

柔性推断下的改进DS/AHP方法

杜元伟¹, 李春好², 傅红¹, 谢晖¹

(1. 昆明理工大学 管理与经济学院, 昆明 650093; 2. 吉林大学 管理学院, 长春 130022)

摘要: 为了解决现有关于证据理论与层次分析的交叉决策方法(DS/AHP)因信息推断方式缺乏柔性而容易造成决策信息提取结果有效性差的问题, 分析了传统方法的建模步骤和存在的缺陷, 并基于部分与整体、部分与部分、整体与部分3类相对推断方式提出能够容纳多种推断信息的柔性知识矩阵. 在此基础上, 结合最优化原理构建可以从柔性知识矩阵中有效识别出最优基本概率分配函数的理论模型、计算模型和两个模型之间的等价定理. 最后通过数值对比分析验证了所提出方法的科学有效性.

关键词: 证据理论与层次分析的交叉决策方法; 柔性知识矩阵; 柔性推断; 证据理论; 层次分析方法

中图分类号: N94

文献标志码: A

Improved DS/AHP method under flexible inference

DU Yuan-wei¹, LI Chun-hao², FU Hong¹, XIE Hui¹

(1. Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China; 2. School of Management, Jilin University, Changchun 130022, China. Correspondent: DU Yuan-wei, E-mail: duyuanwei@gmail.com)

Abstract: In traditional methods about DS/AHP, decision making results are poor effective resulting from information inference modes lacking of flexibilities. Therefore, the modeling procedures and the existing drawbacks in traditional methods are analyzed, and the flexible knowledge matrix is introduced to accommodate multiple inference information in terms of three relative inference types, i.e., part to whole, part to part, whole to part. After that, the theory model, the calculation model, and their equivalence theorem are proposed to recognize the optimal basic probability assignment(BPA) functions based on optimization principles. Finally, a numerical comparison analysis is applied to illustrate the presented method to be scientific and feasible.

Key words: DS/AHP; flexible knowledge matrix; flexible inference; evidence theory; analytic hierarchy process

0 引言

Beynon^[1]将D-S证据理论与层次分析法(AHP)相结合, 提出了一种能够对不完全推断信息进行有效集结的多属性决策方法DS/AHP. 该方法因为兼具AHP方法的思维判断优势和D-S证据理论的不确定信息处理能力, 一经提出便受到了业界专家学者的关注. 如: 在方法拓展层面, Yue等^[2]利用区间比较矩阵和区间信度结构研究了具有区间不确定性特征的DS/AHP方法; Utkin等^[3]针对决策信息不完全、不精确的多层决策问题, 基于线性规划模型对DS/AHP方法进行了改进; 杜元伟等^[4]结合证据距离和两两比较判断矩阵提出了一种能够对主观经验证据和客观观测证据

进行融合的主客观整合推理方法. 在方法应用层面, Wei等^[5-7]将DS/AHP方法分别应用于解决电力系统计划、战略机会优选、人力资本优化等方面的经营管理问题. 然而, 无论是传统的DS/AHP方法还是经过拓展的改进方法, 都仅限于从方案组(部分)与由所有方案构成的识别框架(整体)之间的相对比较中获取专家的推理判断信息, 并没有考虑专家因知识结构、推断习惯等差异而可能更愿意以部分与部分、整体与部分的相对比较方式给出推断信息的情形, 因此, 现有方法容易因信息推断方式缺乏柔性而造成决策信息提取结果有效性差. 为了解决上述问题, 本文在拓展传统信息推断方式的基础上, 提出一种具有柔性

收稿日期: 2012-12-10; 修回日期: 2013-04-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71261011, 71263031); 中国博士后科学基金面上项目(20110491760); 云南省应用基础研究计划项目(2011FZ021, 2013FB030); 云南省教育厅重点项目(2012Z103).

作者简介: 杜元伟(1981—), 男, 副教授, 从事管理决策、信息融合的研究; 李春好(1967—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统管理决策等研究.

推断优势的改进 DS/AHP 方法.

