

基于 ANOVA-like 方差分解的非线性系统控制性能评估

王志国, 刘 飞

(江南大学 a. 轻工过程先进控制教育部重点实验室, b. 自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对实际控制回路大多包含非线性特征, 导致评估结果存在偏差的问题, 以一类非线性系统为对象, 首先分析其最小方差性能下限的存在性, 并推导出其与系统干扰项的关系式; 然后用正交最小二乘方法辨识系统闭环模型, 进而使用 ANOVA-like 方差分解公式估计超前干扰项对输出方差的贡献, 由此获得非线性系统的控制性能; 最后, 将所提出的方法与传统方法通过仿真实例进行比较. 仿真结果表明, 所提出的方法是可行且有效的.

关键词: 控制性能评估; 非线性系统; 最小方差性能下限; ANOVA-like 方差分解

中图分类号: TP312

文献标志码: A

Control performance assessment based on ANOVA-like variance decomposition for nonlinear systems

WANG Zhi-guo, LIU Fei

(a. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry, Ministry of Education, b. Institute of Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: WANG Zhi-guo, E-mail: jndx_wzg@yahoo.com.cn)

Abstract: In practice, many industrial control loops inevitably include nonlinearities, so the estimates of the control performance may not be correct. Firstly, the existence of the minimum variance performance lower bound(MVPLB) for a class of nonlinear systems is analyzed and the relation between the MVPLM and disturbance terms is determined. Then, the model of closed-loop system is identified by using orthogonal least square algorithm. Based on the achieved model, the contribution to the output variance due to the uncertainties in most recent ahead disturbance terms is calculated according to ANOVA-like decomposition formula, so that the control performance of the nonlinear system is obtained. Finally, simulation results show the effectiveness and feasibility of the proposed algorithm.

Key words: control performance assessment(CPA); nonlinear systems; minimum variance performance lower bound(MVPLB); ANOVA-like variance decomposition

0 引 言

自基于最小方差基准的性能评估指标提出以来, 便引起了众多学者的研究兴趣^[1-2], 但大多局限于线性系统. 由于阀门摩擦以及过程本身的原因, 实际控制回路不可避免地存在着非线性特征, 采用传统方法评价所得到的结论存在偏差甚至会引起误导. 以非线性最小方差控制器^[3]设计为基础, Harris 等^[4]用 Volterra 级数近似非线性环节, 研究了一类非线性系统的最小方差性能下限(MVPLB)估计问题. 基于相同思路, 文献[5-6]研究了由阀门粘滞导致的非线性系统的性能评估问题; 文献[7]研究了块联模型非线性系统的性能评估问题; 文献[8]提出先检测系统

的非线性特征, 构建了一种基于切换机制的非线性系统的性能评估方法. 文献[9]将这一研究扩展到更为一般的 NARMAX 模型, 并提出了一种改进的非线性系统控制性能指标.

方差分析(ANOVA)的主要任务是将输出变量的总方差分解为各输入变量对其的贡献量, 并评估各贡献的大小和意义. Archer 等^[10]和 Sobol' ^[11]采用基于 ANOVA 的方法研究了敏感性测量问题, Yu 等^[12]和 Harris 等^[13]研究了多干扰源非线性系统的方差分解问题. 基于最小方差基准的性能指标是控制性能评估研究中最主要的一种, 但并非所有 NARMAX 描述的非线性系统都存在最小方差性能下限, 或者即使存在

收稿日期: 2012-12-27; 修回日期: 2013-04-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61134007); 江苏高等学校优秀科技创新团队项目; 江苏高校优势学科建设工程项目.

作者简介: 王志国(1977-), 男, 讲师, 博士, 从事工业过程控制性能评估和监测的研究; 刘飞(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进过程控制理论及应用等研究.

也难以计算得到. 本文基于方差分析技术的特征研究一类非线性系统的最小方差控制性能评估问题, 并结合使用 ANOVA-like 方差分解和正交最小二乘闭环辨识方法估计其 MVPLB. 最后通过仿真实例验证了所提出方法的优越性.

