

## 基于前景理论的群体灰靶决策方法

闫书丽<sup>1,2</sup>, 刘思峰<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016;

2. 河南科技大学 数学与统计学院, 河南 洛阳 471003)

**摘要:** 考虑决策者关于各指标均有期望灰靶对群体决策的影响, 提出一种基于前景理论的群体灰靶决策方法. 该方法以期望灰靶为参考点来定义前景价值函数, 利用奖优罚劣的线性变换算子对前景价值进行规范化处理, 能够充分反映评价价值是否中靶. 根据群体意见一致性以及最高和最低评价对决策结果偏差的影响, 构建决策者权重确定模型, 并根据综合前景值的正负判断方案是否中靶. 最后通过突发事件应急预案选择问题说明了该模型的可行性和有效性.

**关键词:** 群体决策; 灰靶; 前景理论; 权重; 突发事件

**中图分类号:** N945

**文献标志码:** A

## Group grey target decision making based on prospect theory

YAN Shu-li<sup>1,2</sup>, LIU Si-feng<sup>1</sup>

(1. College of Economic and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. School of Mathematics and Statistics, He'nan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China.

Correspondent: YAN Shu-li, E-mail: yshuli@126.com)

**Abstract:** Considering the impact on group decision making from that every decision maker has grey targets about attributes, a method of group grey target decision making is proposed on the prospect theory. A prospect value function is defined by using the expected grey target as reference point. A linear operator with the features of the "rewarding good and punishing bad" is used to standardize the prospect values. The positive or negative sign of the standardized values can reflect adequately that the attributes' values hit the bull's eye or not. Then, the weight model of decision maker is proposed based on group's consistency and influence of the maximum and minimum evaluation on the deviation of decision. And the project hits bull's eye or not is judged according to the positive or negative sign of comprehensive prospect values. Finally, the emergency plan selection shows the feasibility and effectiveness of the proposed model.

**Key words:** group decision making; grey target; prospect theory; weight; emergency

### 0 引言

目前, 群决策已发展为决策科学领域的一个热点问题, 研究主要集中在群体一致性<sup>[1-2]</sup>、集结算子<sup>[3-5]</sup>、权重的确定<sup>[6-7]</sup>等方面. 而多个决策者意见下的群决策方法和思路各有不同: 方法上涉及到基于距离<sup>[8]</sup>、DEA<sup>[9]</sup>、离差<sup>[1]</sup>、DS<sup>[10]</sup>、TOPSIS<sup>[11]</sup>、目标规划<sup>[12]</sup>等解决群体意见的协调与集结; 思路, 从考虑专家意见信任度<sup>[13]</sup>、避免反复错误的发生<sup>[14]</sup>、依赖集成<sup>[15]</sup>、考虑专家中有领导者存在<sup>[16]</sup>等方面考虑群体的不同意见, 从而提取准确信息进行更加合理的决策.

在实际群决策过程中, 各决策者对被评对象关于

各指标下的表现都会有一个内心可承受的期望灰靶, 在评价时, 往往会把各被评方案的指标值与期望灰靶做比较, 通过判断指标值是否落入灰靶之内来进行决策. 该思想需要考虑决策者的心理行为. 而文献[17]提出的前景理论以及文献[18]提出的累积前景理论就是考虑了决策者心理行为的科学方法, 目前在决策领域得到了很好的应用. 文献[19]根据累积前景理论和灰色关联分析定义了前景价值函数, 以此构建方案综合前景值最大化的优化模型, 并最终确定出方案的排序. 文献[20]将决策者的风险心理因素引入多准则决策, 提出一种基于前景理论的模糊多准则决策方法.

收稿日期: 2012-12-24; 修回日期: 2013-06-05.

基金项目: 国家社科基金重大项目(10zd&014); 国家社科重点项目(12AZD102); 国家自然科学基金项目(71111130 211, 90924022, 70971064, 70901041, 71171112, 71171113, 71271226).

作者简介: 闫书丽(1982-), 女, 讲师, 博士生, 从事决策分析、灰色系统理论的研究; 刘思峰(1955-), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济学等研究.

