文章编号: 1001-0920 (2014) 02-0257-06　DOI: 10.13195/j.kzyjc.2012.1611

基于乘法偏好关系的群一致性偏差熵多属性群决策方法

徐选华, 周声海, 周艳菊, 陈晓红
(中南大学 商学院，长沙 410083)

摘 要: 在多属性群决策中, 针对每一个属性下决策者都有一个关于决策方案的乘法偏好关系的决策问题, 提出一种基于乘法偏好关系的群一致性偏差熵多属性群决策方法. 此方法考虑到不同属性下的决策者具有不同的权重, 并通过迭代运算可以达到群一致性水平, 从而得出最终的不同属性下决策者的权重; 同时, 可以利用偏差熵模型来求解属性权重, 利用这两个权重最终获得一个综合各方意见的群一致性乘法偏好关系. 最后通过算例分析验证了所提出方法的有效性.

关键词: 乘法偏好关系；群一致性偏差熵；偏差熵模型；多属性群决策
中图分类号: TP311.52　**文献标志码:** A

A multi-attribute group decision method based on group consistency deviation entropy of multiplicative preference relation

XU Xuan-hua, ZHOU Sheng-hai, ZHOU Yan-ju, CHEN Xiao-hong
(School of Business，Central South University，Changsha 410083，China．Correspondent：ZHOU Sheng-hai, E-mail：zhoushenghaicsu@163.com)

Abstract: Within the multiple attributes group decision making problems, for the case that each decision maker has a multiplicative preference relation referring to alternatives for each attribute, a multiple attributes group decision making method of group consistency deviation entropy model based on multiplicative preference relations is proposed, in which the decision makers are assigned with different weights in each attribute, and an iteration operation is introduced to reach the group consistency. After that, the decision makers' weighting vector can be obtained. Furthermore, with the use of deviation entropy model, the attribute weighting vector can be worked out. Then the composite multiplicative preference relation with group consistency can be generated on the basis of above two weighting vectors. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: multiplicative preference relation；group consistency deviation entropy；deviation entropy model；multiple attribute group decision making

0 引 言

迄今为止, 多属性群决策 (MAGD) 的研究已经取得了显著成就, 并且得到了广泛的应用[1-2]. 但是这些研究很多都是针对属性值为实值、区间数、(直觉) 模糊数、语言变量等数据信息的形式. 然而, 由于人类认识客观事物的局限性以及客观事物的不确定性和复杂性, 决策者更偏好于作出方案两两比较的偏好关系判断矩阵的决策. 从目前来看, 关于偏好关系的决策方法研究仅仅局限于单一的多属性偏好关系决策方法以及多人偏好关系单一属性的决策方法, 而鲜有文章把群决策与多属性决策相结合放在方案偏好关系的信息形式上进行研究. 如 Chiclana 等[3] 提出在基于偏好关系信息形式中, 将 3 种偏好信息形式 (效用函数, 方案偏好顺序, 模糊偏好关系) 转换为乘法偏好关系信息形式再进行集结的模型, 从而解决多目标决策问题. 徐泽水等[4]针对以模糊互反判断矩阵 (乘法偏好关系) 以及权重信息不全的多属性决策问题, 通过目标规划方法, 确定各个属性权重, 进而求得方案的综合评价值. Fan 等[5]为了缩小决策成员之间的差异, 针对模糊偏好关系和乘法偏好关系信息形式的群决

收稿日期: 2012-10-26；**修回日期:** 2013-01-12.
基金项目: 国家自然科学基金项目(71171202, 71171201)；国家创新研究群体科学基金项目(71221061)；国家自然科学基金国际重大合作项目(71210003).
作者简介: 徐选华(1962−), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与技术、信息系统与决策支持系统、工程管理等研究; 周声海(1990−), 男, 硕士生, 从事决策理论与方法的研究.