1 传统方法及其缺陷

设应用 J 个属性对 I 个备选方案进行优劣排序, 方案集(识别框架)为 $\{a_i | i = 1, 2, \dots, I\}$, 属性集为 $\{c_j | j = 1, 2, \dots, J\}$. 传统 DS/AHP 方法(简称传统方法)对于该决策问题的建模步骤如下.

Step 1: 由专家按照 AHP 方法构建决策问题的层次结构模型, 并求解与各个属性对应的相对重要性权重 $\{w_j | w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, J, \sum_j w_j = 1\}$.

Step 2: 分别针对每个属性由专家将所有备选方案划分为若干个重要(偏好)程度不同的互斥方案组 $\{A_j^{(n)} | n = 1, 2, \dots, N_j, j = 1, 2, \dots, J\}$, 其中 $A_j^{(n)}$ 为在属性 c_j 上按照不同重要程度划分的第 n 个方案组.

Step 3: 将方案组 $A_j^{(n)} (\forall n, \forall j)$ 与识别框架 $\theta = \{a_1, a_2, \dots, a_I\}$ 按照 2-6 标度进行相对重要程度推断, 推断值为 $v_j^{(n)}$, 并用 0 和 1 分别表示不进行比较和自身之间的比较, 构造用于反映专家在 c_j 上推断信息的知识矩阵 K_j , 见表 1. 表 1 中: 2-6 标度是指, 若 $A_j^{(n)}$ 相比于 θ 为“极端重要”和“一般重要”, 则 $v_j^{(n)}$ 的取值分别为 6 和 2, 否则视重要程度给出介于 (2, 6) 的整数取值.

表 1 属性 c_j 上的知识矩阵 K_j

	$A_j^{(1)}$	$A_j^{(2)}$...	$A_j^{(N_j)}$	θ
$A_j^{(1)}$	1	0	...	0	$v_j^{(1)}$
$A_j^{(2)}$	0	1	...	0	$v_j^{(2)}$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
$A_j^{(N_j)}$	0	0	...	1	$v_j^{(N_j)}$
θ	$1/v_j^{(1)}$	$1/v_j^{(2)}$...	$1/v_j^{(N_j)}$	1

Step 4: 遵循在属性 c_j 上与方案组对应的基本概率分配函数(BPA)是知识矩阵 K_j 最大特征根对应的归一化特征向量的转换思想, 利用下式获取属性 c_j 上的 BPA 函数 $\{m_j^{(n)} | n = 1, 2, \dots, N_j + 1\}$, 即

$$m_j^{(n)} = \begin{cases} \frac{v_j^{(n)} w_j}{\sum_{n=1}^{N_j} v_j^{(n)} w_j + \sqrt{N_j}}, & n = 1, 2, \dots, N_j; \\ \frac{\sqrt{N_j}}{\sum_{n=1}^{N_j} v_j^{(n)} w_j + \sqrt{N_j}}, & n = N_j + 1. \end{cases} \quad (1)$$

不难发现, 式(1)中已经用属性权重 $\{w_j | \forall j\}$ 对 BPA 函数进行了修正.

Step 5: 将每个属性均视为一个独立的证据源, 令冲突因子为 $\Delta = \sum_{\cap_j A_j^{(n)} = \emptyset} \left(\prod_j m_j^{(n)} \right)$, 则利用证据组

合规则

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0, \\ m(A) = \frac{\sum_{\cap_j A_j^{(n)} = A} \left(\prod_j m_j^{(n)} \right)}{1 - \Delta} \end{cases} \quad (2)$$

对所有属性上的 BPA 函数进行融合, 并基于融合后的综合集成信息通过计算信度函数和似然函数即可作出相应的决策.

