

文章编号: 1001-0920(2014)03-0541-05

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2012.1826

## 具有非奇异约束的线性卷积混合信号盲分离联合对角化方法

李 炜, 杨慧中

(江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

**摘 要:** 联合对角化能够成功解决盲分离问题,但在求解时会得到非期望的奇异解,从而无法完全分离出源信号. 鉴于此,提出一种用于线性卷积混合盲分离的联合对角化方法,将卷积混合模型变换为瞬时模型,并对变换后的模型应用联合对角化求取分离矩阵. 在求解过程中,引入约束条件对解的范围进行限定,避免了奇异解的出现. 仿真结果表明,所提出的方法能够成功实现卷积混合信号盲分离.

**关键词:** 盲源分离; 联合对角化; 卷积混合信号; 约束优化

**中图分类号:** TP911

**文献标志码:** A

## Joint diagonalization method with non-singular constraints for blind separation of linear convolutive mixtures

LI Wei, YANG Hui-zhong

(School of IoT Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: YANG Hui-zhong, E-mail: yhz@jiangnan.edu.cn)

**Abstract:** Joint diagonalization can solve the problem of the blind source separation(BSS) approach. However, the method may converge to some unexpected singular solutions, thus the separation process fails in the end. Therefore, a blind source separation method based on the joint diagonalization approach for the linear convolutive mixing model is proposed. In the proposed method, the convolutive mixing model is firstly transformed to the instantaneous mixing model. Then a joint diagonalization method is applied on the transformed model in order to compute out the separating matrix. Meanwhile, in the process of diagonalization, a constraint condition is introduced for the limitation of the class of the separating matrices such that the singular solutions are avoided. Simulation results show that the proposed method can realize BSS of convolutive mixture signals successfully.

**Key words:** blind source separation; joint diagonalization; convolutive mixture; constraint optimization

### 0 引 言

作为信号处理领域的研究热点,盲源分离(BSS)已广泛应用于数字通信和生物医学信号处理等领域<sup>[1]</sup>. 当前,大多数关于BSS的研究都是在假设混合模型为线性瞬时模型的前提下开展的. 然而,瞬时模型是为了方便研究解决BSS问题的方法而简化出来的模型,现实中往往难以得到应用,相比之下,卷积混合模型是一种更一般化也更合理的BSS模型,对于在该模型下求解BSS问题的研究更具有现实意义. 现有的卷积混合BSS方法可分为两大类<sup>[2-3]</sup>: 1) 利用傅氏变换将观测信号变换到频率域,然后在特定的频率点上对变换后的信号进行分离; 2) 将卷积模型变换为瞬

时模型,重构出新的观测信号,然后直接在时域对其进行盲分离.

联合对角化(JD)作为一种统计学方法,已被众多学者应用于求解BSS问题. 文献[4-5]以Jacobi angles和连续Givens旋转为工具对联合对角化方法进行了研究,分别提出了著名的BSS算法: JADE和SOBI. 但是这类方法在信号分离前需要对观测信号进行必要的预白化处理. 为了消除预白化步骤, Joho等<sup>[6]</sup>基于梯度优化算法提出了混合信号二阶统计量矩阵束的联合对角化方法; Pham<sup>[7]</sup>依据信息理论提出了正定Hermitian矩阵束的联合对角化方法; Van<sup>[8]</sup>提出了基于Gauss-Newton迭代技术的子空间联合对角化方

收稿日期: 2012-12-08; 修回日期: 2013-08-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273070); 江苏高校优势学科建设工程项目; 高等学校学科创新引智计划项目(B12018); 江南大学博士研究生科学研究基金项目(1252050205135130).

作者简介: 李炜(1985-),男,博士生,从事盲信号处理理论与方法的研究; 杨慧中(1955-),女,教授,博士生导师,从事数据处理、软测量方法等研究.

法; 张华等<sup>[9]</sup>针对非对称的联合对角化结构, 提出了基于最小二乘准则的三次迭代对角化算法, 该算法求得的左右对角化矩阵并不相同. 上述诸多方法中包含了正交和非正交对角化两种情况, 在利用非正交联合对角化方法求解 BSS 问题时, 由于未附加任何约束条件, 计算得到的分离矩阵可能会是奇异矩阵, 并不能完全得到期望的分离信号.