策问题, 提出了一种目标规划方法, 该方法能够对这两种信息形式进行整合集结, 从而算出方案的群体排序值. Wang 等[6]针对乘法偏好关系、模糊偏好关系及两者混合信息形式的决策问题, 提出了一种可以获得方案优先矢量的卡方方法, 进而提出了相应的定理和算法. Li等[7]针对模糊偏好关系的决策问题, 通过直觉模糊集 (IFS) 的引入以及对决策问题多个属性的考虑, 运用 topsis 辅助分式规划方法计算出方案的排序; 曾三云等[8]在乘法偏好关系信息形式的群决策问题中, 针对决策者为了增加方案偏好结果可能性而存在的评价偏见, 扩展了可视化群决策球模型, 通过这个模型, 每个决策者都可以看到自己以及群体的决策偏好评价, 自己对方案偏好的聚集以及群体对方案偏好的聚集, 从而发现自己决策的不足, 帮助决策者作出一个更加客观的决策. Chen 等[9]通过建立属性的模糊重要性矩阵和方案的模糊评价矩阵, 以及引入替代偏好方案, 可以使决策者按照偏好递减顺序对方案进行评价排序, 从而选取更好的替代方案; Wu 等[10]针对乘法偏好关系信息形式的群决策分别提出了个体一致性和群体一致性模型.

为了解决这一问题, 本文针对在每个属性下决策者都有一个关于方案的乘法偏好关系的信息形式的决策问题, 提出了一种基于乘法偏好关系的群一致性偏差熵多属性群决策方法.

1 问题描述

本文要用到乘法偏好关系判断矩阵, 为此先给出乘法偏好关系矩阵的描述. 若矩阵 A 为乘法偏好关系对应的判断矩阵, 则用 1～9 标度法, a_{ij} 表示方案 i 优于方案 j 的程度, 当 $1/9 \leqslant a_{ij} < 1$ 时, 表示决策者更偏好方案 j; 当 $1 < a_{ij} \leqslant 9$ 时, 表示决策者更偏好方案 i; 当 $a_{ij} = 1$ 时, 表示方案 i 与方案 j 无差异. 决策矩阵 $A = (a_{ij})_{p\times p}$ 还满足 $1/9 \leqslant a_{ij} \leqslant 9$, $a_{ii} = 1$, $a_{ij}\cdot a_{ji} = 1$, $i, j = 1, 2, \cdots, P$.

假设一个多属性群决策问题有 M 个决策者, P 个决策方案, 每一个方案都包含 N 个属性. 假设在每一个属性下, 每一个决策者都有一个关于方案两两比较的乘法偏好关系, 并形成相应的判断矩阵. 第 m 个决策者在第 n 个属性下的方案乘法偏好关系判断矩阵为

$$A^{mn} = (a^{mn}_{ij})_{p\times p} = \begin{bmatrix} a^{mn}_{11} & a^{mn}_{12} & \cdots & a^{mn}_{1P} \\ a^{mn}_{21} & a^{mn}_{22} & \cdots & a^{mn}_{2P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a^{mn}_{P1} & a^{mn}_{P2} & \cdots & a^{mn}_{PP} \end{bmatrix},$$

其中 a^{mn}_{ij} 表示第 m 个决策者在第 n 个属性下方案 i 优于方案 j 的程度.

现要由 M 个决策者分别在 N 个属性下得到的 $M\times N$ 个 P 维判断矩阵, 集结各决策者偏好并达成一致性意见, 最终获得一个综合各方意见的群一致性方案乘法偏好关系.