由上述步骤可见, 传统方法采用的是部分相对于整体的方式(方案组相对于识别框架的重要程度)提取专家的推理判断信息, 此方式仅适用于专家知识相对较少且仅习惯于开展部分与整体比较的简单情形, 对于现实中普遍存在的专家知识可能相对较多且会偏好不同推断方式的复杂情形并不适用. 其原因在于: 学科背景、专业领域、思维方式等方面的差异, 决定了不同专家对于决策问题的认识程度通常并不相同. 有的专家对决策问题的认识较为深刻, 他们不仅具有对部分与整体的相对重要程度开展比较判断的能力, 而且具有对部分与部分、整体与部分进行比较判断的能力, 因此这类专家更愿意根据自己的知识结构、推断习惯以最有效的方式从不同侧面给出相对具体的推断信息. 即使个别专家对决策问题的认识不够深刻, 也未必会习惯传统方法中规定采用的部分相对于整体的方式给出推断信息, 更为合理的方法是, 将掌握的有限知识从部分与整体、部分与部分、整体与部分中选择最恰当的方式进行描述, 使知识得以充分表达. 因此, 传统方法中存在信息推断方式缺乏柔性、信息提取结果有效性差的问题.

2 柔性推断方法

为了使决策信息的推断方式富有柔性, 无论专家对决策问题的认识程度是深还是浅, 都可以根据其知识结构、推断习惯从部分与整体、部分与部分、整体与部分 3 种方式中选择一种或几种自认为最有效的方式给出推断信息. 同前文定义, 设在属性 c_j 上由专家识别出的具有不同重要程度的方案组为 $A_j^{(n)}$. 基于 2-6 标度, 专家既可以针对方案组 $A_j^{(n)}$ 相对于识别框架 θ (部分与整体) 的相对重要程度问题给出推断信息, 也可以针对 $A_j^{(n)}$ 相对于 $A_j^{(n')}$ (部分与部分) 的相对重要程度问题给出推断信息, 还可以针对 θ 相对于 $A_j^{(n)}$ (整体与部分) 的相对重要程度问题给出推断信息. 特别地, 当专家选择多种方式给出推断信息时, 因为每一种方式反映的判别标准或者认知侧面可能存在差异, 而各种方式又都具有一定的合理性, 所以它们之间经过相互修正后有利于产生具有全面性和综合性的推断信息.

为了后文模型构建方便, 将专家采用不同方式给

出的所有推断信息按表1中知识矩阵的排列方式构造柔性知识矩阵 V_j , 见表2. 称 V_j 为柔性知识矩阵是因为该矩阵能够全面地描述采用不同推断方式给出的多种推断信息.

表2 属性 c_j 上的柔性知识矩阵 V_j

	$A_j^{(1)}$	$A_j^{(2)}$...	$A_j^{(N_j)}$	θ
$A_j^{(1)}$	1	$v_j^{(12)}$...	$v_j^{(1N_j)}$	$v_j^{(1(N_j+1))}$
$A_j^{(2)}$	$v_j^{(21)}$	1	...	$v_j^{(2N_j)}$	$v_j^{(2(N_j+1))}$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
$A_j^{(N_j)}$	$v_j^{(N_j1)}$	$v_j^{(N_j2)}$...	1	$v_j^{(N_j(N_j+1))}$
θ	$v_j^{((N_j+1)1)}$	$v_j^{((N_j+1)2)}$...	$v_j^{((N_j+1)N_j)}$	1

柔性知识矩阵 V_j 中允许存在残缺元素, 即当专家认为无需或者无法对 $A_j^{(n)}$ 相对于 $A_j^{(n')}$ 的相对重要程度进行推断时, 将矩阵中相应元素赋值为空 (传统知识矩阵中其值为0), $n, n' \in \{1, 2, \dots, N_j + 1\}, n \neq n'$. 当 $n, n' = N_j + 1$ 时, $A_j^{(n)} = \theta, A_j^{(n')} = \theta$. 注意到: 1) 各方案组由专家事先从识别框架中提取出来的具有特定重要程度的方案集合, 表示专家有能力对每一个方案组进行至少一次的推理判断, 所以 V_j 中除主对角线元素以外, 每行或者每列中至少存在一个非空元素; 2) 传统知识矩阵 K_j 是柔性知识矩阵 V_j 的一个特例, 即当 $n' \neq N_j + 1, n \neq n'$ 时, $v_j^{(nn')} = 0$, 且当 $n = N_j + 1$ 时 $v_j^{(n'n)} = 1/v_j^{(nn')}$, 二者等价.

