

基于粒子群优化的刚柔混合机械臂振动抑制规划

徐文福, 徐超, 孟得山

(1. 哈尔滨工业大学深圳研究生院, 广东深圳518055; 2. 深圳数字化制造技术重点实验室, 广东深圳518055)

摘要: 提出基函数叠加与粒子群优化(PSO)相结合的振动抑制轨迹规划方法. 首先推导了各关节变量与模态坐标的关系, 采用正弦-梯形函数作为基函数构造各关节的角速度, 其中基函数的系数和幅值为待定参数; 然后将末端振动最小化轨迹规划转换为待定参数的优化问题, 并采用PSO算法获得待定参数的最优值; 最后以双杆刚柔混合机械臂为例开展仿真研究. 仿真结果表明, 所提出的方法大大减小了机械臂末端的残留振动.

关键词: 柔性机械臂; 空间机械臂; 刚柔机械臂; 振动抑制; 粒子群优化算法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Trajectory planning of vibration suppression for rigid-flexible hybrid manipulator based on PSO algorithm

XU Wen-fu, XU Chao, MENG De-shan

(1. Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School, Shenzhen 518055, China; 2. Shenzhen Key Lab of Digital Manufacturing Technology, Shenzhen 518055, China. Correspondent: XU Wen-fu, E-mail: wfxu@hit.edu.cn)

Abstract: A trajectory planning method of combing the basis functions superposition and particle swarm optimization is proposed to suppress the vibration. Firstly, the relationship between the state variables of each joint and the modal coordinates of the flexible body is derived. Then, sinusoidal-trapezoidal functions are used as basis functions to construct joint angular velocities. The coefficients and amplitudes of the basis functions are considered as the parameters of the joint rate functions to be determined. Then, the vibration minimized trajectory planning problem is transformed into an optimization problem of the unknown parameters. And the PSO algorithm is utilized to search the optimal parameters. Finally, a two-link rigid-flexible hybrid manipulator is taken as the example and simulation study is performed. Simulation results show that the proposed method largely reduces the residual vibration of the end-effector.

Key words: flexible manipulator; space manipulator; rigid-flexible manipulator; vibration suppression; particle swarm optimization

0 引言

抑制柔性机械臂的振动可以从“轨迹规划”和“运动控制”两方面入手. 以往的研究主要集中在“运动控制”方面, 通过反馈控制和/或前馈控制进行振动抑制. Sabatini等^[1]将压电陶瓷覆盖于柔性体表面作为传感器和执行机构, 进行柔性体的振动抑制; 邱志成等^[2]和余跃庆等^[3]分别采用喷气与压电陶瓷相结合的方法和模糊PID的方法进行主动振动抑制; Mohamed等^[4]将输入成形技术应用于振动抑制, 对单柔性杆的振动抑制进行了研究; Lee等^[5]利用改进的输入成形技术对双柔性杆的振动抑制进行了研究; 张

袅娜等^[6]提出了基于积分流形和奇异摄动理论的振动抑制控制方法. 在轨迹规划方面, Park^[7]利用傅里叶级数和多项式函数进行路径规划; Kojima等^[8]对刚柔双杆机械臂的两关节角速度进行优化; 吴立成等^[9]利用准均匀B样条曲线对双杆刚柔机械臂的运动进行规划; Akira^[10]和 Abe^[11]分别采用三次样条曲线和神经网络的方法规划与柔性杆相连关节的角位移; Liao等^[12]利用高斯伪谱算法与直接打靶法组成的混合优化法对自由基座柔性冗余机械臂进行运动规划; 郭军等^[13]提出基函数叠加的方法来规划关节角速度, 以减小臂杆的振动, 提高末端的定位精度.

收稿日期: 2012-12-29; 修回日期: 2013-04-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61175098); 机器人技术与系统国家重点实验室开放基金项目(SKLRs-2012-MS-05, SKLRs-2012-MS-09).

