

混合估计多模粒子滤波的机动弱目标检测前跟踪算法

吴瑕, 陈建文, 鲍拯, 赵志国

(空军预警学院 雷达兵器运用工程军队重点实验室, 武汉 430019)

摘要: 针对低信噪比条件下的机动小目标实时检测与跟踪困难的问题, 提出一种基于混合估计多模粒子滤波的检测前跟踪改进算法. 首先根据前一时刻所采用的模型状态及其转移概率等先验信息实现当前时刻的模型采样; 然后在充分考虑当前量测下实现当前的粒子预测, 采用一种序贯重要性平滑重采样策略, 在不增加计算量的前提下, 改善了粒子多样性衰退的问题; 最后通过新的粒子集完成对模型和状态的合理估计与目标检测. 仿真结果验证了该方法的检测与跟踪性能优于传统的多模粒子滤波方法.

关键词: 粒子滤波; 多模型; 混合估计; 检测前跟踪; 平滑重采样

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Track-before-detect for maneuvering weak target based on mixture estimation of multi model particle filter algorithm

WU Xia, CHEN Jian-wen, BAO Zheng, ZHAO Zhi-guo

(Key Laboratory for Radar Application Engineering, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China.

Correspondent: WU Xia, E-mail: moonshiner007@163.com)

Abstract: For the problem of maneuvering target detection and tracking in low signal-to-noise environment, the improved track-before-detect algorithm based on mixture estimation of the multiple model particle filter is presented. Firstly, the current moment model is sampled by the previous moment particle model information and the model transfer probability. Then, the prediction for current particle is done by current measurement information, and the sequential importance resampling smoothing way is presented, which can effectively increase particle diversity without increasing account task. Finally, the model and state are effectively estimated by the new particle muster. Simulation results show that the proposed algorithm has better performance of detection and tracking compared with the standard multi model particle filter.

Key words: particle filter; multiple model; mixture estimation; track-before-detect; smoothing resampling

0 引言

对于远距离高机动的小目标, 雷达接收到的回波信号相当微弱, 用传统的积累与检测方法不能可靠地检测目标^[1-3], 而检测前跟踪(TBD)技术则比较适合于低信噪比微弱目标. TBD是将一次扫描回波做脉冲串积累后不做门限比较(或者与低门限比较), 从而保留下来微弱的目标信息, 在得到多次扫描回波后, 利用某些数据处理算法估计目标航迹, 同时沿航迹进行扫描间积累, 在合理估计航迹的基础上判断目标是否出现, 最后同时给出检测结果和目标航迹.

目前典型的TBD算法包括Hough变换^[1-2]、动态规划^[3-4]和粒子滤波^[5-7]等. 其中粒子滤波是基于贝叶斯理论的算法, 它是贝叶斯滤波的近似实现, 精度可

以逼近最优估计. 而从贝叶斯理论的观点考虑, 解决TBD问题就是估计出当前时刻目标状态与目标出现状态的联合后验概率密度. 与其他TBD算法最大的不同之处在于, 基于粒子滤波的TBD算法通过目标状态模型和量测模型真正引入了跟踪的思想和算法, 状态模型与量测模型均可以是非线性、非高斯的, 并且不限制目标是否具有机动性.

利用粒子滤波解决机动弱小目标检测已成为当前的热点问题, 但在已有的研究成果中^[5-9], 多为较简单的单模型匀速运动或转弯, 机动性与实际贴合性不高, 并且较少研究弱小目标做复杂机动下的粒子滤波检测与跟踪. 另外, 对于基于多模粒子滤波的TBD方法, 解决粒子多样性与降低计算量之间的平衡始终是

收稿日期: 2012-10-31; 修回日期: 2013-01-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61072132); 中国博士后科学基金项目(2013M542541).

作者简介: 吴瑕(1979—), 男, 讲师, 博士后, 从事智能信息处理、目标检测、目标识别等研究; 陈建文(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事信号处理、目标识别等研究.