传统方法将知识矩阵最大特征根对应的归一化特征向量作为各个方案组的BPA函数, 实质上是要从以相对比较形式存在的知识矩阵中识别出能够最大限度地满足所有成对比较约束的BPA函数. 设与柔性知识矩阵 V_j 对应的BPA函数变量为 $\{m_j^{(n)} | n = 1, 2, \dots, N_j, N_j + 1\}$, 满足^[1]

$$m(\emptyset) = 0, \sum_{n=1}^{N_j+1} m(A_j^{(n)}) = 1. \quad (3)$$

主观认知能力的有限性决定了以绝对形式存在的BPA函数变量 $m_j^{(n)}, m_j^{(n')}$ 和以相对形式存在的实际推断值 $v_j^{(nn')}$ 之间会存在如下所示的不一致现象:

$$v_j^{(nn')} \approx m_j^{(n)}/m_j^{(n')}, n \neq n', v_j^{(nn')} \neq \emptyset. \quad (4)$$

若BPA函数变量取值越接近于专家实际推断值, 则说明该取值越能有效反映专家的整体推断意见, 因此将BPA函数变量取值与实际推断值之间的总体偏差作为目标函数, 构建能够从柔性知识矩阵中识别出最优BPA函数的理论模型. 若令 $S = \{v_j^{(nn')} | v_j^{(nn')} \neq \emptyset, n \neq n'\}$, 则理论模型可以表示为

$$\min \varepsilon_j = \sum_{v_j^{(nn')} \in S} |m_j^{(n)} - v_j^{(nn')} m_j^{(n')}|.$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & \sum_{n=1}^{N_j+1} m_j^{(n)} = 1; \\ & m_j^{(n)} \geq 0, n = 1, 2, \dots, N_j + 1. \end{aligned} \quad (5)$$

因理论模型中的目标函数为非线性函数, 不能直接求解, 故通过引入松弛变量 $\alpha_j^{(nn')}$ 与 $\beta_j^{(nn')}$ 将其转化为如下计算模型进行求解:

$$\begin{aligned} \min \delta_j &= \sum_{n, n'} (\alpha_j^{(nn')} + \beta_j^{(nn')}); \\ \text{s.t. } & m_j^{(n)} - v_j^{(nn')} m_j^{(n')} - \alpha_j^{(nn')} + \beta_j^{(nn')} = 0, \\ & v_j^{(nn')} \in S; \\ & \sum_{n=1}^{N_j+1} m_j^{(n)} = 1, m_j^{(n)} \geq 0, \forall n; \\ & \alpha_j^{(nn')} \beta_j^{(nn')} = 0, \alpha_j^{(nn')} \geq 0, \beta_j^{(nn')} \geq 0, \\ & \forall n, n'. \end{aligned} \quad (6)$$

定理1 若式(6)的最优解为

$$Y = \{m_j^{(n)}, \alpha_j^{(nn')}, \beta_j^{(nn')} | n, n' = 1, 2, \dots, N_j + 1\},$$

则

$$\{m_j^{(n)} | n = 1, 2, \dots, N_j + 1\}$$

必为理论模型的最优解.

证明 假设计算模型最优解 $\{m_j^{(n)} | \forall n\}$ 并非理论模型最优解, 则必有 $\{m_j^{(n')} | \forall n'\}$ 优于 $\{m_j^{(n)} | \forall n\}$, 即

$$\begin{aligned} \sum_{v_j^{(nn')} \in S} |m_j^{(n')} - v_j^{(nn')} m_j^{(n)}| < \\ \sum_{v_j^{(nn')} \in S} |m_j^{(n)} - v_j^{(nn')} m_j^{(n')}|. \end{aligned} \quad (7)$$

此时必存在 $\alpha_j^{(nn')} \beta_j^{(nn')} = 0$ 且 $\alpha_j^{(nn')}, \beta_j^{(nn')} \geq 0$, 满足

$$\begin{aligned} |m_j^{(n)} - v_j^{(nn')} m_j^{(n')}| &= \\ |\alpha_j^{(nn')} - \beta_j^{(nn')}| &= \\ \alpha_j^{(nn')} + \beta_j^{(nn')}, & \forall n, \forall n'. \end{aligned}$$