基于灰靶的决策模型已有很多. 如文献[21]针对具有满意域的不同性质的决策目标, 提出了一种多目标加权灰靶决策模型; 文献[22]定义了各方案到正、负理想方案的正、负靶心距, 并根据各方案的综合靶心距对方案进行排序.

群决策中决策者权重的确定是一个难点, 文献[6-7]分别根据投影法、TOPSIS方法求解决策者权重. 实际决策中, 一般去掉所有决策者给出的最高分和最低分, 此方法导致专家信息明显丢失. 如何保留所有专家的信息且防止意见的偏差或明显错误的发生, 是目前要解决的问题之一.

本文针对灰信息下群体决策问题, 采用灰靶思想, 在考虑决策者一致性基础上避免偏差或错误的判断对决策结果产生不合理的影响, 建立决策者权重模型. 基于各决策者对各指标均有一个期望灰靶, 以及决策者关于指标值是否落入灰靶内的风险态度对决策的影响, 将灰靶思想与前景理论相结合, 提出一种新的群体灰靶决策方法, 用于解决更加符合决策者心理行为的群决策问题. 通过一个毒气泄漏的突发事件应急预案选择实例, 说明了该模型的有效性和可行性.

## 1 问题描述

实际决策问题中, 各指标的状态往往是不确定的, 这导致决策者关于指标值的判断很难用一个精确的数字来体现, 其中信息形式为灰数的决策问题最为常见, 本文考虑具有专家期望灰靶的区间灰数型群决策问题. 令  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$  表示备选方案的集合,  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  表示指标集合,  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_p\}$  表示决策者集合;  $A_{ij}^k = (a_{ij}^k(\otimes))_{mn}$  为第  $k$  个决策者关于  $i$  方案下  $j$  指标的评价值, 评价值为区间灰数的形式;  $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  表示指标的权重向量,  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p\}$  表示决策者的权重向量;  $G = \{g_1^k(\otimes), g_2^k(\otimes), \dots, g_n^k(\otimes)\}$  为第  $k$  个决策者关于各指标的期望向量, 即每个专家对各属性的观测值都有个心理可承受值, 该承受值通常是一个区间.

## 2 主要方法及结果

### 2.1 区间灰数

只知道信息的取值范围而不知其确切值的数值称为灰数. 灰数实际上是指在某一个区间或某个一般的数集内取值的不确定数, 通常用符号  $\otimes$  来表示. 既有下界  $a^L$  又有上界  $a^U$  的灰数称为区间灰数, 记为  $\otimes \in [a^L, a^U]$ .

**定义 1** 设灰数  $\otimes \in [a^L, a^U]$  ( $a^L < a^U$ ), 其产生的背景或论域为  $\Omega$ ,  $\mu(\otimes)$  为灰数  $\otimes$  取值数域的测度, 则定义  $\hat{\otimes} = E(\otimes)$  为灰数  $\otimes$  的核.

在缺乏区间灰数  $\otimes \in [a^L, a^U]$  取值分布信息的情

况下, 若  $\otimes$  为连续灰数, 则称  $\hat{\otimes} = \frac{1}{2}(a^L + a^U)$  为灰数  $\otimes$  的核.

**定义 2** 设两灰数  $\otimes_1 \in [a_1^L, a_1^U]$ ,  $\otimes_2 \in [a_2^L, a_2^U]$ , 定义

$$d(\otimes_1, \otimes_2) = |\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_2| + \frac{1}{2}|l(\otimes_1) - l(\otimes_2)|, \quad (1)$$

称  $d(\otimes_1, \otimes_2)$  为  $\otimes_1$  与  $\otimes_2$  之间的距离. 其中:  $|\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_2|$  为两个灰数的核之间的距离,  $\frac{1}{2}|l(\otimes_1) - l(\otimes_2)|$  为两个灰数半区间长度间的距离.

**定义 3** 设两区间灰数  $\otimes_1 \in [a_1^L, a_1^U]$ ,  $\otimes_2 \in [a_2^L, a_2^U]$ , 若

$$\hat{\otimes}_1 > \hat{\otimes}_2, \quad (2)$$

则  $\otimes_1 \succ \otimes_2$ .