一个难题,如文献[10-11]在引入多模型粒子滤波进行机动目标检测前跟踪时,为了保持粒子多样性,均采用了大量粒子,因而增加了计算量。

针对上述问题,本文在多模粒子滤波框架下,首先在粒子中融入模型与状态信息,充分引入当前量测信息,并在此基础上提出一种序贯重要性平滑重采样策略以改善粒子多样性衰退问题,同时准确完成机动小目标的检测与跟踪。因为模型估计与状态估计中均用到粒子信息,也就是在预测粒子中混合了模型信息与状态信息,并一直贯穿至序贯重要性平滑粒子重采样中,所以本文称之为混合估计。最后通过仿真实验验证了算法的检测与跟踪性能。

1 系统模型建模

1.1 运动与测量模型

目标在 x - y 平面内作非线性运动,运动方程与观测方程分别为

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}, r_k) + w_{k-1}, \quad (1)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k. \quad (2)$$

其中: $x_k = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ I]_k^T$, (x, y) 、 (\dot{x}, \dot{y}) 和 I 分别为目标沿 x 轴和 y 轴的位置、速度和强度状态; w_{k-1} 和 v_k 分别为过程噪声和观测噪声; $h(x_k)$ 为目标信号形式; $r_k \in M = \{0, 1, 2\}$ 为模型变量,考虑到目标的主要运动特征,这里 $r_k = 0$ 、 $r_k = 1$ 、 $r_k = 2$ 分别为没有目标、目标匀速和目标转弯。式(1)等价于目标状态转换概率密度 $p(x_k|x_{k-1})$ 。

针对不同模型,转换矩阵表示如下:

$$f_{k-1}(x_{k-1}, r_k = 1) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$f_{k-1}(x_{k-1}, r_k = 2) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega_{k-1} T}{\omega_{k-1}} & 0 & -\frac{1 - \cos \omega_{k-1} T}{\omega_{k-1}} & 0 \\ 0 & \cos \omega_{k-1} T & 0 & -\sin \omega_{k-1} T & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos \omega_{k-1} T}{\omega_{k-1}} & 1 & \frac{\sin \omega_{k-1} T}{\omega_{k-1}} & 0 \\ 0 & \sin \omega_{k-1} T & 0 & \cos \omega_{k-1} T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 ω 为转弯角速度。

对于时刻 k 目标在传感器扫描区域内的存在状态,即系统模型间的转换概率,可用一个马尔科夫链(Markov)来表示,即

$$P\{r_k = b | r_{k-1} = a\} = \pi_{ab}, \quad a, b = 0, 1, 2. \quad (5)$$

$\Pi = [\pi_{ab}]$ 为 Markov 概率转移矩阵。

假设雷达在相同扫描区域的原始观测数据为距离-多普勒二维图像帧,且每帧图像有 $n_x \times m_y$ 个分辨单元(像素)。如每个分辨单元可表示为 (i, j) , $i = 1, 2, \dots, n_x$, $j = 1, 2, \dots, m_y$, 并对应一个矩形区域 $\Delta_x \times \Delta_y$, 则 $z_k^{(i,j)}$ 代表时刻 k 下分辨单元 (i, j) 的强度量测数据,表示为

$$z_k^{(i,j)} = \begin{cases} h_k^{(i,j)}(x_k) + v_k^{(i,j)}, & E_k^{(i,j)} = 1; \\ v_k^{(i,j)}, & E_k^{(i,j)} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $h_k^{(i,j)}(x_k)$ 为目标在分辨单元 (i, j) 的信号; $v_k^{(i,j)}$ 为 (i, j) 处零均值方差 σ^2 的独立量测噪声,假设满足高斯分布,即 $v_k^{(i,j)} \sim N(v; 0, \sigma^2)$; $E_k^{(i,j)} \in \{0, 1\}$, 0 表示目标不存在,1 表示目标存在。

本文对于 $h_k^{(i,j)}(x_k)$ 采用传感器点扩散函数形式,则在 (x_k, y_k) 幅值强度参数 I_k 的目标对于分辨单元的强度贡献为

$$h_k^{(i,j)}(x_k) \approx \frac{\Delta_x \Delta_y I_k}{2\pi \Sigma^2} \exp\left\{-\frac{(i\Delta_x - x_k)^2 + (j\Delta_y - y_k)^2}{2\Sigma^2}\right\}, \quad (7)$$