2 方法原理

多属性群决策问题涉及到决策者权重和属性权重, 陈晓红等[1]提出, 群决策中由于决策者的经验和知识背景不同, 他们的专业地位和权威性也不完全一样, 同一决策者在不同属性下其本身的影响力是存在差异的, 故不同属性下决策者应有不同的权重. 在文献 [11] 的基础上, 分别对不同属性下决策者的偏好关系判断矩阵进行分析, 提出一种群一致性偏差熵模型来求解决策者权重 $\omega^n = (\omega^n_1, \omega^n_2, \cdots, \omega^n_M)$, 同时满足 $\omega^n_m \geqslant 0$, $\sum\limits_{m=1}^{M} \omega^n_m = 1$, 并利用偏差熵模型求解了属性权重 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_N)$, 同时满足 $w_n \geqslant 0$, $\sum\limits_{n=1}^{N} w_n = 1$.

2.1 偏差熵模型求解决策者权重

为了集结群体偏好, 本文采用加权几何平均 (WGA) 算子, 第 n 个属性下方案 i 优于方案 j 的群体偏好程度如下:

$$a^n_{ij} = \prod_{m=1}^{M} (a^{mn}_{ij})^{\omega^n_m},\ i, j = 1, 2, \cdots, P. \tag{1}$$

将式 (1) 两边取对数, 得

$$\ln a^n_{ij} = \ln \prod_{m=1}^{M} (a^{mn}_{ij})^{\omega^n_m} = \sum_{m=1}^{M} \omega^n_m \ln a^{mn}_{ij}. \tag{2}$$

第 n 个属性下第 m 个决策者的方案 i 优于方案 j 的程度与第 n 个属性下方案 i 优于方案 j 的群体偏好程度的偏差可以表示为

$$\xi^{mn}_{ij} = |\ln a^{mn}_{ij} - \ln a^n_{ij}|. \tag{3}$$

其中: $i, j = 1, 2, \cdots, P$, $m = 1, 2, \cdots, M$, $n = 1, 2, \cdots, N$.

第 n 个属性下第 m 个决策者的方案偏好关系与第 n 个属性下方案群体偏好关系的偏差变量可以表示为

$$d^n_m = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P} \xi^{mn}_{ij}. \tag{4}$$

其中: $m = 1, 2, \cdots, M$, $n = 1, 2, \cdots, N$.

文献 [11] 根据决策个体方案偏好与群体方案偏好的总偏差距离最小建立优化模型, 从而得到决策者权重; 但是, 这一优化模型仅仅体现了所有决策者方案偏好总偏差距离最小, 而没有体现不同决策者个体偏好对达成群一致性的贡献. 本文利用偏差熵描述不同决策者偏好关系与群体偏好关系之间的差异.

熵是热力学中的概念, 是信息的一个度量指标, 用来度量获取的数据所提供的有用信息量. 熵越大, 对应的决策者的偏好与群体偏好越一致, 提供的有用信息量越多, 对达成群一致性的贡献越大. 为了描述各个决策者的偏好与群体偏好差异, 设偏差 δ_m^n 为在整个偏差 $\sum\limits_{m=1}^{M} d_m^n$ 中的“概率”, 即不确定性, 将这种各个决策者偏好与群体偏好的偏差的不确定性称为偏差熵. 第 n 个属性下第 m 个决策者的偏差熵定义为

$$e_m^n = -\delta_m^n \cdot \ln \delta_m^n, \tag{5}$$

$$\delta_m^n = \frac{d_m^n}{\sum\limits_{m=1}^{M} d_m^n}. \tag{6}$$

根据熵的含义, 熵值越大, 对应的决策者的偏好与群体偏好的差异越小, 说明决策者的偏好与群体偏好越一致; 反之, 熵值越小, 对应的决策者的偏好与群体偏好的差异越大, 说明决策者的偏好与群体偏好越不一致. 因此, 可以建立乘法偏好关系下群一致性偏差熵模型 (M1)

$$\max H = -\sum_{m=1}^{M} \delta_m^n \cdot \ln \delta_m^n. \tag{7}$$

将式 (1) ∼ (6) 代入 (7), 得

$$\max H = \\ -\sum_{m=1}^{M} \frac{\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\left|\ln a_{ij}^{mn} - \sum\limits_{m=1}^{M}\omega_m^n \ln a_{ij}^{mn}\right|}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\left|\ln a_{ij}^{mn} - \sum\limits_{m=1}^{M}\omega_m^n \ln a_{ij}^{mn}\right|} \times \\ \ln \frac{\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\left|\ln a_{ij}^{mn} - \sum\limits_{m=1}^{M}\omega_m^n \ln a_{ij}^{mn}\right|}{\sum\limits_{m=1}^{M}\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\left|\ln a_{ij}^{mn} - \sum\limits_{m=1}^{M}\omega_m^n \ln a_{ij}^{mn}\right|}.$$

