统, 以LMI的形式给出并证明了故障检测滤波器(FDF)存在的充分条件及求解方法. 为进一步提高故障检测系统的性能, 改善其检测能力, 对

收稿日期: 2012-10-25; 修回日期: 2013-01-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074027, 60974014).

作者简介: 牛尔卓(1983-), 男, 博士生, 从事网络控制系统故障检测的研究; 王青(1968-), 女, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制、故障诊断等研究.

故障检测系统进行优化, 并将误报率 (FAR)<sup>[14]</sup> 的概念引入阈值确定中, 以矩阵 Moore-Penrose 逆的形式给出优化问题的最优解. 数值仿真表明了所提出方法的有效性.

## 1 问题描述

考虑如下离散 MJS:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(\lambda_k)x(k) + B_d(\lambda_k)d(k) + B_f(\lambda_k)f(k), \\ y(k) = C(\lambda_k)x(k) + D_d(\lambda_k)d(k) + D_f(\lambda_k)f(k), \\ x(0) = x_0, \lambda_0 = i_0. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(k) \in R^n, y(k) \in R^m$  分别为系统状态矢量和输出矢量;  $d(k) \in R^p, f(k) \in R^q$  分别为  $L_2$  范数有界的未知扰动信号和故障信号;  $\lambda_k$  为模态空间  $\Phi = \{1, 2, \dots, N\}$  上有限模态马尔可夫链, 其模态转移概率率矩阵为  $\Pi = (\pi_{ij}) \in R^{N \times N}$ , 这里  $\pi_{ij} = \Pr\{\lambda_{k+1} = j | \lambda_k = i\} \geq 0, i, j \in \Phi$ , 并且对任意的  $i \in \Phi$ , 都有  $\sum_{j=1}^N \pi_{ij} = 1$ . 对于任意的  $\lambda_k = i \in \Phi, A(\lambda_k), B_d(\lambda_k), B_f(\lambda_k), C(\lambda_k), D_d(\lambda_k), D_f(\lambda_k)$  均为具有适当维数的实常数矩阵, 简记为

$$\begin{aligned} A(\lambda_k) &= A_{i,k}, B_d(\lambda_k) = B_{di,k}, \\ B_f(\lambda_k) &= B_{fi,k}, C(\lambda_k) = C_{i,k}, \\ D_d(\lambda_k) &= D_{di,k}, D_f(\lambda_k) = D_{fi,k}. \end{aligned}$$

本文后续与模态  $\lambda_k$  有关的参数矩阵均采用该简记方法, 不再赘述. 不失一般性, 假设系统 (1) 随机稳定且模态  $\lambda_k$  的状态在线可知.

残差信号的产生是故障检测的主要任务之一. 针对上述 MJS, 构造如下形式的 FDF 作为残差发生系统:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A_{i,k}\hat{x}(k) + L_{i,k}(y(k) - \hat{y}(k)), \\ \hat{y}(k) = C_{i,k}\hat{x}(k), \\ r(k) = y(k) - \hat{y}(k). \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\hat{x}(k)$  和  $\hat{y}(k)$  表示系统状态和输出的估计,  $r(k)$  为残差信号,  $L_{i,k}$  为待求的滤波器参数矩阵.

定义滤波器误差  $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ , 由式 (1) 和 (2) 可得如下 MJS:

$$\begin{cases} e(k+1) = \bar{A}_{i,k}e(k) + \bar{B}_{i,k}w(k), \\ r(k) = \bar{C}_{i,k}e(k) + \bar{D}_{i,k}w(k). \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} w(k) &= [d^T(k) \quad f^T(k)]^T, \\ \bar{A}_{i,k} &= A_{i,k} - L_{i,k}C_{i,k}, \\ \bar{B}_{i,k} &= [B_{Ldi,k} \quad B_{Lfi,k}], \end{aligned}$$

$$\bar{C}_{i,k} = C_{i,k}, \bar{D}_{i,k} = [D_{di,k} \quad D_{fi,k}],$$

$$B_{Ldi,k} = B_{di,k} - L_{i,k}D_{di,k},$$

$$B_{Lfi,k} = B_{fi,k} - L_{i,k}D_{fi,k}.$$

综合上述分析, 本文将 MJS 的故障检测问题归结为求取 FDF 参数矩阵  $L_{i,k}$ , 使得系统 (3) 随机稳定, 且对任意非零  $w(k) \in L_2[0, \infty)$ , 满足

$$\sup_{w(k) \neq 0} E\{\|r(k)\|^2 / \|w(k)\|^2\} < \gamma^2, \gamma > 0. \quad (4)$$