1 最小方差性能下限

常用如下模型表示线性系统:

$$y_t = \frac{\omega(q^{-1})}{\delta(q^{-1})} u_{t-b} + D_t. \quad (1)$$

其中: y_t 为输出量; u_t 为控制量; b 表示系统延迟, 其值取采样周期的整数倍; $\omega(q^{-1})$ 和 $\delta(q^{-1})$ 表示多项式; D_t 表示输出干扰, 常用如下 ARIMA 模型表示:

$$D_t = \frac{\theta(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d} \alpha_t = \psi(q^{-1})\alpha_t. \quad (2)$$

这里: $\theta(q^{-1})$ 和 $\phi(q^{-1})$ 是首元素为 1 的稳定多项式; $\{\alpha_t\}$ 表示均值为 μ_α 、方差为 σ_α^2 的白噪声序列; $\nabla = (1 - q^{-1})$; d 为非负整数, 一般取 $d \leq 2$.

整理式 (1), 得

$$y_{t+b} = \frac{\omega(q^{-1})}{\delta(q^{-1})} u_t + \hat{D}_{t+b/t} + e_{t+b/t} = \hat{y}_{t+b/t} + e_{t+b/t}. \quad (3)$$

其中: $\hat{D}_{t+b/t}$ 和 $\hat{y}_{t+b/t}$ 分别表示干扰和输出的 b 步超前预测; 预测误差 $e_{t+b/t}$ 可表示成阶数为 $b-1$ 的移动平均过程, 即

$$e_{t+b/t} = (1 + \varphi_1 q^{-1} + \dots + \varphi_{b-1} q^{-(b-1)}) \alpha_{t+b}. \quad (4)$$

由推导可知, 式 (4) 中系数 φ_i ($i = 1, 2, \dots, b-1$) 亦等于式 (2) 所描述的干扰传递函数展开后的前 $b-1$ 个系数值^[1].

令最优输出预测 $\hat{y}_{t+b/t}$ 等于零, 可得到最小方差控制器, 此时系统输出为 $y_{t+b}^{MV} = e_{t+b/t}$. 式 (4) 亦说明, 系统最小方差输出仅与最近的 b 个时刻的 α_t 干扰项有关, 且预测误差项 $e_{t+b/t}$ 不受系统所采用的反馈控制器的影响, 故称之为反馈不变量.

进一步, 可求得系统最小方差性能下限为

$$\sigma_{MV}^2 = \text{Var}\{y_{t+b}^{MV}\} = (1 + \varphi_1^2 + \dots + \varphi_{b-1}^2) \sigma_\alpha^2. \quad (5)$$

Harris 提出用性能指标的概念来评价控制回路的性能, 其定义如下:

$$\eta = \frac{\sigma_{MV}^2}{\sigma_y^2}. \quad (6)$$

其中: σ_y^2 为实际输出方差, σ_{MV}^2 为理想的最小方差. 对于式 (1) 所述的线性系统, 如采用线性反馈控制器, 则其闭环输出可表示成

$$y_{t+b} = \frac{\gamma(q^{-1})}{\beta(q^{-1})} \alpha_{t+b} = (1 + \tau_1 q^{-1} + \dots + \tau_{b-1} q^{-(b-1)} + \dots) \alpha_{t+b}. \quad (7)$$

其中前 $b-1$ 个多项式的展开式系数 $(\tau_1, \dots, \tau_{b-1})$ 等于式 (4) 中的 $(\varphi_1, \dots, \varphi_{b-1})$, 因此, 性能指标可通过线性回归方法从闭环数据中估计得到.

对于非线性系统, 由于缺乏实际的机理模型以及可利用的状态变量, 难以用明确的数学模型进行表示. 为便于分析且不失实际意义, 考虑如下非线性模型:

$$\delta(q^{-1})y_t = f(y_{t-b}^*, u_{t-b}^*) + D_t. \quad (8)$$

其中: $\delta(q^{-1})$ 是首元素为 1 的稳定多项式; $f(\cdot)$ 为一非线性函数; $y_{t-b}^* = (y_{t-b}, \dots, y_{t-b-n_y})$, $u_{t-b}^* = (u_{t-b}, \dots, u_{t-b-n_u})$, 上标“*”表示由对应变量当前时刻之前的值构成的向量, 其后同此; 干扰项 D_t 仍然采用线性 ARIMA 序列表示, 其模型如式 (2) 所示. 用线性 ARIMA 序列模型描述实际中的干扰项是合理的^[14], 它可以描述随机性干扰和多种确定性干扰, 如阶跃干扰、指数性干扰和斜坡干扰等.