对模型 M1 通过 Matlab 软件进行编程求解, 即可求得在第 n 个属性下决策者的权重向量 ω^n.

然而, 不同决策者在根据当前同一属性下方案偏好关系判断矩阵所获得的权重时, 只能体现决策初始这个属性下群体差异的局部最小, 并没有达到群一致性. 若要提高群决策的质量, 则须提高每一个决策者的决策质量并促使决策者之间信息多阶段交互, 以达到群体意见的稳定性和一致性. 近几年来, 有关群决策中一致性的问题得到了广泛研究, 也取得了显著成果[10-15], 本文在文献 [11] 的基础上, 探讨了不同属性下决策者的方案偏好自动达到群一致性的模型.

根据式 (3), 第 n 个属性下 m 个决策者关于方案偏好关系, 用模型 M1 求得的第 n 个属性下决策者权重向量 ω^n 分别与第 n 个属性下方案群体偏好关系的偏差熵变量进行加权, 得到群体一致性偏差熵

$$\Delta^n = \sum_{m=1}^{M} \omega_m^n \cdot e_m^n. \tag{8}$$

为了判断群体偏好是否达到群一致性水平, 需要事先设置一个偏差熵阈值 Δ_0. 阈值的设置至关重要, 若阈值设置过大, 则对群一致性要求较高, 决策群体偏好很难达到群一致性水平; 若设置过小, 则对群一致性要求较低, 群体偏好很容易达到群一致性水平. 为了避免决策者人为设置偏差熵阈值的主观性, 选取一个客观合理的偏差熵阈值. 用 Matlab 软件进行算例模拟 1 000 次, 得到 1 000 个数据, 取其平均值 0.306 8 为偏差熵阈值, 比较群体一致性偏差熵与偏差熵阈值的大小, 若 $\Delta^n \geqslant \Delta_0$, 则认为群体偏好达到了群一致性水平; 否则, 找出 $e_m^n < \Delta_0$ 的决策者, 对其方案偏好关系判断矩阵做如下迭代:

$$a_{ij}^{mn(t+1)} = (a_{ij}^{n(t)})^{\eta} \cdot (a_{ij}^{mn(t)})^{1-\eta}. \tag{9}$$

其中: $\eta = (\Delta_0 - e_m^n)/\Delta_0$, t 是迭代次数. 迭代过程是一个群体偏好冲突消解的过程, 也是群体偏好达成群体一致性的动态调整过程. 为了控制迭代次数, 需要确定一个最大迭代次数 t^*. t^* 的设置需要避免迭代完成时群体偏好远远没有达到群体一致性水平以及群体偏好已经达到群体一致性水平时的迭代次数与 t^* 相距甚远的情况出现, 一般取 $t^* = 5 \pm 1$ 比较合理. 原因是德尔菲方法通常要经过 4 ∼ 5 轮交互[16], 而式 (9) 的迭代算子虽不是德尔菲方法, 但亦是群体方案偏好的一致性调整, 两者有异曲同工之处. 对于实际的决策问题, 为了使决策群体的偏好在进行迭代时尽可能达到群一致性水平, 需要根据决策问题的实际情况及决策者处理这一类决策问题的经验, 在决策初始由决策者相互协商来确定 t^*, 最开始 $t = 0$, 并且 $t \leqslant t^*$.