为进一步提高故障检测系统 (3) 的性能, 对系统 (3) 进行时域优化, 使用  $\xi(k) = V_k(z)r(k) = (V_{s,k} + V_{s-1,k}z^{-1} + \dots + V_{0,k}z^{-s})r(k)$  作为修正残差信号, 其中  $V_k(z)$  为后置滤波器<sup>[14]</sup>,  $s$  为其阶次. 那么残差评估函数可以定义为

$$J(k) = \|\xi(k)\|_e = \left[ \frac{1}{\alpha + 1} \sum_{i=k-\alpha}^k \xi^T(i)\xi(i) \right]^{1/2}, \quad (5)$$

其中  $\alpha$  代表故障检测窗口长度, 其值通常要远大于后置滤波器的阶次  $s$ .

传统的阈值选取方法如下:

$$J_{th} = \sup_{d \in L_2[0, \infty), f=0} J(k). \quad (6)$$

由式 (6) 可以看出, 阈值  $J_{th}$  与未知扰动有关, 可通过仿真实验<sup>[10]</sup>或数值计算<sup>[12]</sup>获得. 实验方法较为复杂, 需要覆盖所有的未知扰动情况, 不利于工程实现; 而数值计算方法保守性较强, 不利于小故障的检测. 为此, 将 FAR 引入阈值的确定中, 以降低数值计算方法的保守性. 其中 FAR 定义<sup>[14]</sup>如下:

$$FAR = 1 - \frac{J_{th}}{\sup_{d \in L_2[0, \infty), f=0} J(k)}. \quad (7)$$

在应用中通过设定 FAR 的值, 可得阈值

$$J_{th} = (1 - FAR) \sup_{d \in L_2[0, \infty), f=0} J(k). \quad (8)$$

基于上述分析, 采用如下的故障检测逻辑:

$$\begin{cases} \text{故障发生, } J(k) > J_{th}; \\ \text{正常, 其他.} \end{cases} \quad (9)$$

## 2 主要结论

### 2.1 滤波器设计

引理 1<sup>[10]</sup> 考虑 MJS(3), 给定  $\gamma > 0$ , 系统随机稳定且满足不等式 (4) 的充分必要条件是: 存在正定矩阵  $P_i > 0$  和矩阵  $G_i, \forall i \in \Phi$ , 满足如下 LMI:

$$\begin{bmatrix} -P_i & 0 & \bar{A}_{i,k}^T G_i^T & \bar{C}_{i,k}^T \\ * & -\gamma^2 I & \bar{B}_{i,k}^T G_i^T & \bar{D}_{i,k}^T \\ * & * & -G_i - G_i^T + \bar{P}_i & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

其中: \* 代表对称矩阵中的对称项,  $\bar{P}_i = \sum_{j=1}^N \pi_{ij} P_j$ .

根据引理 1, 可得如下定理.

**定理 1** 对于系统 (3), 给定  $\gamma > 0$  及任意非零  $w(k)$ , 如果存在正定矩阵  $P_i, G_i > 0, \forall i \in \Phi$  和矩阵  $K_i, \forall i \in \Phi$ , 使如下 LMI 成立:

$$\begin{bmatrix} -P_i & 0 & 0 & T_1 & C_{i,k}^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & T_2 & D_{di,k}^T \\ * & * & -\gamma^2 I & T_3 & D_{fi,k}^T \\ * & * & * & T_4 & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

则系统 (3) 随机稳定, 且满足性能指标 (4). 其中

$$\begin{aligned} T_1 &= A_{i,k}^T G_i^T - C_{i,k}^T K_i^T, \\ T_2 &= B_{di,k}^T G_i^T - D_{di,k}^T K_i^T, \\ T_3 &= B_{fi,k}^T G_i^T - D_{fi,k}^T K_i^T, \\ T_4 &= -G_i - G_i^T + \bar{P}_i. \end{aligned}$$

同时式 (2) 的 FDF 参数矩阵为  $L_{i,k} = G_i^{-1} K_i, \forall i \in \Phi$ .