作者简介: 徐文福(1979—), 男, 副教授, 从事空间机器人、柔性机械臂振动抑制等研究; 徐超(1988—), 男, 硕士生, 从事空间机械臂动力学建模与振动抑制的研究.

从振动抑制效果看, 规划加速度是最直接、有效的手段(因为加速度与驱动力直接对应), 但由于规划的数据将作为关节控制器的输入(对于PD控制, 轨迹规划算法需要提供期望的关节角和角速度, 需要将期望的加速度分别进行一次和两次积分后才能得到期望的关节角速度和角度), 采用数值控制时会产生累积误差, 降低末端定位精度. 为此, 本文提出了基函数叠加与粒子群优化(PSO)相结合的方法, 以规划关节的角速度, 大大降低积分误差. 另外, 粒子群优化的方法与遗传算法及其他优化方法相比, 只需调整很少的参数, 收敛效率更高.

1 刚柔混合机械臂建模

空间机械臂由多个连杆及作为其基座的航天器平台组成. 在机械臂的多个连杆中, 有些是短而粗的部分(如转接杆), 可忽略其柔性而当成刚性臂杆处理; 有些则是细而长的部分, 其柔性不可忽略. 因此, 实际的空间机械臂是同时包含刚性臂杆和柔性臂杆的混合机械臂. 本文以一刚性杆与一柔性杆组成的刚-柔混合双杆机械臂为例, 研究振动抑制的轨迹规划方法. 该机械臂的组成如图1所示.

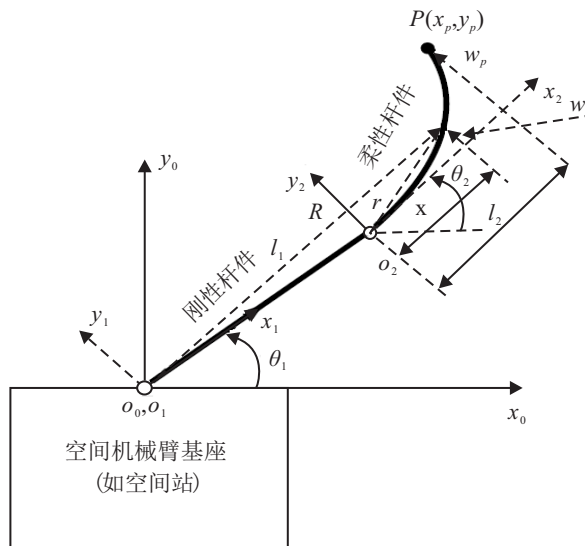


图1 双杆柔性机械臂坐标系

图1中: 基座为空间站; 连杆1与基座相连, 为刚性杆, 杆长为 l_1 ; 连杆2为柔性杆, 无变形条件下的杆长为 l_2 ; $o_0x_0y_0z_0$ 为基座坐标系, z_0 轴垂直于纸面向外; 杆件1、杆件2的固连坐标系分别记为 $o_1x_1y_1z_1$ 、 $o_2x_2y_2z_2$, 其 x 轴沿相应连杆的轴线方向, z 轴垂直于纸面向外; θ_1 、 θ_2 分别为由 x_0 绕 z_0 到 x_1 、 x_2 的角度.

机械臂末端 P 在基座坐标系 $x_0o_0y_0$ 中的坐标记为 (x_p, y_p) , 其振动位移(即挠度)记为 w_p . 该机械臂工作于太空环境, 故不考虑重力的作用. 另外, 该机械臂的基座为空间站, 其质量远远大于空间机械臂部分, 可忽略机械臂运动对基座产生的影响.

1.1 机械臂运动学

柔性臂杆上任意一点在基座坐标系 $x_0o_0y_0$ 中的位置 R 为

$$R = r_{l_1} + A(\theta_2)r. \quad (1)$$

其中: r_{l_1} 为杆1末端在基座坐标系中的位置向量, r 为柔性杆上任意一点在其固连坐标系 $x_2o_2y_2$ 中的位置向量, $A(\theta_2)$ 为杆2的浮动坐标系到基座坐标系的转换矩阵, 有如下表达式:

$$A(\theta_2) = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 \\ s_2 & c_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

这里 c_2 、 s_2 分别为 $\cos \theta_2$ 和 $\sin \theta_2$.