首先, 分析上述非线性系统最小方差性能下限的存在性. 结合式 (2) 的干扰模型, 式 (8) 所述系统输出量的叠加干扰可通过多项式长除运算展开得到, 即

$$\frac{\theta(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d\delta(q^{-1})} = \frac{1 + \varphi_1 q^{-1} + \dots + \varphi_{b-1} q^{-(b-1)} + \frac{q^{-b} P_b(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d\delta(q^{-1})}, \quad (9)$$

则系统闭环输出 y_{t+b} 可表示为

$$y_{t+b} = \delta^{-1}(q^{-1})f(y_t^*, u_t^*) + \hat{D}_{t+b/t} + e_{t+b/t} = \hat{y}_{t+b/t} + e_{t+b/t}. \quad (10)$$

其中

$$e_{t+b/t} = (1 + \varphi_1 q^{-1} + \dots + \varphi_{b-1} q^{-(b-1)}) \alpha_{t+b}, \quad \hat{D}_{t+b/t} = \frac{P_b(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d\delta(q^{-1})} \alpha_t, \quad \hat{y}_{t+b/t} = \delta(q^{-1})^{-1} f(y_t^*, u_t^*) + \hat{D}_{t+b/t}, \quad (11)$$

$\hat{y}_{t+b/t}$ 表示系统输出的超前预测, $e_{t+b/t}$ 为预测误差. 从上可见, $e_{t+b/t}$ 与 $\hat{y}_{t+b/t}$ 互不相关, 因此, 如果存在一线性或非线性反馈控制器 $g(\cdot)$ 使

$$\hat{y}_{t+b/t} = \delta(q^{-1})^{-1} f(y_t^*, g(y_t^*)) + \hat{D}_{t+b/t} = 0, \quad (12)$$

则闭环系统的输出方差最小, 即

$$\sigma_{MV}^2 = \text{Var}\{e_{t+b/t}\} = (1 + \varphi_1^2 + \dots + \varphi_{b-1}^2) \sigma_\alpha^2. \quad (13)$$

由式 (10) 可知, $e_{t+b/t}$ 与所选控制器无关, 因此, 它是非线性系统的反馈不变量, 式 (8) 所述系统的最小方差性能下限即为 σ_{MV}^2 .

比较式 (5) 和 (13) 发现, 非线性系统最小方差性

能下限函数式与线性系统结果相同. 但是, 由于非线性过程的复杂性, 通过系统工作数据拟合所得 y_t 和 α_t 的时间序列模型展开式的系数 $(\tau_1, \dots, \tau_{b-1})$ 并不等于式 (13) 中的 $(\varphi_1, \dots, \varphi_{b-1})$, 忽视非线性特征的存在而直接使用线性方法估计非线性系统的最小方差性能下限肯定会存在偏差. 为说明这一点, 假设式 (8) 中的非线性函数 $f(\cdot)$ 可用线性函数 $\beta(\cdot)$ 近似, 则有

$$y_{t+b} = \delta^{-1}(q^{-1})\beta(y_t^*, u_t^*) + \hat{D}_{t+b/t} + e_{t+b/t} + \gamma_t. \quad (14)$$

其中: γ_t 表示函数近似误差, 仅与 y_{t-i} ($i = 0, 1, \dots$) 的值有关. 如果不考虑非线性特征而使用线性回归模型估计输出 y_{t+b} , 则有

$$\hat{y}_{t+b} = \delta^{-1}(q^{-1})\beta(y_t^*, u_t^*) + \hat{D}_{t+b/t}, \quad (15)$$

其预测误差为

$$\hat{e}_{t+b/t} = e_{t+b/t} + \gamma_t. \quad (16)$$

由于 γ_t 与 $e_{t+b/t}$ 不相关, 最小方差性能下限估计值为

$$\hat{\sigma}_{MV}^2 = \sigma_{MV}^2 + \text{Var}\{\gamma_t\}. \quad (17)$$

式 (17) 说明, 此方法估计的最小方差性能下限比真实值大. 要使得对非线性系统的最小方差下限的估计值尽量接近实际值, 就需设法减少式 (17) 右边第 2 项的影响, 最直接的办法是能精确估计非线性函数 $f(\cdot)$. 而性能评估的初衷是在尽量不影响系统正常运行的前提下对控制回路进行评价, 因此仅从系统工作数据估计非线性函数是困难的.