**证明** 定义  $K_i = G_i L_{i,k}$ , 其中  $G_i > 0, \forall i \in \Phi$ , 将  $\bar{A}_{i,k}, \bar{B}_{i,k}, \bar{C}_{i,k}, \bar{D}_{i,k}$  代入式 (10) 即可得到 (11).  $\square$

**注 1** 定理 1 给出了求解 FDF 参数矩阵  $L_{i,k}$  的方法. 同时, 由 LMI(11) 可以看出, 为得到最优的 FDF, 可将  $\gamma$  作为优化变量, 通过求解如下凸优化问题:

$$\min \gamma, \quad \text{s.t. (11),} \quad (12)$$

得到最优扰动抑制水平  $\gamma^*$  及相应的 FDF 参数矩阵  $L_{i,k}^*$ .

### 2.2 阈值计算

为对系统 (3) 进行时域优化, 需要进行阈值计算. 参照文献 [12] 的方法,  $\xi(k)$  可表示为如下形式:

$$\xi(k) = V_k(H_{d,k}d_s(k) + H_{f,k}f_s(k)). \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} f_s(k) &= \begin{bmatrix} f(k-s) \\ f(k-s+1) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix}, \quad d_s(k) = \begin{bmatrix} e(k-s) \\ d(k-s) \\ \vdots \\ d(k) \end{bmatrix}, \\ H_{f,k} &= \begin{bmatrix} D_{fi,k} & 0 & \cdots & 0 \\ H_{f1} & D_{fi,k} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{f2} & \cdots & H_{f3} & D_{fi,k} \end{bmatrix}, \\ H_{d,k} &= \begin{bmatrix} H_{e1} & D_{di,k} & 0 & \cdots & 0 \\ H_{e2} & H_{d1} & D_{di,k} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{e3} & H_{d2} & \cdots & H_{d3} & D_{di,k} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$H_{f1} = g_f(k-s+1, k-s),$$

$$H_{f2} = g_f(k, k-s),$$

$$H_{f3} = g_f(k, k-1),$$

$$H_{e1} = g_e(k-s, k-s),$$

$$H_{e2} = g_e(k-s+1, k-s),$$

$$H_{e3} = g_e(k, k-s),$$

$$H_{d1} = g_d(k-s+1, k-s),$$

$$H_{d2} = g_d(k, k-s),$$

$$H_{d3} = g_d(k, k-1),$$

$$g_e(k, j) = C_{i,k} \Phi(k, j),$$

$$g_f(k, j) = C_{i,k} \Phi(k, j+1) B_{Lfi,k},$$

$$g_d(k, j) = C_{i,k} \Phi(k, j+1) B_{Ldi,k},$$

$$\Phi(k, j) = \prod_{a=j}^{k-1} \bar{A}_{i,a}, \quad k-s \leq j \leq k-1,$$

$$\Phi(k, k) = I, \quad V_k = [V_{0,k} \quad V_{1,k} \quad \cdots \quad V_{s,k}].$$

**注 2** 由式 (13) 可以看出矩阵  $H_{d,k}, H_{f,k}$  为时变矩阵, 其由与系统 (3) 模态相关的矩阵  $A_{i,j}, B_{Ldi,j}, B_{Lfi,j}, C_{i,j}, D_{di,k}, D_{fi,k} (i \in \Phi, k-s \leq j \leq k-1)$  构成. 由于系统模态在线可知, 在每个采样时刻, 矩阵  $H_{d,k}, H_{f,k}$  也可知. 另外, 后置滤波器  $V_k(z)$  的阶次  $s$  原则上可以任意选择, 且阶次越高, 滤波效果越好, 但考虑到在线计算的复杂性, 在本文中设置其等于  $n$ .