迭代后可得到新的偏好关系判断矩阵, 用新的判断矩阵替代旧的判断矩阵, 再利用偏差熵模型 M1 即可求得新的群一致性权重向量 ω^{cn}. 利用式 (8) 与偏差熵阈值 Δ_0 进行比较, 看是否达到群一致性水平, 当群体偏好达到群一致性水平时, 用新的群一致性权重向量 ω^{cn} 和式 (1) 求出各个属性下群一致性方案偏好关系判断矩阵

$$A^{cn} = (a_{ij}^n)_{p \times p},$$

其中

$$a_{ij}^n = \prod_{m=1}^{M} (a_{ij}^{mn})^{\omega_m^{cn}}. \tag{10}$$

2.2 偏差熵模型求解属性权重

下面利用偏差熵模型来求解属性权重. 同样采

用WGA算子, 方案i优于方案j的程度描述如下:

$$a_{ij}=\prod_{n=1}^{N}(a_{ij}^{n})^{w_n},\ i,j=1,2,\cdots,P. \tag{11}$$

将式(11)两边取对数, 得

$$\ln a_{ij}=\ln\prod_{n=1}^{N}(a_{ij}^{n})^{w_n}=\sum_{n=1}^{N}w_n\ln a_{ij}^{n}. \tag{12}$$

第n个属性下方案i优于方案j的程度与方案i优于方案j的群体偏好程度的偏差可以表示为

$$\sigma_{ij}^{n}=|\ln a_{ij}^{n}-\ln a_{ij}|,\ i,j=1,2,\cdots,P. \tag{13}$$

第n个属性下方案偏好关系与方案群体偏好关系的偏差变量可以表示为

$$d^{n}=\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sigma_{ij}^{n},\ n=1,2,\cdots,N. \tag{14}$$

则第n个属性的偏差熵可定义为

$$e^{n}=-\eta^{n}\cdot\ln\eta^{n}, \tag{15}$$

$$\eta^{n}=\frac{d^{n}}{\sum\limits_{n=1}^{N}d^{n}}. \tag{16}$$

根据熵的含义, 熵值越大越好, 因此可以建立乘法偏好关系下群一致性偏差熵模型(M2)

$$\max T=-\sum_{n=1}^{N}\eta^{n}\cdot\ln\eta^{n}. \tag{17}$$

将式(11)$\sim$(16)代入(17), 得

$$\max T=\\
-\sum_{n=1}^{N}\frac{\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\Big|\ln a_{ij}^{n}-\sum\limits_{n=1}^{N}w_n\ln a_{ij}^{n}\Big|}{\sum\limits_{n=1}^{N}\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\Big|\ln a_{ij}^{n}-\sum\limits_{n=1}^{N}w_n\ln a_{ij}^{n}\Big|}\times\\
\ln\frac{\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\Big|\ln a_{ij}^{n}-\sum\limits_{n=1}^{N}w_n\ln a_{ij}^{n}\Big|}{\sum\limits_{n=1}^{N}\sum\limits_{i=1}^{P}\sum\limits_{j=1}^{P}\Big|\ln a_{ij}^{n}-\sum\limits_{n=1}^{N}w_n\ln a_{ij}^{n}\Big|}.$$

同样, 用Matlab软件对模型M2进行编程求解, 即可求得n个属性的权重向量w. 再利用式(11)即可求得最终的综合各方意见的群一致性方案偏好关系判断矩阵$A=a_{ij}$. 对最终的群一致性方案偏好关系判断矩阵A采用下式求得方案排序向量[17]:

$$o_i=\frac{1}{P(P-1)}\Big(\sum_{j=1}^{P}\frac{1}{1+a_{ji}}+\frac{P}{2}-1\Big). \tag{18}$$

求得方案排序向量$o=(o_1,o_2,\cdots,o_P)$, 即可获得最终的方案排序结果.

2.3 基于方案乘法偏好关系的决策方案排序

基于上述讨论结果, 给出一种基于乘法偏好关系的群一致性偏差熵多属性群决策方法步骤.