通过前面的分析可知, 式 (8) 所描述的非线性系统的最小方差性能下限存在, 同时式 (11) 和 (13) 还包含另一明确的信息, 即: 所述非线性系统的最小方差性能下限只与最近 b 个时刻的干扰有关. 基于此, 下面使用 ANOVA-like 方差分解方法估计系统的最小方差性能下限.

2 基于 ANOVA-like 方差分解的性能指标

考虑含有 p 个输入变量的静态函数

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_p),$$

其各独立输入变量对输出的方差贡献可量化后用部分方差表示. 由 ANOVA-Like 分解公式^[10-11], 输出 Y 的总方差可表示为

$$\text{Var}[Y] = \sum_i V_i + \sum_i \sum_{j>i} V_{ij} + \dots + V_{1,2,\dots,p}. \quad (18)$$

其中: V_i 表示由单独的输入变量 X_i 引起的在输出方差上的部分方差, V_{ij} 表示除部分方差 V_i 和 V_j 外由变量 X_i 和 X_j 的关联作用引起的方差贡献, 以此类推; $E[Y | X_i = x_i]$ 表示在条件 $X_i = x_i$ 下 Y 的数学期望, Var 表示遍历所有可能 x_i 值对应的方差. 上述分解公

式对输入变量集的各子集构成的新变量同样成立, 如划分

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_p) = (U_1, U_2),$$

其中 $U_1 = (X_1, \dots, X_k)$, $U_2 = (X_{p-k+1}, \dots, X_p)$, 则对于新变量 U_1 和 U_2 , 有 $\text{Var}[Y] = V_{U_1} + V_{U_2} + V_{U_1 U_2}$.

将式 (8) 描述的非线性系统表示为如下一般的因果变量形式:

$$y_{t+b} = f_1(y_t^*, u_t^*, \alpha_{t+b}, \dots, \alpha_{t+1}, \alpha_t, \dots, \alpha_{t-n_a}). \quad (19)$$

从时间轴上将干扰源分成两部分, 即 $x_1 = [\alpha_{t+b}, \dots, \alpha_{t+1}]$ 和 $x_2 = [\alpha_t, \alpha_{t-1}, \dots, \alpha_1]$. 第 1 部分包含时间 t 之后进入系统的干扰, 第 2 部分包含从开始到 t 时刻进入系统的干扰.

由于非线性系统的输出可能与初始条件有关, 根据文献[15], 系统输出 y_{t+b} 的方差为

$$\text{Var}[y_{t+b}] = E_{I_0}[V_x[y_{t+b}|I_0]] + V_{I_0}[E_x[y_{t+b}|I_0]]. \quad (20)$$

其中: $x = [x_1, x_2]$ 表示从起始时刻到 t 时刻进入系统的所有干扰, $E_{I_0}[\cdot]$ 表示对初始条件所求得的 $[\cdot]$ 的期望值, $V_{I_0}[\cdot]$ 表示对初始条件所求得的 $[\cdot]$ 的方差, 式中右边第 1 项是由于干扰信号以及干扰信号与初始条件关联作用所引起的对输出方差的部分贡献, 第 2 项是单独由初始条件的不确定引起的方差贡献. 假设初始条件 $[\cdot]$ 给定, 则第 1 项 $V_x[y_{t+b}|I_0]$ 可由 ANOVA-like 公式分解得到, 即

$$V_x|I_0 = V_x[y_{t+b}|I_0] = V_1|I_0 + V_2|I_0 + V_{12}|I_0. \quad (21)$$

此时, $E_{I_0}[V_i|I_0]$ ($i = 1, 2$) 分别表示输入变量 x_1 和 x_2 对输出方差的部分方差, $E_{I_0}[V_{12}|I_0]$ 表示由输入变量 x_1 和 x_2 的关联作用所引起的部分方差.

由此, 参照式 (6) 性能指标的定义方法, 定义新的非线性系统性能指标为

$$\eta_t = \frac{E_{I_0}[V_1|I_0]}{\text{Var}[y_{t+b}]}. \quad (22)$$

性能指标 η_t 受初始条件及记忆时间长度 t 的影响, 但稳定的且各态历经的非线性随机过程的渐近分布 $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{t+b}$ 与初始条件无关^[15], 即 t 趋于无穷时式 (20) 右边第 2 项为 0, 有

$$\text{Var}[y_{t+b}] = E_{I_0}[V_1|I_0 + V_2|I_0 + V_{12}|I_0] = V_1 + V_2 + V_{12}. \quad (23)$$