由式 (5)、(8) 和 (13) 可得

$$\begin{aligned} J_{th} &= \kappa_1 \sup_{d \in L_2[0, \infty), f=0} J(k) \leq \\ &\kappa_1 \bar{\sigma}(V_k H_{d,k}) \sup_d \|d_s(k)\|_e \times \\ &\kappa_1 \bar{\sigma}(V_k H_{d,k}) \sup_d \left[ \|e(k-s)\|_e^2 + \right. \\ &\left. \sum_{b=0}^s \|d(k-b)\|_e^2 \right]^{1/2}, \quad (14) \end{aligned}$$

其中:  $\kappa_1 = 1 - \text{FAR}$ ,  $\bar{\sigma}(V_k H_{d,k})$  表示矩阵  $V_k H_{d,k}$  的最大奇异值.

由式 (3) 可得<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} \|e(k-s)\|_e &\leq \\ \| (e^{j\omega} I - \bar{A}_{i,k})^{-1} B_{Ldi,k} \|_\infty \|d(k)\|_e &\leq \\ \sup_{i \in \Phi, \omega} \bar{\sigma}((e^{j\omega} I - \bar{A}_{i,k})^{-1} B_{Ldi,k}) \Delta d, \quad (15) \end{aligned}$$

其中  $\Delta d = \sup_d \|d(k)\|_e$ . 又由

$$\left[ \sum_{b=0}^s \|d(k-b)\|_e^2 \right]^{1/2} \leq (s+1)^{1/2} \Delta d,$$

可得

$$J_{th} = \kappa_1 \bar{\sigma}(V_k H_{d,k}) (s+1 + \lambda_d^2)^{1/2} \Delta d, \quad (16)$$

其中  $\lambda_d = \sup_{i \in \Phi, \omega} \bar{\sigma}((e^{i\omega} I - \bar{A}_{i,k})^{-1} B_{Ldi,k})$ .

### 2.3 时域优化

对故障检测系统进行时域优化的目的在于寻找一个性能指标使得系统能够检测到更小的故障. 参照文献[12]中关于最小可检测故障 ( $f_{\min}$ ) 和最大最小可检测故障 ( $f_{\text{mmin}}$ ) 的定义, 可知  $f_{\text{mmin}}$  越小, 故障检测系统越可能检测到更小的故障, 从而优化目标可以描述为

$$\min_{V_k} J = \min_{V_k} \|f_{\text{mmin}}\|_2. \quad (17)$$

采用与文献[12]相似的转化技术, 式(17)等价于

$$\min_{V_k} J = \min_{V_k} \frac{\bar{\sigma}(V_k H_{d,k})}{\underline{\sigma}(V_k H_{f,k})}, \quad (18)$$

其中  $\underline{\sigma}(V_k H_{f,k})$  表示矩阵  $V_k H_{f,k}$  的最小奇异值.

为对优化问题(18)进行求解, 给出如下引理.

**引理 2**<sup>[12]</sup> 对于给定的适维矩阵  $P, H$ , 优化问题  $\min_X \bar{\sigma}(P + XH)$  的最优解为

$$X = -PH^+, \quad (19)$$

其中  $H^+$  代表对称矩阵  $H$  的 Moore-Penrose 逆.

基于引理 2, 可得如下定理.

**定理 2** 在任一时刻  $k$ , 对于时变矩阵  $H_{d,k}, H_{f,k}$ , 且  $H_{f,k}$  列满秩, 优化问题(18)的最优解

$$V_k^* = H_{f,k}^- - H_{f,k}^- H_{d,k} (H_{f,n,k} H_{d,k})^+ H_{f,n,k}. \quad (20)$$

其中:  $H_{f,k}^- H_{f,k} = I, H_{f,n,k} H_{f,k} = 0$ .

**证明** 为求解优化问题(18), 在任一采样时刻  $k$ , 将最优解  $V_k^*$  写为如下形式:

$$V_k^* = X_{1,k} H_{f,k}^- + X_k H_{f,n,k}, \quad (21)$$

并将其代入式(18)可得

$$\frac{\bar{\sigma}(V_k^* H_{d,k})}{\underline{\sigma}(V_k^* H_{f,k})} = \frac{\bar{\sigma}((X_{1,k} H_{f,k}^- + X_k H_{f,n,k}) H_{d,k})}{\underline{\sigma}(X_{1,k})}. \quad (22)$$