### 2.2 基于决策者期望灰靶的前景值

针对决策者期望灰靶、损失规避和敏感性递减等决策者心理行为特征, 依据前景理论的思想给出各决策者关于各方案属性价值函数. 此时, 将各决策者关于各属性的期望灰靶作为参考点, 根据属性的不同类型给出前景价值函数的构造方法.

1) 关于效益型指标.

若满足灰靶, 则  $a_{ij}^k(\otimes) > g_j^k(\otimes)$ , 此时决策者的心理感知为收益, 价值函数为

$$v_{ij}^{k+} = (d(a_{ij}^k(\otimes), g_j^k(\otimes)))^\alpha; \quad (3)$$

若不满足灰靶, 则  $a_{ij}^k(\otimes) < g_j^k(\otimes)$ , 此时决策者的心理感知为损失, 价值函数为

$$v_{ij}^{k-} = -\lambda(-d(a_{ij}^k(\otimes), g_j^k(\otimes)))^\beta. \quad (4)$$

2) 关于成本型指标.

若满足灰靶, 则  $a_{ij}^k(\otimes) < g_j^k(\otimes)$ , 此时决策者的心理感知为收益, 价值函数为

$$v_{ij}^{k+} = (d(a_{ij}^k(\otimes), g_j^k(\otimes)))^\alpha; \quad (5)$$

若不满足灰靶, 则  $a_{ij}^k(\otimes) > g_j^k(\otimes)$ , 此时决策者的心理感知为损失, 价值函数为

$$v_{ij}^{k-} = -\lambda(-d(a_{ij}^k(\otimes), g_j^k(\otimes)))^\beta. \quad (6)$$

3) 关于区间型指标.

若满足灰靶, 则  $a_{ij}^{Lk}(\otimes) > g_j^{Lk}(\otimes)$  且  $a_{ij}^{Uk}(\otimes) < g_j^{Uk}(\otimes)$ , 决策者的心理感知为收益, 价值函数为

$$v_{ij}^{k+} = (d(a_{ij}^k(\otimes), g_j^k(\otimes)))^\alpha; \quad (7)$$

若不满足灰靶, 则  $a_{ij}^{Lk}(\otimes) < g_j^{Lk}(\otimes)$  或  $a_{ij}^{Uk}(\otimes) > g_j^{Uk}(\otimes)$ , 则此时决策者的心理感知为损失, 价值函数为

$$v_{ij}^{k-} = -\lambda(-d(a_{ij}^k(\otimes), g_j^k(\otimes)))^\beta. \quad (8)$$

其中:  $v_{ij}^{k+}$  表示属性值落入内心期望灰靶时决策者心理感知为收益的正价值,  $v_{ij}^{k-}$  表示属性值在内心期望灰靶之外时决策者心理感知为损失的负价值; 参

数  $\alpha$  和  $\beta$  分别表示收益和损失区域价值幂函数的凹凸程度,  $\alpha, \beta < 1$  表示敏感性递减; 系数  $\theta$  表示损失区域比收益区域更陡的特征,  $\theta > 1$  表示损失厌恶.

考虑决策者期望灰靶的决策问题时, 主要考虑的是各属性值相对于决策者内心灰靶的大小. 通过式 (3)~(8) 可知, 不论是效益型、成本型还是区间型, 得到的价值函数值都是以决策者内心灰靶为参考点的, 越满足决策者内心期望, 得到的价值函数值越大. 在此基础上对得到的价值函数值矩阵进行规范化处理.

无论指标值是效益型、成本型还是区间型, 得到的前景价值落在决策者期望灰靶内的为正值, 落在期望灰靶之外的为负值. 为了消除量纲对计算的影响, 根据是否满足灰靶来分析, 对各前景价值按下式统一进行规范化:

$$\bar{v}_{ij}^{k\pm} = \frac{v_{ij}^{k\pm}}{\max_{i=1,2,\dots,m} |v_{ij}^{k\pm}|}. \quad (9)$$

**定理 1** 规范化前景价值  $\bar{v}_{ij}^{k\pm}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $k = 1, 2, \dots, p$ ) 满足以下条件: 1)  $\bar{v}_{ij}^{k\pm}$  无量纲; 2) 越接近决策者期望灰靶  $\bar{v}_{ij}^{k+}$  越大, 越背离决策者期望灰靶  $\bar{v}_{ij}^{k-}$  越小; 3)  $\bar{v}_{ij}^{k+} \in [0, 1]$ ,  $\bar{v}_{ij}^{k-} \in [-1, 0]$ .