其中 Σ^2 为已知参数,表示由传感器引入的模糊程度。

至 k 时刻的所有量测数据表示为

$$z_k = \{z_k^{(i,j)} | i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m\}.$$

由此,雷达对监视区域产生的完整量测数据集合可表示为 $Z_k = \{z_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ 。

1.2 多模型粒子滤波

首先由 $k-1$ 时刻的后验概率密度 $p(x_{k-1}, r_{k-1} | Z_{k-1})$ 和转换概率 π_{ab} 来计算时刻 k 的初始概率密度

$$p(x_{k-1}, r_k = b | Z_{k-1}) = \sum_{a=1}^M \pi_{ab} p(x_{k-1}, r_{k-1} = a | Z_{k-1}); \quad (8)$$

然后通过各模型状态方程可预测 k 时刻的先验概率密度 $p(x_k, r_k | Z_{k-1})$ ^[9], 再通过贝叶斯递推公式结合观测似然函数得到目标后验概率密度

$$p(x_k, r_k | Z_k) = \frac{p(z_k | x_k, r_k) p(x_k, r_k | Z_{k-1})}{p(z_k | Z_{k-1})} \approx \sum_{i=1}^{N_s} q_k^i \delta((x_k, r_k) - (x_k^i, r_k^i)). \quad (9)$$

其中: $p(z_k | x_k, r_k)$ 为传感器似然函数,由量测方程和量测噪声的统计特性决定^[9-10]; q_k^i 为粒子权值; N_s 为粒子个数; δ 为 Dirac 函数对应于第 i 个粒子似然比^[9]。

2 混合估计多模粒子滤波

2.1 问题的提出与改进思路

多模粒子滤波(MMPF)机动目标检测前跟踪通常是在所采用的滤波器完成对状态估计的同时,有效地实时系统模型估计,二者间相互依存。传统的多模粒子滤波算法总粒子数是有限的,各模型的粒子数按

模型概率状态自动调整分布. 当测量模型在低信噪比条件下, 如果某一模型概率较小, 则其粒子数量也相应减少, 一方面, 难以充分近似该模型概率密度, 降低了滤波性能, 虽然通过引入重采样可以在一定程度上改善粒子退化的问题, 但同时也带来了粒子多样性衰退的问题, 这严重影响了检测与跟踪性能, 失去了多模型的特点; 另一方面, 当目标出现机动或者信号波动较强时, 有限粒子数在多个模型之间分配, 易导致模型无法及时转换和滤波发散, 使当前时刻检测概率和跟踪精度严重下降.

针对上述问题, 本节在多模粒子滤波的框架基础上进行改进, 其递推过程主要由以下3个环节实现: 当前模型状态采样、预测粒子与重采样、模型与目标状态更新估计. 首先, 根据前一时刻所采用的模型状态及其转移概率等先验信息实现对当前模型采样; 然后, 在采样模型环境下依据状态转移模型完成对当前时刻粒子的预测, 根据预测粒子确定粒子权值并依此按序进行重要性平滑重采样, 此时预测粒子中混合了模型信息和状态信息; 最后, 利用重采样后的粒子来同时实现模型与状态的估计, 得到时刻 k 目标的检测结果和状态估计结果.

2.2 改进的多模粒子滤波 TBD 算法

基于上述思想设计混合估计多模粒子滤波的 TBD 算法.

首先设定一混合变量表征目标的状态估计为 $\lambda_k = [x_k^T \ r_k]^T$, 其次假设已知 $k-1$ 时刻该变量联合后验概率为 $p(\lambda_{k-1}|Z_{k-1})$, 并且各模型状态的后验概率密度为 $p(x_{k-1}|r_{k-1}, Z_{k-1})$, 由粒子集 $\{\lambda_{k-1}, q_{k-1}^i\}_{i=1}^N$ 表示, 这里 N 为粒子数.