其中:  $X_k$  为任意适维矩阵,  $X_{1,k}$  为方阵, 且其秩为

$$\text{rank}(X_{1,k}) = \text{rank}(H_{f,k}) = q(s+1) = a.$$

需要注意的是

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}((X_{1,k} H_{f,k}^- + X_k H_{f,n,k}) H_{d,k})}{\underline{\sigma}(X_{1,k})} &\geq \\ \frac{\underline{\sigma}(X_{1,k}) \bar{\sigma}(H_{f,k}^- H_{d,k} + X_{1,k}^{-1} X_k H_{f,n,k} H_{d,k})}{\bar{\sigma}(X_{1,k})} &= \\ \bar{\sigma}(H_{f,k}^- H_{d,k} + X_{1,k}^{-1} X_k H_{f,n,k} H_{d,k}). & \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)中等号成立的充分必要条件为

$$\bar{\sigma}(X_{1,k}) = \underline{\sigma}(X_{1,k}) \Leftrightarrow X_{1,k} = I_{a \times a}, \quad (24)$$

则优化问题(18)可转化为

$$\begin{aligned} \min_{V_k} \frac{\bar{\sigma}(V_k H_{d,k})}{\underline{\sigma}(V_k H_{f,k})} &= \\ \min_{X_k} \bar{\sigma}(H_{f,k}^- H_{d,k} + X_k H_{f,n,k} H_{d,k}), & \end{aligned} \quad (25)$$

应用引理 2 即可得

$$X_k = -H_{f,k}^- H_{d,k} (H_{f,n,k} H_{d,k})^+.$$

将  $X_{1,k}, X_k$  代入式(21)可得式(20).  $\square$

**注 3** 由注 2 可知, 在任一采样时刻  $k$ , 矩阵  $H_{d,k}, H_{f,k}$  及系统模态  $\lambda_k$  可知, 故在每个采样时刻优化问题(18)的最优解  $V_k^*$  均可由式(20)得到. 但由于随着采样时刻的变化, 最优解  $V_k^*$  为时变矩阵, 故此后置滤波器  $V_k(z)$  为时变的, 与文献[12]中的时不变后置滤波器  $V(z)$  是有区别的, 这也是本文方法与文献[12]中的时域优化方法的最大区别.

**注 4** 由式(20)可知, 当  $H_{f,k}$  为满秩方阵时,  $H_{f,k}^- = H_{f,k}^{-1}, H_{f,n,k} = 0$ , 则最优解  $V_k^* = H_{f,k}^{-1}$ .

### 3 数值仿真

考虑文献[4]中的连续网络控制系统模型. 假设其采样周期为 0.3 s, 网络时延  $\tau_k$  在 3 个模态间跳变,  $\tau_k = \{0 \ 0.1 \ 0.2\}$ . 则该系统可以描述为具有 3 个模态的离散 MJS, 即  $\lambda_k \in \{1 \ 2 \ 3\}$ , 依照文献[4]的建模方法, 可得其各模态参数矩阵如下:

$$\begin{aligned} A_{1,k} &= \begin{bmatrix} -0.1248 & 0.2052 & 0 & 0 \\ -0.4726 & 0.2384 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{2,k} &= \begin{bmatrix} 0.2163 & 0.1926 & -0.3410 & 0.0126 \\ -0.5730 & 0.2421 & 0.1004 & -0.0037 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{3,k} &= \begin{bmatrix} 0.5637 & 0.1798 & -0.6885 & 0.0254 \\ -0.5956 & 0.2429 & 0.1230 & -0.0045 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$B_{1,k} = B_{2,k} = B_{3,k} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$B_{d1,k} = B_{d2,k} = B_{d3,k} = [0.031 \ -0.001 \ 0 \ 0]^T,$$

$$B_{f1,k} = B_{f2,k} = B_{f3,k} = [0.610 \ -0.017 \ 0 \ 0]^T,$$

$$C_{1,k} = C_{2,k} = C_{3,k} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$D_{d1,k} = D_{d2,k} = D_{d3,k} = 0.1,$$