为了避免所求结果为奇异解的情况, 本文提出了一种带约束条件的联合对角化方法, 并将该方法应用于求解卷积混合盲分离问题. 首先通过对卷积混合信号进行变换, 将卷积混合模型转化为瞬时混合模型, 得到新的瞬时混合信号; 然后将约束条件引入到联合对角化方法的代价函数中, 从而对求解的范围进行了限定, 以保证在寻优的过程中不会出现非期望的奇异解; 最后对新生成的观测信号应用所提出的带约束条件的联合对角化方法求得分离信号. 仿真结果表明了所提出方法可以在卷积混合的情况下成功分离出源信号.

## 1 线性卷积混合信号 BSS 模型

线性卷积混合信号盲源分离是指在线性滤波器混合矩阵未知的情况下, 仅利用观测到的混合信号恢复出不能被直接观测的潜在的源信号. 假设有  $N$  个零均值、空间独立且时间相关的未知源信号  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$  和  $M$  个观测信号  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ , 观测信号的个数要多于源信号, 即  $M > N$ . 线性卷积混合系统模型的分量式可以表述为

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{\tau=0}^K h_{mn}(\tau) s_n(t - \tau) + v_m(t). \quad (1)$$

其中:  $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ ; 假设  $v_m(t)$  为零均值、独立同分布的加性随机噪声, 方差为  $\sigma_m^2$ , 对于任意  $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $v_m(t)$  与  $s_n(t)$  之间相互独立;  $\{h_{mn}(\tau)\}$  为从第  $n$  个源信号到第  $m$  个观测信号长度为  $K + 1$  的有限冲击响应滤波器;  $t$  为时间指数. 令  $H_{mn}(z) = \sum_{\tau=0}^K h_{mn}(\tau) z^{-\tau}$  为  $h_{mn}(\tau)$  的  $Z$  变换, 得到  $M \times N$  维  $Z$  域混合矩阵  $\mathbf{H}(z) = \{H_{mn}(z)\}_{M \times N}$ , 其中  $\{\cdot\}_{M \times N}$  为一个  $M \times N$  维矩阵. 从而模型 (1) 可以重新表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}(z)\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t). \quad (2)$$

目标是从  $\mathbf{x}(t)$  中分离出  $\mathbf{s}(t)$ , 恢复后的信号可以由源信号经过滤波和重新排列后的信号. 与瞬时混合 BSS 模型不同, 对于卷积混合系统, 如果直接对观测信号的统计量进行联合对角化处理, 则会丢失混合系统的时间信息, 因此, 需要对卷积混合信号进行相应的变换. 在考虑时间结构的基础上, 观测信号和噪声

信号可以扩展为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}(t) &= [\bar{x}_1^T(t), \bar{x}_2^T(t), \dots, \bar{x}_M^T(t)]^T, \\ \bar{\mathbf{v}}(t) &= [\bar{v}_1^T(t), \bar{v}_2^T(t), \dots, \bar{v}_M^T(t)]^T. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{x}_m(t) &= [x_m(t), x_m(t-1), \dots, x_m(t-K'+1)]^T, \\ \bar{v}_m(t) &= [v_m(t), v_m(t-1), \dots, v_m(t-K'+1)]^T. \end{aligned}$$

相应地, 令

$$\begin{aligned} \bar{s}_n(t) &= [s_n(t), s_n(t-1), \dots, s_n(t-K+1), \dots, \\ &\quad s_n(t-K-K'+1)]^T, \end{aligned}$$

源信号即可扩展为  $\bar{\mathbf{s}}(t) = [\bar{s}_1^T(t), \bar{s}_2^T(t), \dots, \bar{s}_N^T(t)]^T$ . 在上述变换后的信号中,  $\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{v}}(t) \in R^{MK'}$ ,  $\bar{\mathbf{s}}(t) \in R^{N(K+K')}$ . 因此, 式 (2) 中的  $M \times N$  维混合矩阵  $\mathbf{H}(z)$  变换为  $MK' \times N(K+K')$  维矩阵  $\bar{\mathbf{H}} = \{\bar{H}_{mn}\}_{M \times N}$ , 其元素