其中

$$V_1 = \text{Var}_{x_1}[E_{x_2}[y_{t+b}|x_1]],$$

$$V_2 = \text{Var}_{x_2}[E_{x_1}[y_{t+b}|x_2]],$$

$$V_{12} = \text{Var}[y_{t+b}] - V_1 - V_2.$$

则式 (22) 的性能指标具有如下形式:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_t = \frac{V_1}{\text{Var}[y_{t+b}]} \quad (24)$$

实际中, 这一极限值的性能指标无法使用, 而且, 非线性系统的各态历经性也难以判断, 因此, 一般情况下, 取 t 足够大值或不同 t 多次平均即可得到稳定的性能指标.

根据前述, 式 (8) 所描述的非线性系统的最小方差性能下限存在且只与最近 b 个时刻的干扰有关, 再由定义 $x_1 = [\alpha_{t+b}, \dots, \alpha_{t+1}]$ 可知, η_t 即为所求最小方差性能指标.

3 性能指标计算

用 ANOVA-like 方差分解的前提是已知输出闭环函数, 所以性能指标计算的首要工作是由工作数据对闭环模型进行辨识. 假设控制器形式为 $u_t = f(y_t, \dots, y_{t-n_y})$, 整理式 (19), 得

$$y_{t+b} = f_2(y_t^*, \alpha_{t+b}, \dots, \alpha_{t+1}, \alpha_t, \dots, \alpha_{t-n_a}). \quad (25)$$

根据文献 [16], 任意连续非线性函数可用多项式模型无限近似, 则将上式用 l 阶多项式近似, 有

$$\begin{aligned} y_{t+b} = & \varepsilon_0 + \sum_{i_1=1}^L \varepsilon_{i_1} x_{i_1,t} + \sum_{i_1=1}^L \sum_{i_2=i_1}^L \varepsilon_{i_1, i_2} x_{i_1,t} x_{i_2,t} + \\ & \dots + \sum_{i_1=1}^L \dots \sum_{i_l=i_{l-1}}^L \varepsilon_{i_1, \dots, i_l} x_{i_1,t} \dots x_{i_l,t} + \xi_t. \end{aligned} \quad (26)$$

其中: $L = n_y + n_a$; $x_{1,t} = y_t, x_{2,t} = y_{t-1}, \dots, x_{n_y,t} = y_{t-n_y}, x_{n_y+1,t} = \alpha_{t+b}, \dots, x_{L,t} = \alpha_{t-n_a}$. 进一步, 整理成回归模型, 得

$$y_{t+b} = \sum_{i=1}^M p_{i,t} \varepsilon_i + \xi_t. \quad (27)$$

其中: $p_{i,t}$ 表示从 $x_{1,t}$ 到 $x_{L,t}$ 组成的单项式, $p_{1,t} = 1$ 对应常数项, $\varepsilon_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 为未知参数, ξ_t 为模型误差.

采样系统工作数据并定义

$$P = [p_1 \ \dots \ p_M] = \begin{bmatrix} p_{1,n} & \dots & p_{M,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1,N} & \dots & p_{M,N} \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_{n+b} \\ \vdots \\ y_{N+b} \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \xi_n \\ \vdots \\ \xi_N \end{bmatrix}. \quad (28)$$

其中: n 表示数据起点, N 表示数据长度. 则可得到非线性系统的矩阵模型

$$Y = P\theta + E. \quad (29)$$

上述模型的辨识任务包含两部分的内容, 首先是确定模型结构, 即确定辨识模型所含未知参数项的数目; 其次是未知参数的辨识. 可使用正交最小二乘辨识方法 [17] 实现这一任务.

构建增广矩阵

$$\tilde{P} = [P \ | \ Y]. \quad (30)$$

假设经过 $H^{(i)} (i = 1, 2, \dots, k-1)$ 次 Household 变换后有

$$\tilde{P}^{(k-1)} = [\tilde{R}_{k-1} \ \tilde{p}_k^{(k-1)} \ \dots \ \tilde{p}_M^{(k-1)} \ | \ Y^{(k-1)}]. \quad (31)$$