利用假设模态法对柔性体进行离散, 位置 x 处在 t 时刻的横向变形量 w 可表示为

$$w = \sum_{i=1}^N \varphi_i(x)a_i(t). \quad (3)$$

其中: N 为模态振型的阶数, $\varphi_i(x)$ 为第 i 阶模态振型, $a_i(t)$ 为相应的模态坐标.

悬臂梁的振型函数^[4]表示为

$$\varphi_i = \cos(\beta_i x) - \cosh(\beta_i x) + \alpha_i(\sin(\beta_i x) - \sinh(\beta_i x)). \quad (4)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$; β_i 满足 $\beta_1 l_2 = 1.875$, $\beta_2 l_2 = 4.694, \dots$; α_i 由下式计算得到:

$$\alpha_i = \frac{\sin(\beta_i l_2) - \sinh(\beta_i l_2)}{\cos(\beta_i l_2) + \cosh(\beta_i l_2)}. \quad (5)$$

综合以上各式, 得到柔性体上任意一点的位置在基座坐标系中的具体表达式为

$$R = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + x c_2 - w s_2 \\ l_1 s_1 + x s_2 + w c_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中: c_1 、 s_1 分别为 $\cos \theta_1$ 和 $\sin \theta_1$, w 为柔性杆的横向变形. 取悬臂梁的前两阶振型(即 $N = 2$), 有

$$w = a_1(t)\varphi_1(x) + a_2(t)\varphi_2(x). \quad (7)$$

将 $a_i(t)$ 、 $\varphi_i(t)$ 简写为 a_i 、 φ_i . 分别对式(6)和(7)求导, 有

$$\dot{R} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_1 l_1 s_1 - \dot{\theta}_2 (x s_2 + w c_2) - \dot{w} s_2 \\ \dot{\theta}_1 l_1 c_1 + \dot{\theta}_2 (x c_2 - w s_2) + \dot{w} c_2 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\dot{w} = \dot{a}_1 \varphi_1 + \dot{a}_2 \varphi_2. \quad (9)$$

选取系统的广义坐标为 $q = [\theta_1 \ \theta_2 \ a_1 \ a_2]^T$, 则系统的广义速度为

$$\dot{q} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{a}_1 \ \dot{a}_2]^T.$$

1.2 刚柔混合机械臂动力学建模

机械臂的总动能为

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \rho A \int_0^{l_2} \dot{R}^T \dot{R} dx = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q}. \quad (10)$$

其中: J_1 为杆1绕铰接端的转动惯量, ρ 为杆2的密

度, A 为杆 2 的横截面积, M 为广义质量矩阵.

由于不计重力的作用, 机械臂的势能仅为柔性杆弯曲而储存的弹性势能, 表示如下:

$$U = \frac{1}{2}EI \int_0^{l_2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q}. \quad (11)$$

其中: E 为柔性杆 2 的杨氏弹性模量, I 为截面对中性轴的惯性矩, \mathbf{K} 为广义刚度矩阵.

将由式 (10) 和 (11) 求得的动能和势能代入拉格朗日方程, 得到刚-柔双杆机械臂的动力学方程为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{q}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{Q}. \quad (12)$$

其中广义外力根据虚功原理得到, 有

$$\delta w = \sum_{i=1}^N \tau_i \delta \theta_i = (\tau_1 - \tau_2) \delta \theta_1 + \tau_2 \delta \theta_2. \quad (13)$$

因此, $\mathbf{Q} = [\tau_1 - \tau_2 \quad \tau_2 \quad 0 \quad 0]^T$, τ_1 和 τ_2 分别为关节 1 和关节 2 的驱动力矩.