$\bar{H}_{mn} =$

$$\begin{bmatrix} h_{mn}(0) & \cdots & h_{mn}(K) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_{mn}(0) & \cdots & h_{mn}(K) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_{mn}(0) & \cdots & h_{mn}(K) \end{bmatrix}$$

为  $K' \times (K+K')$  维矩阵, 从而卷积混合模型 (2) 可以转化为瞬时混合模型, 之后提出的联合对角化方法是针对该模型进行的. 注意到, 在没有任何系统先验知识的情况下, 对于参量  $K'$  的选择应该满足一般盲分离模型的可解性条件, 变换后的混合信号数目不少于源信号的数目, 即  $MK' \geq N(K+K')$ .

## 2 带约束条件的联合对角化方法

对于信号  $\bar{\mathbf{x}}(t)$ , 时延为  $\tau$  时的相关矩阵表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}(t, \tau) &= E\{\bar{\mathbf{x}}(t)\bar{\mathbf{x}}^T(t+\tau)\} = \\ &= \bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(t, \tau)\bar{\mathbf{H}}^T + \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{v}}}(t, \tau), \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(t, \tau)$  和  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{v}}}(t, \tau)$  分别为  $\bar{\mathbf{s}}(t)$  和  $\bar{\mathbf{v}}(t)$  的时延为  $\tau$  的相关矩阵,  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(t, \tau) = \text{diag}[\bar{\mathbf{S}}_1, \bar{\mathbf{S}}_2, \dots, \bar{\mathbf{S}}_N]$  和  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{v}}}(t, \tau) = \text{diag}[\bar{\mathbf{V}}_1, \bar{\mathbf{V}}_2, \dots, \bar{\mathbf{V}}_M]$  均为块对角矩阵.  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(t, \tau)$  中的每个对角块  $\bar{\mathbf{S}}_n$  都是  $(K+K') \times (K+K')$  维矩阵;  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{v}}}(t, \tau)$  中每个对角块  $\bar{\mathbf{V}}_m$  的尺寸为  $K' \times K'$ . 由第 1 节中的假设条件可知  $\bar{\mathbf{V}}_m = \sigma_m^2 \mathbf{I}(\tau)$ , 其中  $\mathbf{I}(\tau)$  随着时延  $\tau$  取值的变化而表现为单位阵的超对角阵或次对角阵. 当  $0 \leq \tau \leq K'$  时,  $\mathbf{I}(\tau)$  为单位阵的第  $\tau$  级超对角阵; 当  $-K' < \tau < 0$  时,  $\mathbf{I}(\tau)$  为单位阵的第  $-\tau$  级次对角阵. 通常噪声的方差  $\sigma_m^2$  假设已知或经归一化为单位方差, 所以对于不同的时延  $\tau$ , 可以估计出噪声的相关矩阵  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{v}}}(t, \tau)$ . 另外, 观测信号的相关矩阵  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}(t, \tau)$  可以通过估计其样本相关矩阵来代替. 因此, 令  $\mathbf{D}(t, \tau) = \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}(t, \tau) - \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{v}}}(t, \tau)$ , 式 (3) 可以重写

为

$$\mathbf{W}\mathbf{D}(t, \tau)\mathbf{W}^T = \mathbf{R}_{\bar{s}}(t, \tau), \quad (4)$$

其中  $\mathbf{W}$  为混合矩阵  $\bar{\mathbf{H}}$  的逆矩阵, 定义其为分离矩阵. 值得注意的是, 通常混合矩阵  $\bar{\mathbf{H}}$  的行数大于列数, 因此在这种情况下, 需要先从混合信号进行降维处理, 将混合信号的数目降至与源信号数目相等, 将  $\bar{\mathbf{H}}$  变换为方阵, 然后令其逆矩阵为分离矩阵  $\mathbf{W}$ , 其维数为  $N(K + K') \times N(K + K')$ .