结合新的观测数据 z_k 和运动模型变量 r_k , 估计时刻 k 的后验概率密度 $p(x_k, r_k|Z_k)$ 的基本过程如下 (Step 1 为当前模型状态采样过程, Step 2~Step 4 为预测粒子与重采样过程, Step 5、Step 6 为混合估计和检测过程):

Step 1 初始化. 已知 $k-1$ 时刻第 i 个粒子的模型状态为 $r_{k-1}^i = b$, 对于 $i = 1, 2, \dots, N$, 从初始分布 $x_0^i \sim U_{[0,1]}$ 中采样 δ , 当满足 $\sum_{b=0}^{c-1} \pi_{ab} < \delta \leq \sum_{b=0}^c \pi_{ab}$ 时, $r_k^i = c$, 表示 k 时刻第 i 个粒子所对应的采样模型状态.

Step 2 预测粒子生成. 通过 k 时刻粒子的模型状态采样信息, 进一步结合 $k-1$ 时刻的粒子完成当前粒子预测生成.

针对混合变量 λ_k , 由式 (1) 与 Step 1 得到其 k 时刻第 i 个预测粒子可表示为 $f(x_{k/k-1}^i, r_k^i, \omega_{k-1}^i)$, 它的量测值为

$$z_{k/k-1}^i = h(x_{k/k-1}^i, r_k^i, v_k^i). \quad (10)$$

Step 3 粒子权值计算. 为实现对预测粒子的更新, 需有效评估粒子的权值. 设 k 时刻第 i 个粒子的权值为 q_k^i , 则第 i 个粒子的未归一化权值为

$$\tilde{q}_k^i = \begin{cases} 1, & E_k^i = 0; \\ l(h_k^{(i,j)}, z_k^{(i,j)}) \exp\left(-\frac{|h_k^{(i,j)}|^2}{2\sigma^2}\right), & E_k^i = 1. \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$l(h_k^{(i,j)}, z_k^{(i,j)}) = \prod_{i \in c_i(x_k^n), j \in c_j(x_k^n)} I_0\left(\frac{|h_k^{(i,j)}||z_k^{(i,j)}|}{\sigma^2}\right),$$

$|\cdot|$ 表示幅度, $I_0(\cdot)$ 为修正的零阶贝塞尔函数, $c_i(x_k^n) = \{i_0 - p, \dots, i_0 - 1, i_0, i_0 + 1, \dots, i_0 + p\}$, i_0 表示为最接近目标状态矢量 $x_k^n = x_k^n[1]$ 数值的整数, 而 p 为预设参数, 其表示为目标对雷达分辨单元的影响程度.

对粒子权值进行归一化计算

$$q_k^i = \tilde{q}_k^i / \sum_{i=1}^N \tilde{q}_k^i, \quad (12)$$

通过对上述粒子权值计算过程分析可发现, 粒子权值中包含了目标状态和模型状态等信息, 相对于标准的粒子滤波中仅依据式 (6) 和 (7) 中的当前量测数据和量测精度而得的粒子权值而言^[8], 本文方法所包含的信息量更加丰富.

Step 4 序贯重要性平滑重采样. 重采样是在评估粒子权值后, 维持粒子总数不变的前提下, 删减权值低的粒子, 复制权值高的粒子. 目前, 重采样方法主要有: 系统重采样、最小方差采样、采样重要度重采样等^[9]. 但是重采样后通常出现权值较小的粒子逐渐消失而权值较大的粒子被复制多次的现象, 导致多样性下降, 经若干次迭代后, 所有粒子塌缩至一个较小区域^[6], 粒子没有覆盖到目标单元, 使检测概率降低或跟丢目标. 为了改善重采样后粒子多样性衰退问题, 本文在采样重要度重采样 (SIR) 基础上进行改进, 得到一种序贯重要性平滑重采样算法, 其策略如下:

假设由式 (9) 对粒子集 $\{\lambda_k, q_k^i\}_{i=1}^N$ 独立重采样, 共得到 $N_r \times N_s$ 个粒子, 每 N_r 个粒子为一组, 其中第 l 组标记为 $\{s_k^{li} | l = 1, 2, \dots, N_r\}$, s_k^{li} 表示第 l 组的第 i 个粒子. 对每组 N_r 个粒子求平均

$$\bar{s}_k^i = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_r} s_k^{li}, \quad (13)$$

其中 \bar{s}_k^i 就是经过平滑重采样的第 i 个粒子.