其中: $\tilde{R}_{k-1} = [R_{k-1} \ 0]^T$, R_{k-1} 是维数为 $(k-1) \times (k-1)$ 的上三角矩阵, $\tilde{p}_k^{(k-1)} = (\tilde{p}_{1,k}^{(k-1)}, \dots, \tilde{p}_{N,k}^{(k-1)})^T$, $Y^{(k-1)} = (y_1^{(k-1)}, \dots, y_N^{(k-1)})^T$. 定义

$$a_j^{(k)} = \left(\sum_{i=k}^N (\tilde{p}_{i,j}^{(k-1)})^2 \right)^{1/2},$$

$$b_j^{(k)} = \sum_{i=k}^N \tilde{p}_{i,j}^{(k-1)} y_i^{(k-1)}, \quad j = k, \dots, M. \quad (32)$$

计算 $(b_j^{(k)}/a_j^{(k)})^2, j = k, \dots, M$, 假设 $j = j_m$ 时其值最大, 则可确定此列为第 k 个有意义的模型参数列. 继续进行 Household 变换, 并重复上述过程, 直到

$$1 - \sum_{i=1}^{M_s} \frac{(y_j^{(M_s)})^2}{\langle Y, Y \rangle} \leq \rho \text{ or } M_s = M \quad (33)$$

时运算结束, 从而确定 M_s 个有意义的参数项, 其中 $\rho (0 \leq \rho \leq 1)$ 为决定模型精度的常数因子, 由此可确定模型结构. 再根据

$$R_{M_s} \theta_s = [y_1^{(M_s)} \ \dots \ y_{M_s}^{(M_s)}]^T, \quad (34)$$

可得未知参数 θ_s 以及模型误差 E_s .

另外, 由式 (25) 可知, 上述辨识中的回归项包含不可测干扰 α_t , 为此可用每次的模型误差 ξ_t 代替干扰 α_t 并采用迭代的方法实现, 其基本步骤如下.

Step 1: 置干扰序列初值为 $\alpha_k = 0, k = 1, 2, \dots, N$, 置迭代次数 $i = 1$.

Step 2: 由式 (28)~(34) 进行系统辨识, 同时得到辨识误差 $\xi_k^{[i]}, k = 1, 2, \dots, N$.

Step 3: 判断 $1 - \sum_{i=1}^{M_s} \frac{(y_j^{(M_s)})^2}{\langle Y, Y \rangle}$ 是否小于选定的 ρ . 若是, 则跳转至 Step 6, 否则, 转至 Step 4.

Step 4: 用 $\xi_k^{[i]}$ 代替 $\alpha_k, k = 1, 2, \dots, N$.

Step 5: 置 $i = i + 1$, 返回 Step 2.

Step 6: 结束.

在上述辨识过程中, 模型精度因子 ρ 的选取要视具体非线性对象而定. 若 ρ 选取过小, 则会造成多次迭代后辨识模型参数项数目依旧很多, 使得模型过于复杂; 较大的 ρ 又会使辨识模型不能精确地近似原始

模型. 在具体实施过程中, 应进行多次实验, 以在模型精度与复杂度之间取折中值. 辨识得到系统闭环模型后, 采用蒙特卡罗方法对式(21)进行 ANOVA-like 方差分解. 首先构建维数为 $N_t \times 1$ 的随机数矩阵

$$\dot{x}^{(k)} = [\dot{x}_1^{(k)}, \dot{x}_2^{(k)}], \ddot{x}^{(k)} = [\ddot{x}_1^{(k)}, \ddot{x}_2^{(k)}], \quad (35)$$

其中 N_t 表示记忆时间长度. 取 $k=1, 2, \dots, N_{mc}$, N_{mc} 表示蒙特卡罗实验次数, 则在初始条件 I_0 下, 输出 y_{t+b} 的均值和方差估计值可由下式计算:

$$\hat{y}_{t+b}|I_0 \cong \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_{mc}} f_2(\dot{x}^{(k)})|I_0, \\ \hat{V}_x|I_0 \cong \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_{mc}} (f_2(\dot{x}^{(k)})|I_0)^2 - (\hat{y}_{t+b}|I_0)^2. \quad (36)$$

进一步, 各部分方差估计为

$$\hat{V}_1|I_0 \cong \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_{mc}} f_2(\dot{x}_1^{(k)}, \dot{x}_2^{(k)}) f_2(\dot{x}_1^{(k)}, \ddot{x}_2^{(k)}) - (\hat{y}_{t+b}|I_0)^2, \\ \hat{V}_2|I_0 \cong \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_{mc}} f_2(\dot{x}_1^{(k)}, \dot{x}_2^{(k)}) f_2(\ddot{x}_1^{(k)}, \dot{x}_2^{(k)}) - (\hat{y}_{t+b}|I_0)^2, \\ \hat{V}_{12}|I_0 \cong \hat{V}_x|I_0 - \hat{V}_1|I_0 - \hat{V}_2|I_0. \quad (37)$$

从而可由式(22)计算得到非线性系统的最小方差性能下限指标.