Step 1: 每一个决策者$m(m=1,2,\cdots,M)$在每一个属性$n(n=1,2,\cdots,N)$下提供两两比较的方案乘法偏好关系并形成相应的判断矩阵. 设t为迭代次数, t^*为最大的迭代次数, $\varDelta_0$为偏差熵阈值. $A^{0mn}=(a_{ij}^{0mn})_{p\times p}$, 且$t=0$.

Step 2: 利用式(1)集结第n个属性下各个决策者的方案乘法偏好关系, 形成第n个属性下方案集结乘法偏好关系$A^{tn}=(a_{ij}^{tn})_{p\times p}$.

Step 3: 利用模型M1求得方案集结乘法偏好关系$A^{tn}=(a_{ij}^{tn})_{p\times p}$下的决策者权重$\omega^{tn}=(\omega_1^{tn},\omega_2^{tn},\cdots,\omega_M^{tn})$, 并得到此时的方案集结乘法偏好关系$A^{tn}$.

Step 4: 分别利用式(5)和式(8)求出第n个属性下每个决策者的偏差熵变量$e_m^{n}(t)$和群体一致性偏差熵变量$\varDelta^{n}(t)$, 并与偏差熵阈值$\varDelta_0$进行比较. 如果$\varDelta^{n}(t)\geqslant\varDelta_0$, 或者$t=t^*$, 则停止迭代, 继续Step 5; 否则, 找出$e_m^{n}<\varDelta_0$的决策者, 对其方案偏好关系判断矩阵按式(9)作迭代, 让$t=t+1$, 返回Step 2.

Step 5: 利用式(11)集结n个属性下方案乘法偏好关系$A=(a_{ij})_{p\times p}$, 利用模型M2求得方案集结乘法偏好关系的属性权重$w=(w_1,w_2,\cdots,w_N)$, 此时可得综合各方意见的群一致性方案乘法偏好关系判断矩阵A.

Step 6: 用式(18)求得最终的方案排序.

3 算例分析

假设一个决策问题有4个可选方案, 每个方案都有3个属性, 共有5个决策者, 每一个决策者在每一个属性下都有一个关于方案的乘法偏好关系, 其方案乘法偏好关系判断矩阵如表1所示. 在决策初始, 5个决策者根据这类决策问题的实际情况, 经过相互讨论协商后决定最大迭代次数$t^*=4$.

利用群一致性偏差熵模型M1求解每一个属性下决策者的权重及每个属性下偏差熵, 得到

$$\omega^{1}=\\(0.073\,0,\ 0.302\,8,\ 0.330\,7,\ 0.132\,8,\ 0.160\,7),$$

$$\omega^{2}=\\(0.208\,2,\ 0.229\,4,\ 0.312\,3,\ 0.076\,0,\ 0.173\,9),$$

$$\omega^{3}=\\(0.275\,0,\ 0.209\,2,\ 0.216\,1,\ 0.118\,2,\ 0.181\,5),$$

$$\varDelta^{1}=0.319\,9,\ \varDelta^{2}=0.324\,0,\ \varDelta^{3}=0.310\,3.$$

偏差熵阈值$\varDelta^{0}=0.308\,6$, 比较可知, 3个属性下决策者的决策偏好均达到了群一致性水平, 为此利用式(1)分别集结3个属性下方案乘法偏好关系, 得到各个属性下的方案群体乘法偏好关系如表2所示.