若分别将  $\bar{\mathbf{x}}$  和  $\bar{\mathbf{v}}$  的数据样本按照时间指数  $t$  分隔为  $I$  段, 则对于每段数据均可得到一组矩阵束  $\{\mathbf{D}_i(t, \tau)\}$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, I\}$ . 从而可以应用联合对角化技术求得  $\mathbf{W}$ , 使得对于每个  $\{\mathbf{D}_i(t, \tau)\}$ , 式(4)都可以得到最大限度的满足. 为了实现矩阵束  $\{\mathbf{D}_i(t, \tau)\}$  的联合对角化, 构造如下代价函数:

$$J(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^I \|\mathbf{W}\mathbf{D}_i(t, \tau)\mathbf{W}^T - \text{diag}B\{\mathbf{W}\mathbf{D}_i(t, \tau)\mathbf{W}^T\}_N\|_F^2. \quad (5)$$

其中:  $\|\mathbf{X}\|_F$  为矩阵  $\mathbf{X}$  的  $F$ -范数,  $\text{diag}B\{\mathbf{X}\}_N$  为  $\mathbf{X}$  的  $N$  个对角块组成的块对角矩阵. 通过对代价函数关于分离矩阵  $\mathbf{W}$  最小化, 使得矩阵  $\mathbf{W}\mathbf{D}_i(t, \tau)\mathbf{W}^T$  的非对角块元素趋于 0, 从而实现对角化操作. 在对代价函数最小化之前, 需要作相应的化简. 由式(5)可知, 如果  $\mathbf{W}\mathbf{D}_i(t, \tau)\mathbf{W}^T$  与  $\text{diag}B\{\mathbf{W}\mathbf{D}_i(t, \tau)\mathbf{W}^T\}_N$  相等, 则  $J(\mathbf{W})$  将取到理论上的最小值 0. 非对角块元素越小, 矩阵  $\mathbf{D}_i(t, \tau)$  被对角化的程度越高, 效果越好. 因此, 这里仅考虑  $\mathbf{W}\mathbf{D}_i(t, \tau)\mathbf{W}^T$  的非对角元素.

已知矩阵  $\mathbf{R}_{\bar{s}}(t, \tau)$  为  $N(K + K') \times N(K + K')$  维的块对角矩阵, 且具有  $N$  个对角块, 每个对角块的维数为  $K + K'$ . 为了化简代价函数(5), 首先对矩阵  $\mathbf{W}$  作如下分解:

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1^T; \mathbf{W}_2^T; \dots; \mathbf{W}_N^T], \quad (6)$$

其中  $\mathbf{W}$  被分解为  $N$  个  $N(K + K') \times (K + K')$  维子矩阵  $\mathbf{W}_j = [\mathbf{w}_{1,j}, \mathbf{w}_{2,j}, \dots, \mathbf{w}_{K+K',j}]$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $\mathbf{w}_{p,j}^T$  为矩阵  $\mathbf{W}$  中的第  $j(K + K') + p$  个行向量. 从而可以将式(5)化简为

$$J(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1, j \neq l}^N \sum_{k=1, k \neq j}^N \|\mathbf{W}_j^T \mathbf{D}_i(t, \tau) \mathbf{W}_k\|_F^2. \quad (7)$$

特别地, 对于任意第  $l$  个子矩阵  $\mathbf{W}_l$  而言, 式(7)可进一步化简为

$$J(\mathbf{W}_l) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1, j \neq l}^N \|\mathbf{W}_j^T \mathbf{D}_i(t, \tau) \mathbf{W}_l\|_F^2 + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1, k \neq l}^N \|\mathbf{W}_l^T \mathbf{D}_i(t, \tau) \mathbf{W}_k\|_F^2 + r, \quad (8)$$

其中  $r$  为不依赖于  $\mathbf{W}_l$  的常数余项. 依据矩阵理论的

相关知识, 对式(8)中等号右边第1项进行化简可得

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1, j \neq l}^N \|\mathbf{W}_j^T \mathbf{D}_i(t, \tau) \mathbf{W}_l\|_F^2 = \sum_{p=1}^{K+K'} \left\{ \mathbf{w}_{p,l}^T \sum_{i=1}^I \left[ \mathbf{D}_i^T(t, \tau) \times \sum_{j=1, j \neq l}^N (\mathbf{W}_j \mathbf{W}_j^T) \mathbf{D}_i(t, \tau) \right] \mathbf{w}_{p,l} \right\}, \quad (9)$$