又因为 $\alpha_j^{(nn')}, \beta_j^{(nn')}$ 是计算模型的最优解, 所以由其约束条件可知必有

$$\begin{aligned} |m_j^{(n)} - v_j^{(nn')} m_j^{(n')}| &= \\ |\alpha_j^{(nn')} - \beta_j^{(nn')}| &= \\ \alpha_j^{(nn')} + \beta_j^{(nn')}, & \forall n, \forall n'. \end{aligned}$$

进而有

$$\sum_{v_j^{(nn')} \in S} |m_j^{(n)} - v_j^{(nn')} m_j^{(n')}| =$$

$$\sum_{v_j^{(nn')} \in S} (\alpha_j^{''(nn')} + \beta_j^{''(nn')}),$$

$$\sum_{v_j^{(nn')} \in S} |m_j^{(n)} - v_j^{(nn')} m_j^{(n')}| =$$

$$\sum_{v_j^{(nn')} \in S} (\alpha_j^{(nn')} + \beta_j^{(nn')}). \quad (8)$$

由式(7)可知

$$\sum_{n, n'} (\alpha_j^{''(nn')} + \beta_j^{''(nn')}) <$$

$$\sum_{n, n'} (\alpha_j^{(nn')} + \beta_j^{(nn')}).$$

又因 $X = \{m_j^{(n)}, \alpha_j^{(nn')}, \beta_j^{(nn')} | \forall n, n'\}$ 能满足式(6)的所有约束, 故对于计算模型而言, X 必优于 Y , 与 Y 是计算模型最优解矛盾, 假设不成立. \square

计算模型可利用现有目标规划方法进行求解^[8], 求得的最优解 $\{m_j^{(n)} | \forall n\} \in Y$ 即是由柔性知识矩阵 V_j 确定的与各个方案组对应的 BPA 函数. 以此为基础, 参见传统方法中的建模步骤, 可实现对备选方案的优劣排序. 本文提出的改进方法与传统方法仅在 Step 3 和 Step 4 存在区别, Step 3 中应用柔性知识矩阵替代传统方法中的知识矩阵, Step 4 中应用式(6)所示的计算模型识别各属性上的 BPA 函数.

注意到:

1) 传统方法将属性权重在未加证明的情况下直接融入到 BPA 函数的计算公式中(见式(1)), 其有效性有待商榷, 而本文方法中的柔性知识矩阵其元素排列并无固定形式, 难以用一个特定的计算公式反映属性权重. 为此, 借鉴业界普遍认可的处理方法, 将特定属性权重相对于最大属性权重的比值作为修正该属性下 BPA 函数的折扣率, 并将折扣损失的信息赋值给未知不确定(识别框架)^[9-10], 在此基础上利用下式即可实现对由计算模型得到的 BPA 函数 $\{m_j^{(n)} | \forall n\}$ 的修正:

$$\hat{m}_j^{(n)} = \begin{cases} \frac{w_j m_j^{(n)}}{\max\{w_j | \forall j\}}, & n = 1, 2, \dots, N_j; \\ 1 - \sum_{n=1}^{N_j} \frac{w_j m_j^{(n)}}{\max\{w_j | \forall j\}}, & n = N_j + 1. \end{cases} \quad (9)$$

2) 传统方法建议通过计算方案的信度和似然度开展决策分析, 但方案选择的可比性并不十分明显, 因此, 为了使用于评价备选方案优劣的参照依据更加鲜明, 本文推荐将能有效集成信度函数和似然函数的 Pignistic 概率作为评价方案优劣的标准^[4]. 设方案 a_i 的信度函数为

$$\text{Bel}(a_i) = \sum_{B \subseteq a_i} m(B),$$

似然函数为

$$\text{Pl}(a_i) = \sum_{a_i \cap B \neq \emptyset} m(B),$$

信度与似然度的折合因子为

$$\pi = \left[1 - \sum_{a_i \subseteq \Theta} \text{Bel}(a_i) \right] / \sum_{a_i \subseteq \Theta} \text{Pl}(a_i),$$