表 1　乘法偏好关系判断矩阵数据表

决策者	方案	属性 1				属性 2				属性 3			
		方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4
1	1	1	5	1/9	1/3	1	4	1/2	1/8	1	2	1/2	7
	2	1/5	1	2	7	1/4	1	7	1/3	1/2	1	1/2	6
	3	9	1/2	1	1/6	2	1/7	1	7	2	2	1	1/2
	4	3	1/7	6	1	8	3	1/7	1	1/7	1/6	2	1
2	1	1	9	3	9	1	6	2	1/4	1	1	1/5	1/7
	2	1/9	1	1/8	5	1/6	1	2	6	1	1	2	1/9
	3	1/3	8	1	3	1/2	1/2	1	1/8	5	1/2	1	5
	4	1/9	1/5	1/3	1	4	1/6	8	1	7	9	1/5	1
3	1	1	5	1/3	1/5	1	1/9	7	1/8	1	3	8	1
	2	1/5	1	8	1/7	9	1	5	9	1/3	1	9	4
	3	3	1/8	1	1	1/7	1/5	1	9	1/8	1/9	1	3
	4	5	7	1	1	8	1/9	1/9	1	1	1/4	1/3	1
4	1	1	3	1/9	8	1	6	1	1/4	1	9	3	4
	2	1/3	1	6	9	1/6	1	1/7	2	1/9	1	1	1/8
	3	9	1/6	1	7	1	7	1	1/3	1/3	1	1	5
	4	1/8	1/9	1/7	1	4	1/2	3	1	1/4	8	1/5	1
5	1	1	1	6	4	1	1/4	4	1/2	1	1/7	1/4	5
	2	1	1	8	4	4	1	1	1/7	7	1	2	1/6
	3	1/6	1/8	1	8	1/4	1	1	7	4	1/2	1	6
	4	1/4	1/4	1/8	1	2	7	1/7	1	1/5	6	1/6	1

表 2　方案群体乘法偏好关系数据表

方案	属性 1				属性 2				属性 3			
	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4
1	1	4.310 1	0.822 9	1.736 5	1	0.912 6	2.371 8	0.196 6	1	1.397 2	0.818 9	1.793 1
2	0.232 0	1	1.975 3	1.649 5	1.095 8	1	2.506 8	1.791 1	0.715 7	1	1.741 9	0.788 0
3	1.215 3	0.506 3	1	2.213 3	0.421 6	0.398 9	1	2.385 4	1.221 2	0.574 1	1	2.456 9
4	0.575 9	0.606 3	0.451 8	1	5.086 4	0.558 3	0.419 2	1	0.557 7	1.269 1	0.407 0	1

利用偏差熵模型 M2 求解每一个属性的权重, 得 $w = (0.123\,0,\ 0.417\,3,\ 0.459\,6)$. 再利用式 (11) 集结 3 个属性的群体方案乘法偏好关系, 得到最终群一致性乘法偏好关系矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1.707\,4 & 1.355\,6 & 0.624\,0 \\ 0.585\,7 & 1 & 2.163\,6 & 1.511\,4 \\ 0.737\,7 & 0.162\,7 & 1 & 2.334\,3 \\ 1.602\,6 & 0.661\,7 & 0.428\,4 & 1 \end{bmatrix}.$$

最后, 利用式 (18) 求得方案的排序向量为

$$o = (0.257\,5,\ 0.262\,9,\ 0.245\,1,\ 0.233\,4),$$

因此方案 2 为最优方案.

4　结　论

在多属性群决策中, 针对每一个属性下决策者都有一个关于方案的乘法偏好关系的决策问题, 提出了一种基于乘法偏好关系的群一致性偏差熵多属性群决策方法. 此方法具有以下一些特点:

1) 将基于方案乘法偏好关系的多属性决策和单一属性的群决策相结合, 把多属性群决策放在方案两两比较的乘法偏好关系下进行决策分析;

2) 考虑到不同属性下决策者有不同的权重, 提出了一种群一致性偏差熵模型来分别求解每个属性下决策者权重;

3) 通过一个迭代算子, 可以使得决策群体自动达到群一致性水平, 从而得到每个属性下群体乘法偏好关系, 并再次利用此模型求解每个属性的权重;

4) 通过偏差熵求出的决策者权重和属性权重, 保证了决策结论的客观性.