4 仿真实例

为验证前面所述, 考虑如下非线性系统模型:

$$y_t = 0.2u_{t-3} + 0.3u_{t-4} + u_{t-5} + 0.8u_{t-3}^2 + 0.8u_{t-3}u_{t-4} - 0.7u_{t-4}^2 - 0.5u_{t-5}^2 - 0.5u_{t-3}u_{t-5} + D_t, \quad (38)$$

其中干扰用一 ARIMA (2, 0, 0) 时序过程表示, 即

$$D_t = \frac{a_t}{1 - 1.6q^{-1} + 0.8q^{-2}}, \quad (39)$$

这里 $\{a_t\}$ 是均值为 0、方差为 0.1 的白噪声序列. 通过简单推导, 可知此非线性系统的最小方差真实值为 0.665 76. 假设给定值为零, 并采用如下形式 PI 控制器:

$$u_t = -\frac{0.3 - 0.2q^{-1}}{1 - q^{-1}} y_t. \quad (40)$$

为辨识闭环系统模型, 取参数 $l=2$, $n_\alpha=20$, 使用上节所述的迭代正交最小二乘方法进行非线性系统辨识. 模型精度 ρ 的取值与辨识模型参数项数目有直接关系, 随着 ρ 的减小, 模型项数目急速增加, 考虑模型精度和复杂度的平衡, 取 $\rho=0.05$. 图 1 为辨识所得模型与原始模型在 500 个采样点上的输出比较及局部放大, 可以看出, 辨识模型能较好地近似原非线性系统.

性系统.

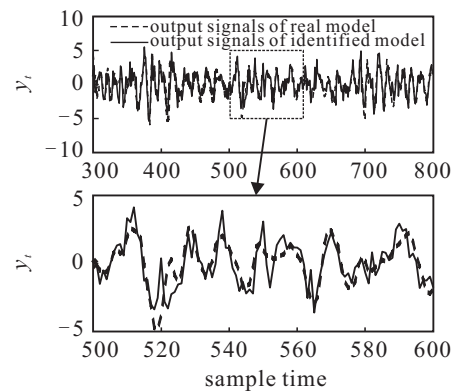


图 1 原始模型与辨识模型输出信号比较

在任意初值 $\alpha_t (t < 0)$ 下, 系统输出在 $t=1, 2, \dots, 30$ 时刻的分布盒如图 2 所示. 根据图 2 中的结果, 可以认为 $t > 20$ 时刻后系统输出方差与初始条件无关. 此处取记忆时间长度为 30, 蒙特卡罗实验次数为 300, 实验重复 100 次. 图 3 为计算所得各变量的部分方差以及与传统线性方法的比较情况, 图中虚线表示真实的最小方差值, 横轴第 1 列为使用线性 CPA 方法估计所得非线性系统的最小方差性能下限值, 第 2~第 4 列分别是部分方差 V_1 、 V_2 和 V_{12} 的估计值, 第 5 列为总方差的估计值, 其中部分方差 V_1 即为本文方法所求得的最小方差性能下限值. 由图 3 可见, 线性 CPA 方法估计的最小方差性能下限值明显大于真实值, 这也验证了第 2 节中的过估计问题. 本文所提出的方法估计所得最小方差性能下限值更接近真实值, 其多次平均值为 0.822 6, 从而说明了其有效性, 但仍然与真实值有一定偏差, 这是由于有限参数项的多项式辨识模型并不能完全描述非线性系统所致.