$$D_{f1,k} = D_{f2,k} = D_{f3,k} = 0.8.$$

模态转移概率矩阵为

$$\pi = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

有定理 1 可得

$$L_{1,k} = [0.7505 \ -0.0231 \ 0.0074 \ 0.0053]^T,$$

$$L_{2,k} = [0.7533 \quad -0.0265 \quad 0.0098 \quad 0.0023]^T,$$

$$L_{3,k} = [0.7550 \quad -0.0268 \quad 0.0098 \quad -0.0001]^T.$$

为说明上述故障检测算法的有效性, 并考虑故障检测系统的检测速度, 取  $\alpha = 10$ . 假设  $FAR = 0$ , 未知扰动信号为幅值不大于0.5的随机信号, 则  $\Delta d = 0.25$ , 故障信号为

$$f(k) = \begin{cases} 0.12, & k > 100; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

仿真时  $k = 0, 1, \dots, 300$ , 网络时延  $\tau_k$  的跳变如图1所示, 图2为故障检测系统优化前的残差信号, 图3和图4为故障检测系统优化前后的残差评估图.

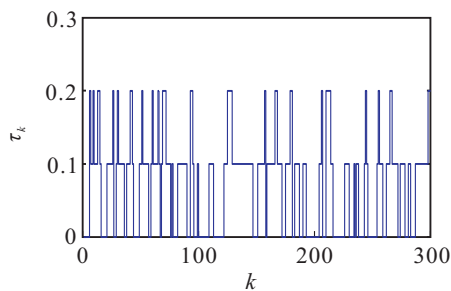


图1 马尔可夫时延  $\tau_k$

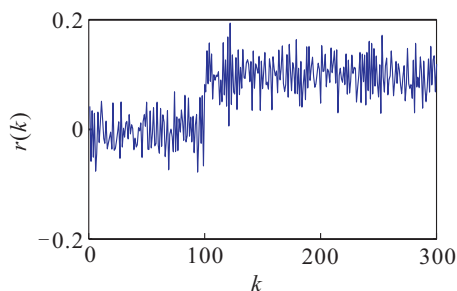


图2 残差信号  $r(k)$

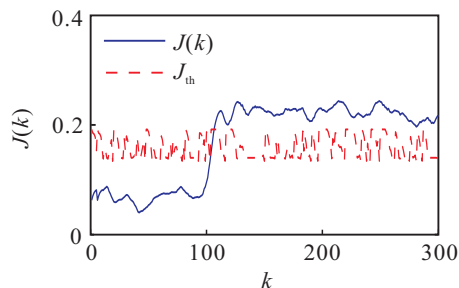


图3 优化前残差评估函数  $J_k$

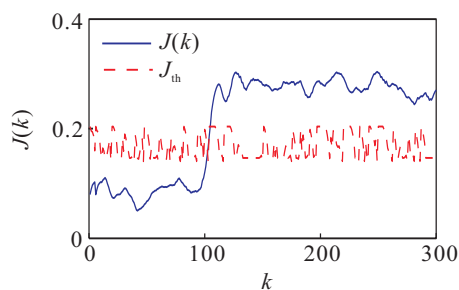


图4 优化后残差评估函数  $J_k$

由图2可以看出, 残差信号对故障灵敏, 对外部干扰具有一定的鲁棒性, 验证了鲁棒滤波器的有效性; 由图3和图4可以看出, 优化后故障检测系统的检测能力优于优化前故障检测系统的检测能力, 且根据式(9)和(16)可得优化前  $J(107) > J_{th}$ , 优化后  $J(106) > J_{th}$ , 说明在同一故障情况下优化后故障检测系统的检测速度更快. 为说明  $FAR$  的引入可以降低故障检测系统的保守性, 以  $FAR = 0$  和  $FAR = 0.05$  为例进行对比分析, 结果如表1所示. 其中  $FAR_r$  表示仿真中实际的  $FAR$ ,  $N_d$  代表故障为  $f_{min}$  时的故障检测步数.