另外, 多属性群决策中针对每一个属性下决策者都有一个关于方案的乘法偏好关系的决策问题, 未来的研究可将它放到复杂大群体或应急决策环境背景下, 通过聚类的方法分析不同属性下决策群体的偏好差异, 在此基础上进行进一步的分析研究.

参考文献(References)

[1] 陈晓红, 阳熹. 一种基于三角模糊数的多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2008,30(2):278-282.
(Chen X H, Yang X. Multiple attributive group decision making method based on triangular fuzzy numbers[J]. Systems Engineering and Electonics, 2008, 30(2): 278-

282.)

[2] Chuu S J. Group decision-making model using fuzzy multiple attributes analysis for the evaluation of advanced manufacturing technology[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(5): 586-602.

[3] Herrera F, Herrera-Viedma E, Chiclana F. Multiperson decision-making based on multiplicative preference relations[J]. European J of Operational Research, 2001, 129(2): 372-385.

[4] 徐泽水, 赵华. 偏好信息为模糊互反判断矩阵的模糊多属性决策法[J]. 模糊系统与数学, 2004, 18(4): 115-121.
(Xu Z S, Zhao H. A method for fuzzy multi-attribute decision making with preference information in the form of fuzzy reciprocal judgement matrix[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2004, 18(4): 115-121.)

[5] Fan Z P, Ma J, Jiang Y P. A goal programming approach to group decision making based on multiplicative preference relations and fuzzy preference relations[J]. European J of Operational Research, 2006, 174(1): 311-321.

[6] Wang Y M, Fan Z P, Hua Z S. A chi-square method for obtaining a priority vector from multiplicative and fuzzy preference relations[J]. European J of Operational Research, 2007, 182(1): 356-366.

[7] Li D F, Wang Y C, Liu S, et al. Fractional programming methodology for multi-attribute group decision-making using IFS[J]. Applied Soft Computing, 2009, 9(1): 219-225.

[8] 曾三云, 龙君, 朱长城. 带有方案偏好关系的模糊多属性决策方法[J]. 模糊系统与数学, 2008, 22(1): 132-137.
(Zeng S Y, Long J, Zhu C C. Fuzzy multiple attribute decision making method with preference relation on alternatives[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2008, 22(1): 132-137.)

[9] Chen S M, Niou S J. Fuzzy multiple attributes group decision-making based on fuzzy preference relations[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(4): 3865-3872.

[10] Wu Z B, Xu J P. A consistency and consensus based decision support model for group decision making with multiplicative preference relations[J]. Decision Support Systems, 2012, 52(3): 757-767.

[11] Xu Z S, Cai X Q. Group consensus algorithms based on preference relations[J]. Information Sciences, 2011, 181(1): 150-162.

[12] Xu J P, Wu Z B. A discrete consensus support model for multiple attribute group decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(8): 1196-1202.

[13] Xu Z S. An automatic approach to reaching consensus in multiple attribute group decision making[J]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 56(4): 1369-1374.

[14] Wu Z B, Xu J P. A concise consensus support model for group decision making with reciprocal preference relations based on deviation measures[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2012, 206: 58-73.

[15] Fu C, Yang S L. An evidential reasoning based consensus model for multiple attribute group decision analysis problems with interval-valued group consensus requirements[J]. European J of Operational Research, 2012, 223(1): 167-176.

[16] 田军, 张朋柱, 王刊良, 等. 基于德尔菲法的专家意见集成模型研究[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 57-62.
(Tian J, Zhang P Z, Wang K L. The integrating model of expert's opinion based on Delphi method[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2004, 24(1): 57-62.)

[17] 徐泽水, 顾红芳. 混合判断矩阵的两种排序方法[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(5): 1-3.
(Xu Z S, Gu H F. Two methods for priorities of hybrid judgement matrix[J]. Systems Engineering and Electonics, 2002, 24(5): 1-3.)

(责任编辑：孙艺红)