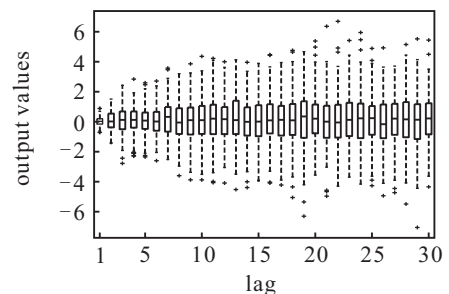


图 2 $t=1, 2, \dots, 30$ 时系统输出分布盒图

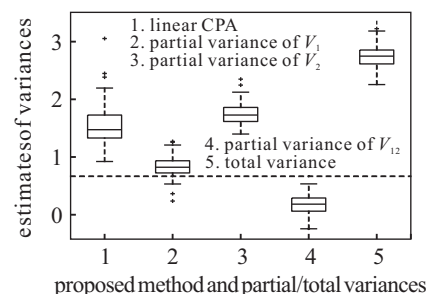


图 3 最小方差估计值比较盒图

5 结 论

本文以 ANOVA-like 方差分解方法为主要分析手段, 研究了一类非线性系统的最小方差性能评估问题. 首先分析了最小方差性能下限的存在性; 然后推导了由 b 个超前干扰项引起的对输出的部分方差的求解方法, 并证明了此部分方差即为所求最小方差性能下限. 所提出的方法不需中断系统, 已知系统延时即可由闭环工作数据估计得到最小方差性能下限值. 由于本文方法包含非线性模型辨识环节, 模型精度会对性能估计值产生一定影响, 并且用蒙特卡罗方法进行 ANOVA-like 方差分解存在计算量大、耗时长等问题. 对此, 寻求更优秀的计算方法尚需进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Harris T J. Assessment of control loop performance[J]. Canadian J of Chemical Engineering, 1989, 67(5): 856-861.
- [2] Jelali M. An overview of control performance assessment technology and industrial applications[J]. Control Engineering Practice, 2006, 14(5): 441-466.
- [3] Grimble M J. Non-linear generalized minimum variance feedback, feedforward and tracking control[J]. Automatica, 2005, 41(6): 957-969.
- [4] Harris T J, Yu W. Controller assessment for a class of nonlinear systems[J]. J of Process Control, 2007, 17(7): 607-619.
- [5] Yu W, Wilson D I, Young B R. Nonlinear control performance assessment in the presence of valve stiction[J]. J of Process Control, 2010, 20(6): 754-761.
- [6] Yu W, Wilson D I, Young B R. Control performance assessment in the presence of valve stiction[C]. The Eleventh IASTED Int Conf on Intelligent Systems and Control. Orlando, 2008: 379-384.
- [7] Yu W, Wilson D I, Young B R. Control performance assessment for block-oriented nonlinear systems[C]. IEEE Int Conf on Control and Automation. Xiamen, 2010: 1151-1156.
- [8] 王志国, 刘飞. 一类非线性系统的最小方差性能评估策略[J]. 控制与决策, 2012, 27(10): 1593-1600.
(Wang Z G, Liu F. Performance assessment strategy based on minimum variance for a class of nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2012, 27(10): 1593-1600.)
- [9] Yu W, Wilson D I, Young B R. Control performance assessment for nonlinear systems[J]. J of Process Control, 2010, 20(10): 1235-1242.
- [10] Archer G E B, Saltelli A, Sobol' I M. Sensitivity measures, Anova-like techniques and the use of bootstrap[J]. J of Statistical Computations and Simulations, 1997, 58(2): 99-120.
- [11] Sobol' I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates[J]. Mathematics and Computer in Simulation, 2001, 55(1): 271-280.
- [12] Yu W, Wilson D I, Young B R, et al. Variance decomposition of nonlinear systems[C]. IEEE Int Conf on Control and Automation. Christchurch, 2009: 738-744.
- [13] Harris T J, Yu W. Variance decompositions of nonlinear dynamic stochastic systems[J]. J of Process Control, 2010, 20(2): 195-205.
- [14] MacGregor J F, Harris T J, Wright J D. Duality between the control of processes subject to randomly occurring deterministic disturbances and ARIMA stochastic disturbances[J]. Technometrics, 1984, 26(4): 389-397.
- [15] 方兆本, 缪柏其. 随机过程[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 6-11.
(Fang Z B, Miao B Q. Stochastic processes[M]. Beijing: Science Press, 2011: 6-11.)
- [16] Chen S, Billings S A. Representations of nonlinear systems: The NARMAX model[J]. Int J of Control, 1989, 49(3): 1013-1032.
- [17] Chen S, Billings S A, Luo W. Orthogonal least squares methods and their application to nonlinear system identification[J]. Int J of Control, 1989, 50(5): 1873-1896.

(责任编辑: 曹洪武)