指标值落入灰靶, 即中靶, 其前景值在  $[0, 1]$  之间; 指标值在灰靶之外, 即脱靶, 其前景值在  $[-1, 0]$  之间. 此规范化方法保留了指标值是否中靶的信息.

根据文献 [18] 给出的价值函数, 设决策者面临收益和损失时的前景权重函数分别为  $\pi^+(\omega_j)$  和  $\pi^-(\omega_j)$ , 则方案的综合前景值为正前景值与负前景值之和.

将  $\bar{v}_{ij}^k$  从小到大排序, 得到  $\bar{v}_{i1'}^k \leq \dots \leq \bar{v}_{ih'}^k \leq 0 \leq \bar{v}_{ih'+1}^k \leq \dots \leq \bar{v}_{in'+1}^k$ , 而

$$V_i^k = \sum_{j=1'}^{h'} \pi^-(\omega_j) \bar{v}_{ij}^{k-} + \sum_{j=h'+1}^{n} \pi^+(\omega_j) \bar{v}_{ij}^{k+}, \quad (10)$$

$$\pi^+(\omega_j) = \frac{\omega_j^\gamma}{(\omega_j^\gamma + (1 - \omega_j^\gamma)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}}, \quad (11)$$

$$\pi^-(\omega_j) = \frac{\omega_j^\delta}{(\omega_j^\delta + (1 - \omega_j^\delta)^\delta)^{\frac{1}{\delta}}}. \quad (12)$$

其中: 函数  $\pi^+(\omega_j)$ ,  $\pi^-(\omega_j)$  分别是针对收益和损失时的非线性权重函数; 参数  $\gamma, \delta$  分别表示面临收益和损失的值, 主要控制前景权重函数曲线的曲率.

文献 [23] 表明, 当参数  $\alpha = \beta = 0.88$ ,  $\lambda = 2.25$ ,  $\gamma = 0.61$ ,  $\delta = 0.69$  时与经验数据较为一致.

### 2.3 决策者权重的确定

决策者的权重在决策问题中是一个难点, 如何区分各决策者的重要性且确保评价结果不会出现片面

性尤为重要. 在实际群决策中, 通常是去掉一个最高分和一个最低分, 剩下的分数再取平均, 以此排序. 但此做法存在一定的弊端, 即完全去掉了打最高分和打最低分的专家判断信息. 为了避免评价的片面性, 在决策者赋权时, 建立以各专家关于方案判断的最大前景值、最小前景值、平均前景值为靶心的球形灰靶, 同时为了确保信息的充分利用以及决策结果的一致性, 赋予与最大、最小前景值靶心距最远, 与平均前景值靶心距最近的专家权重最大, 反之亦然.

**定义 4** 称  $V^+ = (V_1^+, V_2^+, \dots, V_m^+)$  为方案在所有专家判断下的最大前景值向量, 即各方案在各专家判断下的最大满意值, 其中  $V_i^+ = \max_{k=1,2,\dots,p} V_i^k$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ );

称  $V^- = (V_1^-, V_2^-, \dots, V_m^-)$  为方案在所有专家判断下的最小前景值向量, 即各方案在各专家判断下的最小满意值, 其中  $V_i^- = \min_{k=1,2,\dots,p} V_i^k$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ );

称  $\bar{V} = (\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_m)$  为方案在所有专家判断下的平均前景值向量, 即各方案在各专家判断下的平均满意值, 其中  $\bar{V}_i = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p V_i^k$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).