其中  $\text{tr}\{\cdot\}$  为矩阵的迹. 同理, 由式(8)等号右边第2项可得

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1, k \neq l}^N \|\mathbf{W}_l^T \mathbf{D}_i(t, \tau) \mathbf{W}_k\|_F^2 = \sum_{p=1}^{K+K'} \left\{ \mathbf{w}_{p,l}^T \sum_{i=1}^I \left[ \mathbf{D}_i(t, \tau) \times \sum_{k=1, k \neq l}^N (\mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^T) \mathbf{D}_i^T(t, \tau) \right] \mathbf{w}_{p,l} \right\}. \quad (10)$$

令

$$\Phi_1 = \sum_{i=1}^I \left[ \mathbf{D}_i^T(t, \tau) \sum_{j=1, j \neq l}^N (\mathbf{W}_j \mathbf{W}_j^T) \mathbf{D}_i(t, \tau) \right],$$

$$\Phi_2 = \sum_{i=1}^I \left[ \mathbf{D}_i(t, \tau) \sum_{k=1, k \neq l}^N (\mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^T) \mathbf{D}_i^T(t, \tau) \right].$$

在忽略常数项  $r$  的情况下, 式(8)化简为

$$J(\mathbf{W}_l) = \sum_{p=1}^{K+K'} [\mathbf{w}_{p,l}^T (\Phi_1 + \Phi_2) \mathbf{w}_{p,l}]. \quad (11)$$

从而可求得  $J(\mathbf{W}_l)$  关于向量  $\mathbf{w}_{p,l}$  的梯度为

$$\frac{\partial J(\mathbf{W}_l)}{\partial \mathbf{w}_{p,l}} = (\Phi_1 + \Phi_2) \mathbf{w}_{p,l}. \quad (12)$$

由式(12)构造梯度学习算法, 逐个对  $\mathbf{W}_l$  中的  $K + K'$  个向量进行迭代求解, 并且为了加快学习速度, 每当求出一个解  $\mathbf{w}_{p,l}$ , 都将其作为初始值以求解下一个向量  $\mathbf{w}_{p+1,l}$ , 最后可求得子矩阵  $\mathbf{W}_l$ . 同理, 依次对子矩阵  $\mathbf{W}_l (l = 1, 2, \dots, N)$  进行求解后可最终得到完整的分离矩阵  $\mathbf{W}$ .

研究发现, 在应用由代价函数式(5)推导出的方法进行盲源分离时, 经常会出现只能分离出部分信号, 另外部分信号依旧处于高度混合的情况. 其原因是式(5)没有对分离矩阵的形式和类型进行指定和约束, 从而在源信号数目  $N$  较多或对角块维数  $K + K'$  较大时,  $\mathbf{W}$  出现奇异解, 即  $\mathbf{W}$  的某几行收敛到相同值或等比例的解. 为了避免此类情况的发生, 可以在对代价函数(5)最小化的过程中引入约束条件, 以限定  $\mathbf{W}$  的范围. 这里, 将对  $\mathbf{W}$  的求解转化为解如下的带约束优化问题:

$$\mathbf{W} = \arg \min_{\mathbf{W}} J(\mathbf{W}), \text{ s.t. } \det(\mathbf{W}) \neq 0. \quad (13)$$

为了将约束条件  $\det(\mathbf{W}) \neq 0$  引入到代价函数中, 可

以构造出一个新的代价函数如下:

$$J'(\mathbf{W}) = J(\mathbf{W}) - \ln |\det(\mathbf{W})|, \quad (14)$$

其中  $J(\mathbf{W})$  同式 (5). 由式 (14) 可见, 若  $\mathbf{W}$  为奇异矩阵, 则  $\ln |\det(\mathbf{W})|$  项趋于负无穷大, 而整个代价函数  $J'(\mathbf{W})$  会趋于正无穷大, 导致不可能实现最小化. 反之, 在对代价函数  $J'(\mathbf{W})$  进行最小化时, 若最终的优化结果收敛, 则  $\ln |\det(\mathbf{W})|$  一定不为负无穷大, 从而  $\mathbf{W}$  一定非奇异.