2 基于 PSO 算法的振动抑制轨迹规划

振动抑制的目的是使机械臂末端的振动位移趋近于 0, 即图 1 中的 $w_p \rightarrow 0$. 由式 (7) 得到

$$w_p(t) = a_1(t)\varphi_1(l_2) + a_2(t)\varphi_2(l_2). \quad (14)$$

本文提出基函数叠加与 PSO 优化相结合的轨迹规划方法, 主要步骤如下.

Step 1: 根据刚-柔混合机械臂的动力学方程, 推导关节运动与柔性体振动之间的关系;

Step 2: 利用基函数法构造合理的关节轨迹函数, 以其中的待定参数作为待优化的变量, 将轨迹规划问题转化为待定参数的优化问题;

Step 3: 根据关节运动与柔性体振动的关系, 构造采用基函数法后的振动最小目标函数;

Step 4: 利用 PSO 算法进行寻优计算, 得到使目标函数最小的最优参数, 将该参数代入关节轨迹函数, 即可得到期望的关节轨迹.

上述步骤实际分为基于基函数叠加的关节轨迹参数化和基于 PSO 的参数优化两大部分, 下面将进行详细介绍.

2.1 基于基函数叠加的关节轨迹参数化

2.1.1 关节运动与结构振动的关系

将方程 (12) 写为矩阵形式, 并由其后两行的关系, 可得

$$\begin{bmatrix} m_{33} & m_{34} \\ m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{a}_1 \\ \ddot{a}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3(q, \dot{q}) \\ C_4(q, \dot{q}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{33} & k_{34} \\ k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{31} & m_{32} \\ m_{41} & m_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

式 (15) 建立了关节运动与模态坐标之间的关系, 对其进行求解可得出机械臂关节轨迹对机械臂结构振动影响的情况. 同样地, 利用式 (15) 所建立的关系可以规划出对柔性结构振动有抑制作用的关节轨迹.

2.1.2 基于基函数叠加的运动规划

梯形函数被广泛地应用于机械臂关节角速度的规划, 但与之对应的角加速度曲线出现跳变, 不利于末端振动的抑制. 正弦-梯形函数^[13]具备梯形函数和正弦函数的优点, 将其作为速度规划的基函数, 可避免加速度突变的问题. 其定义域为 $(0, T)$, 值域为 $(0, 1)$, 类似于梯形曲线, 函数分为上升段、匀速段和下降段. 其表达式为

$$S(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi t}{T_1} \right) \right), & 0 \leq t \leq T_1; \\ 1, & T_1 \leq t \leq T - T_2; \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi(t - (T - T_1))}{T_1} \right) \right), & T - T_2 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (16)$$

该函数的一阶导数连续, 并且起点和终点的取值均为 0. 为了简化, 令基函数上升段和下降段的时间相等, 并将匀速度时间 c 作为可调参数, 则

$$T_1 = (T - c)/2, \quad T_2 = (T + c)/2. \quad (17)$$

该基函数的曲线如图 2 所示. 对于指定函数 $f(t)$, 可采用如下的方式叠加得到:

$$f(t) = b_1 S_1(c_1, t) + \sum_{i=1}^2 b_{2i} S_{2i}(c_2, t) + \dots + \sum_{i=1}^k b_{ki} S_{ki}(c_k, t) + \dots, \quad 0 \leq b_{ki} \leq 1. \quad (18)$$

其中: $S_1(t)$ 的作用域为 $(0, T)$; $S_{ki}(t)$ 定义域为 (T_{ki1}, T_{ki2}) , 且满足 $T_{ki2} - T_{ki1} = T/k$, k 为基函数的阶数, 是大于 0 的整数; b_{ki} 为其第 k 阶第 i 个子函数的叠加系数; c_k 为第 k 阶基函数平稳段的绝对时间.