**定义 5** 称  $R^{m+} = \{V_1^k, V_2^k, \dots, V_m^k | (V_1^k - V_1^+)^2 + (V_2^k - V_2^+)^2 + \dots + (V_m^k - V_m^+)^2 \leq R^2\}$  为以  $V^+ = (V_1^+, V_2^+, \dots, V_m^+)$  为靶心、 $R$  为半径的  $m$  维球形灰靶;

称  $R^{m-} = \{V_1^k, V_2^k, \dots, V_m^k | (V_1^k - V_1^-)^2 + (V_2^k - V_2^-)^2 + \dots + (V_m^k - V_m^-)^2 \leq R^2\}$  为以  $V^- = (V_1^-, V_2^-, \dots, V_m^-)$  为靶心、 $R$  为半径的  $m$  维球形灰靶;

称  $\bar{R}^m = \{V_1^k, V_2^k, \dots, V_m^k | (V_1^k - \bar{V}_1)^2 + (V_2^k - \bar{V}_2)^2 + \dots + (V_m^k - \bar{V}_m)^2 \leq R^2\}$  为以  $\bar{V} = (\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_m)$  为靶心、 $R$  为半径的  $m$  维球形灰靶.

**定义 6** 设  $V^k = (V_1^k, V_2^k, \dots, V_m^k) \in R$ , 称  $d(V^k, V^+) = \sqrt{(V_1^k - V_1^+)^2 + \dots + (V_m^k - V_m^+)^2}$  (13)

为方案向量  $V^k$  以  $V^+ = (V_1^+, V_2^+, \dots, V_m^+)$  为靶心的靶心距;

$$d(V^k, V^-) = \sqrt{(V_1^k - V_1^-)^2 + \dots + (V_m^k - V_m^-)^2} \quad (14)$$

为方案向量  $V^k$  以  $V^- = (V_1^-, V_2^-, \dots, V_m^-)$  为靶心的靶心距;

$$d(V^k, \bar{V}) = \sqrt{(V_1^k - \bar{V}_1)^2 + \dots + (V_m^k - \bar{V}_m)^2} \quad (15)$$

为方案向量  $V^k$  以  $\bar{V} = (\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_m)$  为靶心的靶心距.

为体现决策结果的合理性, 设定最大前景值方案向量、最小前景值方案向量、平均前景值方案向量为标杆, 依据 TOPSIS 思想, 根据各决策者关于方案向量的前景值与此 3 个标杆的靶心距, 建立各决策者下判断信息的综合靶心距为

$$C_k = \frac{d(V^k, V^+) + d(V^k, V^-)}{d(V^k, V^+) + d(V^k, V^-) + d(V^k, \bar{V})}. \quad (16)$$

第  $k$  个决策者的权重为

$$\lambda_k = C_k / \sum_{k=1}^p C_k, \quad (17)$$

其中  $k = 1, 2, \dots, p$ .

根据决策者权重向量确定各方案的综合前景值

$$V_i = \sum_{k=1}^p \lambda_k V_i^k. \quad (18)$$

**定理 2** 方案综合前景值  $V_i (i = 1, 2, \dots, m)$  满足以下条件: 1)  $V_i$  无量纲; 2) 越接近决策者期望灰靶,  $V_i$  越大; 3)  $V_i \in [-1, 1]$ .

综合前景值  $V_i \in [-1, 0]$  时属于脱靶情形,  $V_i \in [0, 1]$  时属于中靶情形. 因此在中靶情形下, 可以通过比较综合前景值的大小来比较方案的优劣.

## 2.4 决策步骤

**Step 1:** 根据指标的不同类型及各决策者期望灰靶, 由式 (3)~(8) 求出各决策者关于各方案下指标的前景价值函数值;

**Step 2:** 按照式 (9) 对各指标进行规范化处理;

**Step 3:** 按照式 (11) 和 (12) 计算各指标的决策权重, 进而利用式 (10) 计算各决策者关于方案指标的前景值;

**Step 4:** 由式 (13)~(17) 计算出各决策者权重;

**Step 5:** 按照各方案的综合前景值  $V_i (i = 1, 2, \dots, m)$  对各方案进行排序.

## 3 案例分析

突发事件的应急问题往往需要多个决策者参与应急预案的设计, 并根据多项待考察因素合理选择方案. 例如某地区毒气泄漏导致周围居民感到不适, 需要相关部门进行救援. 对于此突发事件人员营救问题, 有 4 个部门的决策者参与决策, 假设有 3 个考察因素 (评价指标):  $u_1$  为被感染地区人员不舒适,  $u_2$  为挽救的生命数,  $u_3$  为应急响应的成本. 居民脱离险情方案:  $s_1$  为迅速躲进房间,  $s_2$  为找到安全的位置躲避, 并立即关闭门窗;  $s_3$  为撤离到临近的区域;  $s_4$  为撤离到较远的区域. 各决策部门关于各方案属性的评价值矩阵和各决策者关于各属性的心理可承受灰靶的临界值向量分别如下:

$$A^1 = \begin{bmatrix} [7, 8] & [2\ 000, 2\ 500] & [10\ 000, 15\ 000] \\ [6, 7] & [2\ 300, 3\ 000] & [15\ 000, 20\ 000] \\ [6, 6.7] & [2\ 500, 3\ 000] & [18\ 000, 21\ 000] \\ [6, 6.5] & [2\ 800, 3\ 200] & [20\ 000, 28\ 000] \end{bmatrix},$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} [7.5, 8.5] & [2\ 000, 2\ 300] & [9\ 000, 13\ 000] \\ [7, 8] & [2\ 300, 2\ 800] & [12\ 000, 18\ 000] \\ [7, 7.5] & [2\ 500, 3\ 200] & [16\ 000, 22\ 000] \\ [6.8, 7.2] & [2\ 800, 3\ 300] & [18\ 000, 25\ 000] \end{bmatrix},$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} [6.5, 7.2] & [2\ 100, 2\ 500] & [11\ 000, 14\ 000] \\ [6.3, 6.7] & [2\ 600, 2\ 800] & [13\ 000, 18\ 000] \\ [6.2, 6.5] & [2\ 600, 3\ 000] & [17\ 000, 19\ 000] \\ [6, 6.5] & [2\ 700, 3\ 100] & [20\ 000, 23\ 000] \end{bmatrix},$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} [6.5, 7.5] & [2\ 200, 2\ 600] & [12\ 000, 15\ 000] \\ [6.3, 7.2] & [2\ 500, 2\ 800] & [15\ 000, 18\ 000] \\ [6.2, 6.5] & [2\ 700, 3\ 000] & [17\ 000, 20\ 000] \\ [6, 6.5] & [3\ 200, 3\ 500] & [22\ 000, 25\ 000] \end{bmatrix};$$

$$G^1 = [6.5, 7] \quad [2\ 300, 2\ 500] \quad [15\ 000, 18\ 000],$$

$$G^2 = [7, 7.3] \quad [2\ 500, 2\ 800] \quad [16\ 000, 20\ 000],$$

$$G^3 = [6.5, 7] \quad [2\ 500, 2\ 800] \quad [17\ 000, 20\ 000],$$

$$G^4 = [6.3, 6.5] \quad [2\ 600, 2\ 900] \quad [18\ 000, 20\ 000].$$

其中:  $u_2$  为效益性指标,  $u_1$  和  $u_3$  为成本型指标. 假设指标的权重向量为  $W = (0.4, 0.4, 0.2)$ .

**Step 1:** 根据各决策者关于各方案属性评价值及期望灰靶临界值, 求出各决策者的价值函数矩阵为

$$v^1 = \begin{bmatrix} -2.25 & -340.447 & 1799.259 \\ 0.5434 & 237.1885 & -1807.54 \\ 0.5434 & 237.1885 & -2582.55 \\ 0.5434 & 318.9233 & -7450.45 \end{bmatrix},$$

$$v^2 = \begin{bmatrix} -2.6416 & -533.674 & 2419.281 \\ -1.6439 & -238.281 & 1478.471 \\ -0.5459 & 194.9004 & -1807.54 \\ 0.2426 & 237.1885 & -4048.33 \end{bmatrix},$$

$$v^3 = \begin{bmatrix} -0.5459 & -438.526 & 2112.385 \\ 0.3466 & 57.544 & 1478.471 \\ 0.5434 & 105.9025 & 436.5158 \\ 0.5434 & 151.3097 & -2582.55 \end{bmatrix},$$

$$v^4 = \begin{bmatrix} -2.25 & -438.526 & 2112.385 \\ -1.6439 & -129.471 & 1147.801 \\ 0.1318 & 57.544 & 436.5158 \\ 0.3467 & 278.4666 & -4048.33 \end{bmatrix}.$$