则对应于 a_i 的 Pignistic 概率为

$$P(a_i) = \text{Bel}(a_i) + \pi \text{Pl}(a_i), \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (10)$$

3 数值对比分析

结合文献[1]中关于“Buying a car”的例子, 在给定的参照标准的基础上, 对本文方法和传统方法进行数值对比分析. 假设欲购买一辆轿车, 有 D 、 E 、 F 三款车型可供选择, 有 Price(c_1)、Fuel(c_2)、Comfort(c_3) 和 Style(c_4) 四个属性用于评价轿车优劣, 与文献[1]中数据相同, 设专家给出的推断信息如图 1 所示. 对于属性 c_1 , 其权重为 $w_1 = 0.3982$, 专家在该属性上推断出的方案组为 $A_1^{(1)} = \{D, E\}$, 其相对于 Θ 的重要程度为 6; 对于其他属性, 相关信息也可由图 1 类似获得. 为了使对比分析具有数据同源性, 设图 1 中给出的信息是完全科学的(称为原始数据).

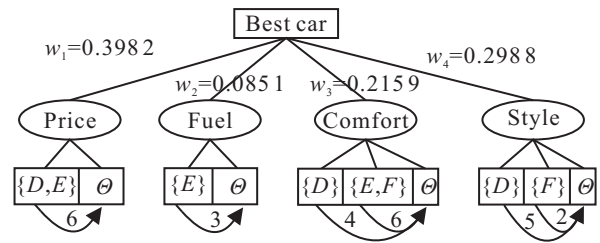


图 1 “Buying a car”的层次结构模型

考虑到传统方法对属性权重处理方式的有效性有待商榷, 本文采用的折扣处理方式(式(9))被业界普遍认可, 因此, 为了给两种方法提供参照标准, 下面提出一种参照方法: 首先将传统方法各项属性权重视为同等重要, 即 $w_j = 1(\forall j)$, 并按式(1)计算各属性上的 BPA 函数; 然后结合各属性权重, 利用式(9)对 BPA 函数进行修正, 利用式(2)对所有证据进行合成; 最后结合式(10)计算用于评价方案优劣的 Pignistic 概率. 因为该方法既保留了传统方法在信息提取与信息处理方面的固有优势(前一优势体现在利用知识矩阵提取推断信息, 后一优势体现在利用式(1)提取 BPA 函数却剔除了属性权重的不利影响), 又遵循了对证据信息进行折扣处理的基本思想, 所以可以作为验证传统方法与本文方法有效与否的参照依据. 将图 1 中假设完全科学的原始数据信息带入参照方法, 得到的方案 Pignistic 概率即为验证其他方法计算结果有效与否的参照标准.

对于传统方法, 基于图 1 的原始数据构建知识

矩阵, 并遵循第1节中的步骤得到经过融合处理的综合 BPA 函数, 在此基础上利用式 (10) 计算方案 Pignistic 概率. 特别地, 专家可能因知识结构、推断偏好等差异无法以部分与整体的比较方式给出完全科学的推断数据 (此种不完全科学的数据称为噪声数据), 为了模拟仿真需要, 设专家在前两个属性上的推断信息是完全科学的 (与原始数据相同), 但误将后两个属性上 $A_3^{(1)}$ 和 $A_4^{(2)}$ 相对于 θ 的重要程度推断为 2 和 6, 据此针对后两个属性所构建的知识矩阵如表 3 所示 (二者正确的推断值应为图 1 中所示的 4 和 2), 最后由传统方法计算得到方案 Pignistic 概率.