表1 故障检测系统优化前后性能对比

FAR	优化前			优化后		
	$f_{min}$	$N_d$	$FAR_r$	$f_{min}$	$N_d$	$FAR_r$
0	0.124	7	0	0.103	6	0
0.05	0.119	6	0	0.094	5	0
	0.112	5	0.048	0.085	5	0.045

由表1可以看出, 在保证  $FAR_r$  小于给定  $FAR$  的前提下, 优化后故障检测系统在检测速度和最小可检测故障方面均优于无优化系统; 在阈值确定中引入  $FAR$  之后故障检测系统的性能得到进一步的提高, 以牺牲部分可接受的  $FAR$  为代价改善了数值计算方法保守性较强的缺点, 并进一步提高了故障检测系统的检测能力.

### 4 结论

本文研究了基于观测器的离散  $MJS$  的鲁棒  $FDF$  设计与优化算法. 以  $LMI$  的形式给出了  $FDF$  的设计方法, 将  $FAR$  的概念引入阈值计算中, 并运用时域优化技术对故障检测系统进行优化. 该算法在保证故障检测系统对故障敏感、对未知干扰鲁棒的基础上, 可有效提高故障检测系统的检测能力; 并以牺牲部分可以接受的  $FAR$  为代价, 降低故障检测系统的保守性, 使得故障检测系统的检测速度更快, 且能够检测到更小的故障, 进一步改善了故障检测系统的性能.

### 参考文献(References)

- [1] Gao H J, Lam J, Xu S Y, et al. Stabilization and  $H_\infty$  control of two-dimensional Markovian jump systems[J]. IMA J of Mathematical Control and Information, 2004, 21(4): 377-392.
- [2] Xu S Y, Chen T W, Lam J. Robust  $H_\infty$  filtering for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent time delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(5): 900-907.
- [3] Mao Z H, Jiang B, Shi P.  $H_\infty$  fault detection filter design for networked control systems modeled by discrete

- Markovian jump systems [J]. IET Control Theory and Applications, 2007, 1(5): 1336-1343.
- [4] Meskin N, Khorasani K. Actuator fault detection and isolation for a network of unmanned vehicles[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(4): 835-840.
- [5] 丁强. Markov 跳跃系统鲁棒故障检测问题研究[D]. 济南: 山东大学, 2010.  
(Ding Q. Research on robust fault detection for Markovian jump systems[D]. Ji'nan: Shandong University, 2010.)
- [6] 李岳炆. 基于观测器的离散时变系统鲁棒故障检测问题研究[D]. 济南: 山东大学, 2011.  
(Li Y Y. Research on observer-based robust fault detection for discrete time-varying systems[D]. Ji'nan: Shandong University, 2011.)
- [7] Zhong M Y, Lam J, Ding S X, et al. Robust fault detection of Markovian jump systems[J]. Circuits Systems Signal Processing, 2004, 23(5): 387-407.
- [8] 王红茹, 王常虹, 高会军. 时滞离散马尔可夫跳跃系统的鲁棒故障检测[J]. 控制与决策, 2006, 21(7): 796-800.  
(Wang H R, Wang C H, Gao H J. Robust fault detection for discrete-time Markovian jump systems with time-delays[J]. Control and Decision, 2006, 21(7): 796-800.)
- [9] 丁强, 钟麦英. 一类线性 Markov 跳跃区间时滞系统的鲁棒  $H_\infty$  故障检测滤波器设计[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 712-716.  
(Ding Q, Zhong M Y. Design of robust  $H_\infty$  fault detection filter for a class of linear Markovian jump systems with interval time-delay[J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 712-716.)
- [10] Zhang L X, Boukas E K, Baron L, et al. Fault detection for discrete-time Markov jump linear systems with partially known transition probabilities[J]. Int J of Control, 2010, 83(8): 1564-1572.
- [11] He X, Wang Z D, Zhou D H. Robust fault detection for networked systems with communication delay and data missing[J]. Automatica, 2009, 45(11): 2634-2639.
- [12] Ding X, Guo L. An approach to time domain optimization of observer-based fault detection systems[J]. Int J of Control, 1998, 69(3): 419-442.
- [13] Zhong M Y, Ding S X, Ding E L. Optimal fault detection for linear discrete time-varying systems[J]. Automatica, 2010, 46(8): 1395-1400.
- [14] Abid M, Chen W, Ding S X, et al. Optimal residual evaluation for nonlinear systems using post-filter and threshold[J]. Int J of Control, 2011, 84(3): 526-539.

(责任编辑: 孙艺红)