**Step 2:** 对各价值函数值进行规范化, 有

$$\bar{v}^1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0.2415 \\ 0.2415 & 0.6967 & -0.2426 \\ 0.2415 & 0.6967 & -0.3466 \\ 0.2415 & 0.9368 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{v}^2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0.5976 \\ -0.6223 & -0.4465 & 0.3652 \\ -0.2066 & 0.3652 & -0.4465 \\ 0.0918 & 0.4444 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{v}^3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0.8179 \\ 0.6350 & 0.1312 & 0.5725 \\ 0.9954 & 0.2415 & 0.1690 \\ 0.9954 & 0.3450 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{v}^4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -0.7306 & -0.2952 & 0.5434 \\ 0.0586 & 0.1312 & 0.2066 \\ 0.1541 & 0.6350 & -0.8557 \end{bmatrix}.$$

Step 3: 求得各决策者的方案的前景值为

$$V^1 = (-0.8225, 0.3453, 0.3150, 0.2311),$$

$$V^2 = (-0.7126 - 0.3677, -0.0608, -0.0536),$$

$$V^3 = (-0.6446, 0.5164, 0.6006, 0.3230),$$

$$V^4 = (-0.5885, -0.2924, 0.1479, 0.1006).$$

Step 4: 计算决策者的权重值

$$V^+ = (-0.5885, 0.5164, 0.6006, 0.3030),$$

$$V^- = (-0.8225, -0.3667, -0.6008, -0.0536),$$

$$\bar{V} = (-0.6921, 0.0506, 0.2507, 0.1453).$$

得到各方案的接近度为

$$C_1 = 0.7886, C_2 = 0.6958,$$

$$C_3 = 0.6700, C_4 = 0.3755.$$

从而得到各决策者的权重为

$$\lambda_1 = 0.2691, \lambda_2 = 0.2374,$$

$$\lambda_3 = 0.2286, \lambda_4 = 0.2649.$$

Step 5: 计算各方案的综合前景值

$$V_1 = -0.6937, V_2 = 0.0464,$$

$$V_3 = 0.2468, V_4 = 0.1454.$$

可以看出:  $V_1 < 0$ , 表示综合所有决策者判断,  $s_1$  方案脱靶, 不符合决策者的期望; 而  $V_2 > 0, V_3 > 0, V_4 > 0$ , 表示方案  $s_2, s_3, s_4$  均中靶; 再由  $\max_{i=2,3,4} V_i = V_3 = 0.2468$ , 最终选择方案  $s_3$ .

该群决策方法体现了各决策者内心均有一个可承受的灰靶, 各决策者根据被评方案在各个参考指标下的评价是否落入灰靶, 有一个心理上的“胜出”或

“淘汰”直观反应, 并把决策者的非理性行为考虑进去, 根据指标值是否中靶建立前景价值函数, 最终得出各决策者判断下各方案的综合前景值. 另外, 群决策问题应保留打“最高分”和打“最低分”专家的意见, 避免极端意见或错误意见的发生, 且确保群体意见的一致性. 基于此思想, 根据灰靶理论建立模型, 求出更加合理的决策者权重. 各方案的群体意见综合前景值体现了方案是否符合群体决策者的期望, 根据前景值的正负反映方案的“中靶”和“脱靶”.

## 4 结 论

本文考虑决策者期望灰靶的心理行为, 结合前景理论提出了一种新的群决策方法. 根据评价价值的不同类型, 以决策者的期望灰靶为参考点构建价值函数, 以价值函数的正负体现评价是否落入决策者的期望灰靶, 以简单的线性算子保留前景值的正负, 并限于  $[-1, 1]$  之间以便于信息的集结. 针对决策者权重的确定问题, 在基于一致性原则的前提下, 同时考虑各决策者关于各方案的评价结果与所有专家对方案评价的最大值、最小值靶心距来确定决策者的权重. 各方案的综合前景值充分体现了方案中靶和脱靶两种情形, 物理涵义清晰, 体现了决策者的心理行为.