表 3 属性 Comfort 与 Style 上的知识矩阵

方案组	Comfort			方案组	Style		
	$A_3^{(1)}$	$A_3^{(2)}$	θ		$A_4^{(1)}$	$A_4^{(2)}$	θ
$A_3^{(1)}$	1	0	2	$A_4^{(1)}$	1	0	5
$A_3^{(2)}$	0	1	6	$A_4^{(2)}$	0	1	6
θ	1/2	1/6	1	θ	1/5	1/6	1

对于本文方法, 各个属性上的推断信息可以采用柔性知识矩阵的方式进行灵活表达. 如: 在属性“Comfort”上, 专家将备选方案 $\theta = \{D, E, F\}$ 划分为两个重要程度不同的互斥方案组 $\{D\}$ 和 $\{E, F\}$. 按照本文提出的柔性推断观点, 专家可以根据自身知识结构、推断习惯从以下方式中选择一种或几种给出推断信息: $\{D\}$ 相对于 θ 、 $\{E, F\}$ 相对于 θ 、 θ 相对于 $\{D\}$ 、 θ 相对于 $\{E, F\}$ 、 $\{D\}$ 相对于 $\{E, F\}$ 、 $\{E, F\}$ 相对于 $\{D\}$. 另外, 为了增强对比效果, 分别基于原始数据和噪声数据进行决策分析. 一方面假设由专家给出的推断信息与原始数据完全相同, 区别之处仅是在 c_3 和 c_4 上推断信息是以柔性知识矩阵的形式进行表述 (见表 4 中第 3 行~第 5 行). 另一方面, 假设专家也存在如表 3 所示的错误推断, 但专家擅于以部分与部分和整体与部分的比较方式进行推断, 从而构建了如表 4 中第 6 行~第 11 行所示的柔性知识矩阵 (第 6 行~第 8 行所示的信息较为粗略, 第 9 行~第 11 行较为详尽). 利用本文方法对上述柔性知识矩阵进行求解, 得到的方案 Pignistic 概率如表 5 中第 4 列、第 6 列、第 7 列所示, 其中总偏差是方案 Pignistic 概率与参照标准之间的偏差之和.

由表 5 可见, 利用传统方法和本文方法得到的方案排序均与参照标准相同, 即 $D \succ E \succ F$, 但二者表现出的科学有效性并不相同: 1) 在推断信息完全科学的情况下, 基于传统方法得到的方案 Pignistic 概率与参照标准之间存在较大差异 (总偏差为 0.134), 而基于本文方法得到的方案 Pignistic 概率与参照标准相

差无几 (总偏差仅为 0.038); 2) 在推断信息存在噪声的情况下, 传统方法只能以部分与整体的比较方式获取推断信息, 计算结果并不理想 (与参照标准之间的总偏差为 0.404), 本文方法能够通过部分与部分、整体与部分等方式灵活地获取多种推断信息, 可以优化方案 Pignistic 概率, 且获取的推断信息越充分, 优化效果越明显 (总偏差分别为 0.267 和 0.057). 由此可见, 本文方法较传统方法更具科学有效性.

表 4 属性 Comfort 与 Style 上的柔性知识矩阵

方案组	Comfort			方案组	Style		
	$A_3^{(1)}$	$A_3^{(2)}$	θ		$A_4^{(1)}$	$A_4^{(2)}$	θ
$A_3^{(1)}$	1	2/3	—	$A_4^{(1)}$	1	—	—
$A_3^{(2)}$	—	1	6	$A_4^{(2)}$	2/5	1	—
θ	—	—	1	θ	1/5	—	1
$A_3^{(1)}$	1	2/3	2	$A_4^{(1)}$	1	—	5
$A_3^{(2)}$	—	1	6	$A_4^{(2)}$	2/5	1	6
θ	—	—	1	θ	—	—	1
$A_3^{(1)}$	1	2/3	2	$A_4^{(1)}$	1	—	5
$A_3^{(2)}$	—	1	6	$A_4^{(2)}$	2/5	1	6
θ	1/4	—	1	θ	—	1/2	1

表 5 方法结果对比

方案	原始数据			噪声数据		
	标准	传统	本文	传统	本文 (a)	本文 (b)
D	0.664	0.597	0.682	0.462	0.541	0.638
E	0.292	0.324	0.273	0.336	0.281	0.290
F	0.044	0.080	0.045	0.202	0.178	0.072
总偏差	0.000	0.134	0.038	0.404	0.267	0.057