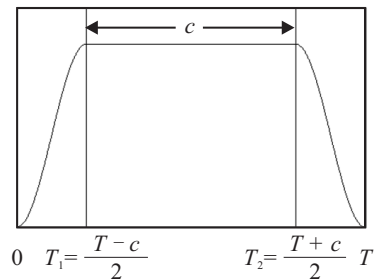


图 2 基函数曲线

2.1.3 关节角速度参数化

上节讨论了利用正弦-梯形函数的叠加得到给定函数 $f(t)$ 的方法, 该方法可用于构造刚-柔混合机械臂各关节的速度函数. 由于关节 1、关节 2 所连杆件分

别为刚性杆件和柔性杆件, 这里分别采用2阶和3阶级数来规划关节1和关节2的角速度, 即

$$\dot{\theta}_{1d}(t) = b_{11}S_{11}(c_{11}, t) + \sum_{i=1}^2 b_{12i}S_{12i}(c_{12}, t). \quad (19)$$

$$\dot{\theta}_{2d}(t) = b_{21}S_{21}(c_{21}, t) + \sum_{i=1}^2 b_{22i}S_{22i}(c_{22}, t) + \sum_{i=1}^3 b_{23i}S_{23i}(c_{23}, t). \quad (20)$$

其中: $\dot{\theta}_{1d}(t)$ 、 $\dot{\theta}_{2d}(t)$ 为关节1、关节2角速度的规划值(即控制器的期望值, 下标 d 代表 desired), b_{11} 、 b_{121} 、 b_{122} 、 c_{11} 、 c_{12} 为关节1角速度函数的待定参数, b_{21} 、 b_{221} 、 b_{222} 、 b_{231} 、 b_{232} 、 b_{233} 、 c_{21} 、 c_{22} 、 c_{23} 为关节2角速度函数的待定参数. 为方便讨论, 将这些待定参数组合一起, 表示为

$$\boldsymbol{\lambda} = [b_{11}, b_{121}, b_{122}, c_{11}, c_{12}, b_{21}, b_{221}, b_{222}, b_{231}, b_{232}, b_{233}, c_{21}, c_{22}, c_{23}] \in \mathbf{R}^{14}. \quad (21)$$

当 $\boldsymbol{\lambda}$ 给定后, 关节1、关节2的运动轨迹即确定了. 因此, 采用基函数后, 各关节轨迹规划的问题便转换为确定上述参数的问题.

2.2 基于 PSO 的参数优化

2.2.1 目标函数的构造

以关节空间点到点轨迹规划为例, 关节1、关节2的初始和终止条件为

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= \theta_{10}, \theta_2(0) = \theta_{20}; \\ \theta_1(t_f) &= \theta_{1f}, \theta_2(t_f) = \theta_{2f}; \\ \dot{\theta}_1(0) &= \dot{\theta}_2(0) = \dot{\theta}_1(t_f) = \dot{\theta}_2(t_f) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

其中: t_f 为机械臂的运动时间, θ_{10} 、 θ_{1f} 与 θ_{20} 、 θ_{2f} 分别为关节1、关节2的初始、终止角度.

另一方面, 式(15)建立了机械臂末端振动(由模态坐标确定)与关节轨迹的关系. 由于关节1和关节2的角速度由式(19)和(20)确定, 可导出模态坐标与关节运动之间的关系. 因此, 柔性杆末端的振动可通过待定参数 $\boldsymbol{\lambda}$ 来描述. 由式(3)可得

$$w_p(t, \boldsymbol{\lambda}) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) a_i(t, \boldsymbol{\lambda}). \quad (23)$$

采用式(19)和(20)构造关节的角速度, 除了需要满足式(22)的条件外, 还需要使机械臂运动过程中产生的末端振动最小. 因此, 确定待定参数的问题可转换为参数的寻优问题, 结合式(22)和(23), 构造如下目标函数:

$$c(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{w_{p \max}(\boldsymbol{\lambda})}{k_{wp}} + \frac{e_{\theta 1}(t_f, \boldsymbol{\lambda})}{k_{\theta 1}} + \frac{e_{\theta 2}(t_f, \boldsymbol{\lambda})}{k_{\theta 2}}, \quad (24)$$