对状态模式 r_k 进行平滑, 得到

$$r_k^i = \sum_{i=1}^{N_r} r_k^{li} \geq \frac{N_r + 1}{2}, \quad (14)$$

其中 r_k^{li} 对应于粒子 s_k^{li} 的状态模式.

按上述方法实现重采样平滑, 需要进行 $N_r \times N_s$ 次, 计算量较大, 对此作进一步调整: 把 N_s 次重采样后的第 i 个粒子记为 s_k^{i1} (总共 N_r 个粒子), 对其余粒子分别循环移动 t_a 位 ($a = 1, 2, \dots, N_r - 1$), 移位后的粒子记为 $s_k^{i2}, s_k^{i3}, \dots, s_k^{iN_r}$. 这样仅重采样 N_s 个粒子就完成了简化平滑重采样, 减少了计算量.

按上述方法得到 N_s 个经过平滑的粒子, 令重采样后粒子权值为 $1/N_s$.

Step 5 模型更新估计. 对经过重采样后的 N_s 个粒子, 统计对应各模型的粒子数. 经过统计后, 对应于 $r_k = 0, r_k = 1, r_k = 2$ 各模型的粒子数分别为 R_0, R_1, R_2 , 则目标对各模型的概率估计分别为

$$\hat{P}_{r_k=0} = \frac{R_0}{N_s}, \hat{P}_{r_k=1} = \frac{R_1}{N_s}, \hat{P}_{r_k=2} = \frac{R_2}{N_s}. \quad (15)$$

如果 $(\hat{P}_{r_k=1} + \hat{P}_{r_k=2}) > \theta_k$ (θ_k 为判断目标是否存在的预设检测门限), 则判断目标存在.

Step 6 目标状态估计. 如果判断目标存在, 则按下式计算目标状态

$$\hat{x}_k = \sum_{j=1}^{R_1+R_2} x_k^j / (R_1 + R_2), \quad (16)$$

得到目标存在的位置和速度信息.

3 仿真与分析

本节通过仿真实验来验证本文算法在多模型非线性系统状态中实现机动弱小目标检测与跟踪性能. 假设目标在 x - y 平面内作匀速直线运动和机动转弯 (整体类似正弦运动). 共仿真 100 个传感器扫描周期, 共 100 s. 其中, 目标在 0 ~ 20s 作匀速直线运动, 初始速度为 100 m/s, 在 21 ~ 30s 作 0.35 rad/s 转向机动, 在 31 ~ 60s 恢复匀速直线运动, 在 61 ~ 70s 作 0.40 rad/s 转向机动, 71 ~ 90s 再作匀速直线运动, 然后消失.

传感器每秒产生一帧图像, 图像区域 $n_x \times m_y$ 为 40×80 , 每个分辨单元 $\Delta_x = \Delta_y = 1$, x 和 y 方向上距离分辨单元均为 100 m, 参数 $\Sigma = 0.7$. 如果目标信号强度 I_k 已知, 则观测噪声方差 σ 决定了信噪比大小, 对应信噪比计算公式为 $10 \lg(I_k \Delta_x \Delta_y / 2\pi \Sigma^2 \sigma)^2$, 观测噪声符合高斯分布. 目标的马尔可夫模型转移矩阵参数为 $\Pi = [0.05, 0.9, 0.05; 0.1, 0.1, 0.8; 0.1, 0.8, 0.1]$, 粒子数为 2000. 初始时刻目标位置如图 1 所示, 平滑粒子数 $N_r = 3$, 检测门限 $\theta_k = 0.6$, 粒子初始状态与模型分布为: 位置变量 (x, y) 分布在 $[0, 40]$ 与 $[-40, 40]$ 内, 速度变量 (\dot{x}, \dot{y}) 在 $[-2, 2]$ 与 $[-2, 2]$ 内, I_k 在 $[10, 30]$ 内, $p = 2$, 粒子对应各模型初始概率分别为 0.05、0.9 和 0.05.