4 结 论

现有关于 DS/AHP 的方法仅限于从部分与整体之间的相对比较中获取专家的推理判断信息, 容易因信息推断方式缺乏柔性而造成决策信息提取结果有效性较差. 为了解决上述问题, 本文首先分析了传统方法的建模步骤和存在的缺陷; 然后基于部分与整体、部分与部分、整体与部分 3 类推断方式提出了能够容纳多种推断信息的柔性知识矩阵, 并在此基础上结合最优化原理构建了可以从柔性知识矩阵中有效识别出最优 BPA 函数的理论模型、计算模型和两个模型之间的等价定理; 最后通过数值对比分析验证了所提出方法较传统方法更具科学有效性.

本文主要特色在于: 1) 提出了 3 类推断方式, 为专家灵活地选择行之有效的推断方式创造了条件, 有利于削弱由经验知识向决策信息转化过程中的偏差;

2) 构建了可以从允许存在缺失信息的柔性知识矩阵中识别出最优 BPA 函数的模型和定理, 能够实现多种推断信息的科学整合; 3) 融入了基于属性权重对各个属性上 BPA 函数进行折扣处理的思想, 有利于规避传统方法因对属性权重处理方式未加证明而存在方法有效性有待商榷的缺陷.

参考文献(References)

- [1] Beynon M. DS/AHP method: A mathematical analysis, including an understanding of uncertainty[J]. *European J of Operational Research*, 2002, 140(1): 148-164.
- [2] Yue Y, Liang L. A DS/AHP method for multi-attributes decision making under interval uncertainty[C]. *Proc of the 2nd Int Conf on Modelling and Simulation*. Manchester: World Academic Union, 2009, 7: 496-501.
- [3] Utkin L V, Natalia V S. The DS/AHP method under partial information about criteria and alternatives by several levels of criteria[J]. *Int J of Information Technology & Decision Making*, 2012, 11(2): 307-326.
- [4] 杜元伟, 孙永河, 段万春. 证据理论的主客观整合推理方法[J]. *计算机工程*, 2011, 37(6): 41-43.
(Du Y W, Sun Y H, Duan W C. Subjectivity and objectivity integrated reasoning approach of evidence theory[J]. *Computer Engineering*, 2011, 37(6): 41-43.)
- [5] Wei G, Liu J. A DS/AHP method for comprehensive decision-making in urban power system planning[C]. *Proc of the Int Conf on Electricity Distribution*. Guangzhou: IEEE, 2008, 1: 1-5.
- [6] 李永鑫, 江勇, 赵国祥. 基于 DS/AHP 的人员选拔方法[J]. *心理学探新*, 2010, 30(5): 72-77.
(Li Y X, Jiang Y, Zhao G X. Personnel selection based on DS/AHP[J]. *Psychological Exploration*, 2010, 30(5): 72-77.)
- [7] 段万春, 杜元伟, 李亚群. 基于 DS/AHP 的人力资本空间结构运行效率评价方法[J]. *昆明理工大学学报: 社会科学版*, 2012, 12(5): 53-59.
(Duan W C, Du Y W, Li Y Q. Operation efficiency evaluation method for spatial structure of human capital based on DS/AHP[J]. *J of Kunming University of Science and Technology: Social Science Edition*, 2012, 12(5): 53-59.)
- [8] Kuno T, Kuno H, Irie A. A deterministic approach to linear programs with several additional multiplicative constraints[J]. *Computational Optimization and Applications*, 1999, 14(3): 347-366.
- [9] 姚爽, 郭亚军, 黄玮强. 基于证据距离的改进 DS/AHP 多属性群决策方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(6): 894-898.
(Yao S, Guo Y J, Huang W Q. An improved method of aggregation in DS/AHP for multi-criteria group decision-making based on distance measure[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(6): 894-898.)
- [10] Ju Y, Wang A. Emergency alternative evaluation under group decision makers: A method of incorporating DS/AHP with extended TOPSIS[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(1): 1315-1323.

(责任编辑: 郑晓蕾)