分别求取式 (14) 中等号右边两项关于  $\mathbf{W}$  的梯度. 其中第 1 项的梯度可参见式 (12), 下面仅推导  $\ln |\det(\mathbf{W})|$  关于  $\mathbf{W}$  的梯度. 记  $c_{ij}$  为矩阵  $\mathbf{W}$  中第  $i$  行第  $j$  列元素  $w_{ij}$  的代数余子式, 从而  $\mathbf{c}_i = [c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{i(NK+NK')}]^T$  为  $\mathbf{W}$  中第  $i$  行向量  $\mathbf{w}_i^T = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{i(NK+NK')}]$  中所有元素的代数余子式所组成的向量. 根据行列式按行展开原理, 对于  $\mathbf{W}$  中任意第  $i$  行元素, 有

$$\ln |\det(\mathbf{W})| = \ln \left| \sum_{j=1}^{N(K+K')} w_{ij} c_{ij} \right| = \ln |\mathbf{w}_i^T \mathbf{c}_i|. \quad (15)$$

因此, 可求得  $\ln |\det(\mathbf{W})|$  关于向量  $\mathbf{w}_i$  的梯度为

$$\frac{\partial \ln |\det(\mathbf{W})|}{\partial \mathbf{w}_i} = \frac{\mathbf{c}_i^T}{|\mathbf{w}_i^T \mathbf{c}_i|}. \quad (16)$$

因为  $\mathbf{w}_i^T$  可以取自  $\mathbf{W}$  中的任意一行, 所以当仅考虑子矩阵  $\mathbf{W}_l$  中的  $K + K'$  个向量时, 结合式 (12) 可得  $J'(\mathbf{W}_l)$  关于  $\mathbf{w}_{p,l}$  的梯度为

$$\frac{\partial J'(\mathbf{W}_l)}{\partial \mathbf{w}_{p,l}} = (\Phi_1 + \Phi_2) \mathbf{w}_{p,l} - \frac{\mathbf{c}_{p,l}^T}{|\mathbf{w}_{p,l}^T \mathbf{c}_{p,l}|}. \quad (17)$$

结合式 (17), 由梯度下降算法可以依次训练  $\mathbf{w}_{p,l}$ , 并最终构成分离矩阵  $\mathbf{W}$ , 进而恢复出源信号.

### 3 实验仿真

以 3 个声音信号作为源信号  $\mathbf{s}(t)$ , 每个源信号均包含 8000 个样本点. 混合矩阵  $\mathbf{H}(z)$  按下式产生:

$$\mathbf{H}(z) = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 z^{-1} + \mathbf{A}_3 z^{-2}, \quad (18)$$

其中矩阵  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  和  $\mathbf{A}_3$  皆为  $5 \times 3$  维的实数矩阵, 其元素在区间  $[0,1]$  中按照均匀分布随机产生, 从而可得滤波器阶数  $K = 2$ . 噪声  $\mathbf{v}(t)$  按正态分布由所需的信噪比产生. 为了简便起见, 在将卷积混合模型变换为瞬时混合模型时, 选择  $K' = 3$  可以使得变换后的混合信号的数目与源信号的数目相同, 因此变换后的瞬时混合矩阵  $\bar{\mathbf{H}}$  应为  $15 \times 15$  维的实数矩阵. 对观测信号按样本点等分为  $I = 10$  段, 每段信号包含 800 个样本点, 进而可以得到一组包含 10 个矩阵的矩阵束  $\{\mathbf{D}_i(t, \tau)\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, I$ . 对其应用本文提出的联合对角化算法, 结果如图 1 所示. 对比源信号和分离信号的波形, 可以容易地辨别出源信号的各个分量, 从而表明了所提算法可以有效地实现卷积混合信号

的盲分离.