图 1 给出了信噪比 6 dB 下, 一次 Monte Carlo 仿真中对目标的检测和跟踪结果, 并给出了实际运动

轨迹、MMPF 结果和本文方法的结果对比. 由图 1 可以看出, 在整个过程中本文方法的估计精度明显优于 MMPF, 尤其在两次机动转弯过程中, MMPF 因出现模型无法及时转换, 导致滤波发散, 出现失跟现象, 估计误差较大, 并且在目标消失后还多跟一步 (即检测延迟一步), 而本文方法可以准确地对模型切换进行有效估计, 并始终维持了较好且稳定的跟踪精度.

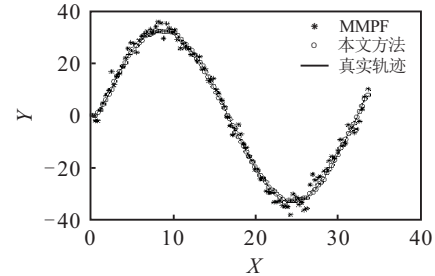


图 1 目标航迹估计结果

为了更清晰地了解两种方法在目标跟踪上的效果, 现作如下对比.

本文方法与 MMPF 在信噪比 6 dB 下进行 100 次 Monte Carlo 仿真实验, 关于目标跟踪在各时刻下位置与速度的均方根误差 (RMSE)^[8] 结果比较如图 2、图 3 所示. 由图 2 可以看出: 本文方法的目标位置 RMSE 较小, 即目标整体跟踪精度较好; 在两次机动转弯过程中, MMPF 因为对目标机动没有及时响应, 位置 RMSE 明显增大, 出现 2 个波峰, 而本文方法的跟踪性能优势更显著. 图 3 也显示了类似的跟踪比较结果, 本文对速度的 RMSE 相比 MMPF 降低了约 40%.

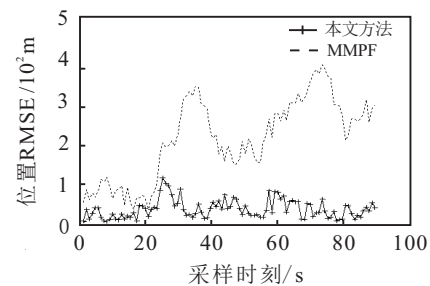


图 2 两种方法跟踪的位置估计 RMSE 比较

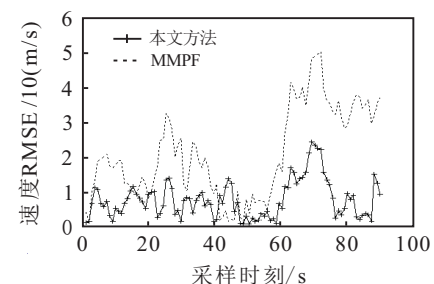


图 3 两种方法跟踪的速度估计 RMSE 比较

为了验证检测性能, 设检测到目标与真实位置相差小于 2 个分辨单元时, 判定为检测正确. 当虚警概

率为 10^{-3} 时, 得到目标检测概率曲线如图4所示. 结果显示, 本文方法优于 MMPF 方法, 当信噪比为 7 dB 时, 本文方法的检测概率可以达到 90%, 而 MMPF 要在 11 dB 时, 才能达到 90%, 而当检测概率为 60% 时, 本文方法比 MMPF 检测性能改善了约 3.2 dB.

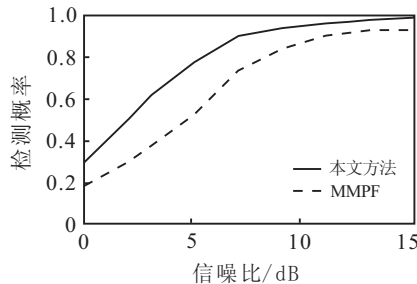


图4 两种方法的检测概率比较

表1显示了在3种信噪比下, 两种方法检测与跟踪的整体对比情况. 其中 DTD 即 detect time delay, 是指目标存在或消失时, 各方法的总共检测时延(单位为扫描周期). AE 即 average error, 是指平均 RMSE (单位m).