## 参考文献(References)

- [1] Wu Z B, Xu J P. A concise consensus support model for group decision making with reciprocal preference relations based on deviation measures[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2012, 206(1): 58-73.
- [2] Tapia García J M, del Moral M J, Martínez M A, et al. A consensus model for group decision making problems with linguistic interval fuzzy preference relations[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(11): 10022-10030.
- [3] Chen S M, Niou S J. Fuzzy multiple attributes group decision-making based on fuzzy induced OWA operators[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(4): 4097-4108.
- [4] Wu J, Cao Q W, Zhang J L. An ILOWG operator based group decision making method and its application to evaluate the supplier criteria[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 54(2): 19-34.
- [5] Zhou L G, Chen H Y, Liu J P. Generalized weighted exponential proportional aggregation operators and their applications to group decision making[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(9): 4365-4384.
- [6] Yue Z L. Approach to group decision making based on determining the weights of experts by using projection method[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(7): 2900-2910.

- [7] Yue Z L. A method for group decision-making based on determining weights of decision makers using TOPSIS[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(4): 1926-1936.
- [8] Yu L, Lai K K. A distance-based group decision-making methodology for multi-person multi-criteria emergency decision support[J]. *Decision Support Systems*, 2011, 51(2): 307-315.
- [9] Zerafat Angiz L M, Emrouznejad A, Mustafa A, et al. Selecting the most preferable alternatives in a group decision making problem using DEA[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(5): 9599-9602.
- [10] Wu D. Supplier selection in a fuzzy group setting: A method using grey related analysis and Dempster-Shafer theory[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(5): 8892-8899.
- [11] Krohling R A, Campanharo V C. Fuzzy TOPSIS for group decision making: A case study for accidents with oil spill in the sea[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(4): 4190-4197.
- [12] Liu F, Zhang W G, Wang Z X. A goal programming model for incomplete interval multiplicative preference relations and its application in group decision-making[J]. *European J of Operational Research*, 2012, 218(3): 747-754.
- [13] Guha D, Chakraborty D. Fuzzy multi attribute group decision making method to achieve consensus under the consideration of degrees of confidence of experts' opinions[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2011, 60(4): 493-504.
- [14] Yurin A Y. An approach for definition of recommendations for prevention of repeated failures with the aid of case-based reasoning and group decision-making methods[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(10): 9282-9287.
- [15] Liu P. Some generalized dependent aggregation operators with intuitionistic linguistic numbers and their application to group decision making[J]. *J of Computer and System Sciences*, 2013, 79(1): 131-143.
- [16] van Ginkel W P, van Knippenberg D. Group leadership and shared task representations in decision making groups[J]. *The Leadership Quarterly*, 2012, 23(1): 94-106.
- [17] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometric*, 1979, 47(2): 263-291.
- [18] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. *J of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297-323.
- [19] 王正新, 党耀国, 裴玲玲, 等. 基于累积前景理论的多指标灰关联决策方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(2): 232-236.  
(Wang Z X, Dang Y G, Pei L L, et al. Multi-index grey relational decision-making based on cumulative prospect theory[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(2): 232-236.)
- [20] 王坚强, 孙腾, 陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(8): 1198-1202.  
(Wang J Q, Sun T, Chen X H. Multi-criteria fuzzy decision-making method based on prospect theory with incomplete information[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(8): 1198-1202.)
- [21] 刘思峰, 袁文峰, 盛克勤. 一种新型多目标智能加权灰靶决策模型[J]. *控制与决策*, 2010, 25(8): 1159-1163.  
(Liu S F, Yuan W F, Sheng K Q. Multi-attribute intelligent grey target decision model[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(8): 1159-1163.)
- [22] Luo D, Wang X. The multi-attribute grey target decision method for attribute value within three-parameter interval grey number[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36(5): 1957-1963.
- [23] Krohling R A, de Souza T T M. Combining prospect theory and fuzzy numbers to multi-criteria decision making[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(13): 11487-11493.

(责任编辑: 李君玲)