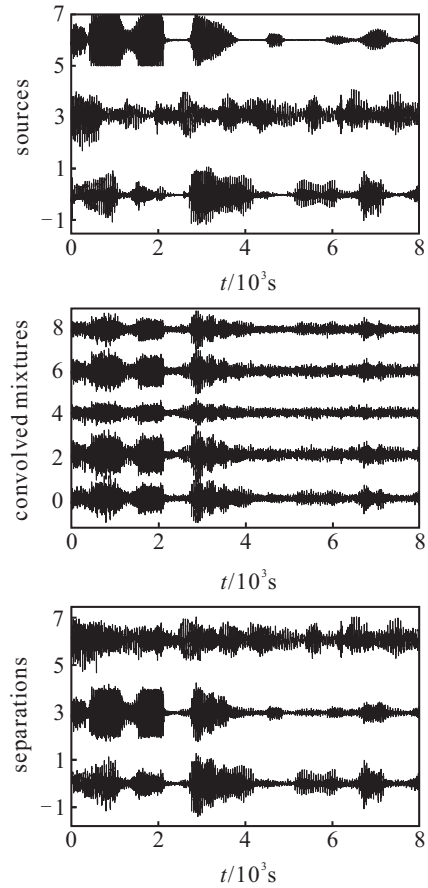


图 1 三路语音信号卷积混合与分离

为了表明混合矩阵  $\bar{\mathbf{H}}$  和噪声  $\mathbf{v}(t)$  对所提出算法性能的影响, 采用如下性能指标:

$$P = \frac{1}{2N(N-1)} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^N \frac{\|\mathbf{C}_{ij}\|_F}{\max_k \|\mathbf{C}_{ik}\|_F} - 1 \right) + \sum_{j=1}^K \left( \sum_{i=1}^K \frac{\|\mathbf{C}_{ij}\|_F}{\max_k \|\mathbf{C}_{kj}\|_F} - 1 \right) \right]. \quad (19)$$

其中:  $\mathbf{C} = \mathbf{W}\bar{\mathbf{H}}$  为盲分离模型的混合-分离合成矩阵,  $\mathbf{C}_{ij}$  为  $\mathbf{C}$  中的第  $ij$  个分块矩阵,  $N$  为对角块的个数.  $P$  值越小, 表明对角化程度越高, 当  $\mathbf{C}$  可表示为一个对角块矩阵和一个排列块矩阵的乘积时,  $P$  取得最小值 0.

首先产生两个不同的混合矩阵  $\bar{\mathbf{H}}_1$  和  $\bar{\mathbf{H}}_2$ , 其条件数分别为

$$\text{cond}(\bar{\mathbf{H}}_1) = 17.355, \quad \text{cond}(\bar{\mathbf{H}}_2) = 9.854 \times 10^3.$$

可见,  $\bar{\mathbf{H}}_1$  为非奇异矩阵,  $\bar{\mathbf{H}}_2$  则更接近奇异. 然后分别在不同信噪比  $\text{SNR} = 10 \log_{10} \sigma_s^2 / \sigma_v^2$  下运行所提出算法 50 次, 记录每次运行的  $P$  值, 并求其平均值, 结果如图 2 所示. 由图 2 可见,  $P$  值会随着  $\text{SNR}$  的增加逐渐减小, 但其减小的趋势逐渐变缓, 即在弱噪声情况下噪声的增强对算法的影响相对较小. 另一方面, 不同的混合条件对算法的性能也有很大的影响, 当混合

矩阵越接近奇异时,算法的性能会出现极大的衰退.

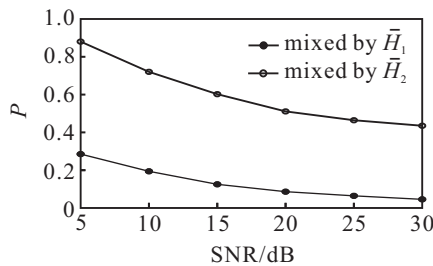


图2 混合矩阵和噪声强度对算法性能的影响

为了与已有的卷积盲分离算法进行比较,仍然以式(18)作为混合矩阵以生成卷积混合信号,然后分别用本文方法和文献[10]提出的盲分离方法对该信号进行处理,并以信号干扰比SIR作为算法的评价指标.SIR定义为

$$SIR = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 10 \lg \frac{E[s_i^2]}{E[(\hat{s}_i - s_i)^2]} \quad (20)$$

其中:  $N$  为源信号的个数,  $\hat{s}_i$  为分离信号经过顺序调整后与源信号各分量相互对应的信号.图3给出了两种算法在不同的信噪比下SIR的变化情况.需要注意的是,图3中每个点的值都是任一种算法独立重复运行50次后对SIR求取的平均值.由图3可见,随着信噪比的增加,两种算法的性能均逐渐变好,但由本文算法得到的分离信号的SIR在任一信噪比下始终高于文献[10]算法.