表1 3种信噪比下的检测与跟踪情况统计

方法	3 dB	6 dB	9 dB
MMPT	DTD 5	DTD 1	DTD 0
	AE 293.3	AE 227.8	AE 107.8
本文方法	DTD 1	DTD 0	DTD 0
	AE 132.5	AE 68.1	AE 41.2

以上仿真实验及分析表明, 本文方法的检测与跟踪性能均优于标准 MMPF 方法. 本文方法能够在实时性与精确性上优于 MMPF, 这主要是因为在没有增加计算量的情况下, 通过粒子蕴含目标状态信息与模型信息, 实现了对目标运动模型的精确匹配, 而序贯重要性平滑重采样改善了粒子多样性衰退的问题, 可以实现对非线性系统更高精度的逼近, 减少线性化误差对目标跟踪及模型匹配的影响, 进一步增强了粒子的稳定性和状态估计精度.

4 结 论

本文提出了一种基于多模粒子滤波的机动弱目标检测前跟踪改进算法. 该方法在粒子采样中引入模型信息, 很好地利用了当前量测信息, 实现了对模型与状态的准确辨识与估计. 同时, 对重采样进行改进, 提出了序贯重要性平滑重采样策略, 有效地提高了粒子的多样性, 解决了由模型变换带来的粒子枯竭问题. 仿真结果表明, 该方法在低信噪比条件下表现出良好的检测与跟踪性能, 优于 MMPF 方法.

参考文献(References)

[1] Zeng J, Zhang J, Xiang L, et al. An improved hough transform algorithm for radar detection[J]. J of Circuits Systems and Computers, 2010, 19(3): 549-555.

[2] Du S Z, Van W B, Tu C L, et al. An improved hough transform neighborhood map for straight line segments[J]. IEEE Trans on Image Proc, 2010, 19(3): 573-585.

[3] 郑岱堃, 王首勇, 杨军, 等. 一种基于二阶 Markov 目标状态模型的多帧关联动态规划检测前跟踪算法[J]. 电子信息学报, 2012, 34(4): 885-890.
(Zheng D K, Wang S Y, Yang J, et al. A Multi-frame association dynamic programming track-before-detect algorithm based on second order Markov target state model[J]. J of Electronics & Information Technology, 2012, 34(4): 885-890.)

[4] Buzzi S, Lops M, Ferri M. Track-before-detect procedures in a multi-target environment[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(3): 1135-1149.

[5] 吴孙勇, 廖桂生, 杨志伟, 等. 基于粒子滤波的检测前跟踪改进算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1843-1847.
(Wu S Y, Liao G S, Yang Z W, et al. Improved track-before-detect algorithm based on particle filter[J]. Control and Decision, 2010, 25(12): 1843-1847.)

[6] 吴孙勇. 天基预警雷达微弱动目标检测与定位方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学电子工程学院, 2011.
(Wu S Y. Study on weak moving targets detection and localization for space-based early warning radar[D]. Xi'an: School of Electronic Engineering, Xi'an Electronic Science and Technology University, 2011.)

[7] Rutten M G, Ristic B. A comparison of particle filters for recursive track-before-detect[C]. Proc of 7th Int Conf on Information Fusion. Australia, 2005: 169-175.

[8] 龚亚信. 基于粒子滤波的弱目标检测前跟踪算法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学研究生院, 2009.
(Gong Y X. Research on particle filter based track-before-detect algorithms for weak targets[D]. Changsha: Graduate School, National University of Defense Technology, 2009.)

[9] Ristic R, Arulampalam S, Gordon N. Beyond the Kalman filter - particles for tracking applications[M]. Boston: Artech House, 2004: 239-251.

[10] 龚亚信, 杨宏文, 胡卫东, 等. 基于多模粒子滤波的机动弱目标检测前跟踪[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(4): 941-945.
(Gong Y X, Yang H W, Hu W D, et al. Multiple model particle filter based track-before-detect for maneuvering weak target[J]. J of Electronics & Information Technology, 2008, 30(4): 941-945.)

[11] Peter Hlinomaz, Lang Hong. A multi-rate multiple model track-before-detect particle filter[J]. Mathematical and Computer Modeling, 2009, 49(5): 146-162.