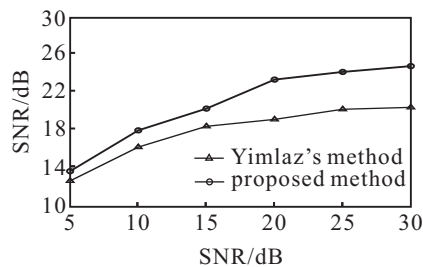


图3 本文算法与文献[10]算法性能对比

## 4 结论

联合对角化技术在盲信号分离领域已经得到了广泛的应用,但该方法在求解分离矩阵的过程中会出现奇异解,进而导致源信号的不完全分离.鉴于此,本文提出了一种求解线性卷积混合模型盲分离问题的联合对角化方法.首先将卷积混合模型变换成瞬时混合模型;然后将变换后的信号样本分成若干组,并求得每组的二阶统计量矩阵;最后对这一二阶统计量矩阵组成的矩阵束应用联合对角化方法求得分离矩阵.在构造盲分离代价函数时引入一个约束项,这一约束条件避免了求解得到的分离矩阵为奇异解的情况.仿真结果表明了所提出算法可以有效地分离出卷积混

合的语音信号,并且与其他卷积混合盲分离算法相比可以取得更优的性能.

## 参考文献(References)

- [1] 陶涛, 黄高明, 赵治华. 后非线性混叠信号盲源分离算法综述[J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 1121-1128.  
(Tao T, Huang G M, Zhao Z H. Survey on blind source separation algorithms for post-nonlinear mixtures[J]. Control and Decision, 2010, 25(8): 1121-1128.)
- [2] 楼红伟, 胡光锐. 基于小波域的非平稳卷积混合语音信号的自适应盲分离[J]. 控制与决策, 2004, 19(1): 73-76.  
(Lou H W, Hu G R. Adaptive wavelet domain algorithm for blind separation of non-stationary convolved speech mixtures[J]. Control and Decision, 2004, 19(1): 73-76.)
- [3] Dam H H, Cantoni A, Nordholm S, et al. Second order blind signal separation for convolutive mixtures using conjugate gradient[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15: 79-82.
- [4] Cardoso J F, Souloumiac A. Jacobi angles for simultaneous diagonalization[J]. SIAM J on Matrix Analysis Applications, 1996, 17(1): 161-164.
- [5] Belouchrani A, Abed-Meraim K, Cardoso J F. A blind source separation technique using second-order statistics[J]. IEEE Trans on Signal Process, 1997, 45(2): 434-444.
- [6] Joho M, Mathis H. Joint diagonalization of correlation matrices by using gradient methods with application to blind signal separation[C]. Proc of IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. Rosslyn: IEEE Press, 2002: 273-277.
- [7] Pham D T. Joint approximate diagonalization of positive definite Hermitian matrices[J]. SIAM J on Matrix Analysis and Applications, 2001, 22(4): 1136-1152.
- [8] Van Der Veen A J. Joint diagonalization via subspace fitting techniques[C]. Proc of IEEE Int Conf on Acoustics, Speech and Signal Processing. Salt Lake City: IEEE Press, 2001: 2773-2776.
- [9] 张华, 冯大政, 聂卫科, 等. 非正交联合对角化盲源分离算法[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2008, 35(1): 27-31.  
(Zhang H, Feng D Z, Nie W K, et al. Non-orthogonal joint diagonalization for blind source separation[J]. J of Xidian University: Natural Science, 2008, 35(1): 27-31.)
- [10] Yimlaz O, Rickard S. Blind separation of speech mixtures via tmie-frequency masking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(7): 1830-1847.

(责任编辑: 郑晓蕾)