其中 $w_{p \max}(\boldsymbol{\lambda})$ 为 $0 \sim t_f$ 时段内在待定参数 $\boldsymbol{\lambda}$ 下的末端最大振动位移, 即

$$w_{p \max}(\boldsymbol{\lambda}) = \max_{0 \leq t \leq t_f} |a_1(t, \boldsymbol{\lambda})\phi_1(l_2) + a_2(t, \boldsymbol{\lambda})\phi_2(l_2)|. \quad (25)$$

另外, 式(24)中的 $e_{\theta 1}(t_f, \boldsymbol{\lambda})$ 、 $e_{\theta 2}(t_f, \boldsymbol{\lambda})$ 分别为待定参数下关节1、关节2角度终值与期望终止角度的误差, 即

$$\begin{aligned} e_{\theta 1}(t_f, \boldsymbol{\lambda}) &= |\theta_1(t_f, \boldsymbol{\lambda}) - \theta_{1f}|, \\ e_{\theta 2}(t_f, \boldsymbol{\lambda}) &= |\theta_2(t_f, \boldsymbol{\lambda}) - \theta_{2f}|. \end{aligned} \quad (26)$$

由式(24)可知, 目标函数包括3部分: $w_{p \max}(\boldsymbol{\lambda})$ 反映了振动最小化的目标; $e_{\theta 1}(t_f, \boldsymbol{\lambda})$ 、 $e_{\theta 2}(t_f, \boldsymbol{\lambda})$ 用于满足终止时刻的条件, 即式(22); k_{wp} 、 $k_{\theta 1}$ 、 $k_{\theta 2}$ 为加权系数, 使不同量纲的物理量经过加权后能进行叠加. 一般由误差容许范围来设定加权系数, 若最大允许的末端振动位移为 $w_{p \text{limit}}$, 终止时刻关节角1、关节角2最大容许误差为 $\theta_{1 \text{limit}}$ 、 $\theta_{2 \text{limit}}$, 则可令

$$\begin{cases} k_{wp} = w_{p \text{limit}}, \\ k_{\theta 1} = \theta_{e1 \text{limit}}, \\ k_{\theta 2} = \theta_{e2 \text{limit}}. \end{cases} \quad (27)$$

将式(27)代入(24), 可得目标函数为

$$c(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{w_{p \max}(\boldsymbol{\lambda})}{w_{p \text{limit}}} + \frac{e_{\theta 1}(t_f, \boldsymbol{\lambda})}{\theta_{e1 \text{limit}}} + \frac{e_{\theta 2}(t_f, \boldsymbol{\lambda})}{\theta_{e2 \text{limit}}}. \quad (28)$$

优化的目的是使目标函数(28)最小, 只要 $c(\boldsymbol{\lambda}) \leq 1$, 即可保证 $w_{p \max}(\boldsymbol{\lambda})$ 、 $e_{\theta 1}(t_f, \boldsymbol{\lambda})$ 、 $e_{\theta 2}(t_f, \boldsymbol{\lambda})$ 在容许范围内.

2.2.2 基于 PSO 的参数优化流程

PSO算法是由Kennedy等^[15]提出的源于对鸟群觅食行为的研究. 与遗传算法相比, PSO算法更加简单、容易实现, 能够记忆个体最优和全局最优信息, 并且所需调整的参数较少, 因而获得了广泛应用^[16-17]. 每个个体称为一个“粒子”, 由自己和同伴的飞行经验调整自己的位置, 它表示问题的一个潜在解, 可作为 D 维空间中的一个点.

目标函数(28)建立后, 可采用PSO算法优化其中的待定参数. 首先, 第 i 个微粒定义为

$$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{\lambda}_i \in \mathbf{R}^{14}. \quad (29)$$

基于PSO进行参数优化的详细步骤如下.

Step 1: 令 $k = 1$, 在解空间内随机初始化 M 个 D 维(本问题中 $D = 14$)的粒子和对应的粒子飞行速度分别为 $\{\boldsymbol{x}_1^k, \boldsymbol{x}_2^k, \dots, \boldsymbol{x}_M^k\}$, $\{\boldsymbol{v}_1^k, \boldsymbol{v}_2^k, \dots, \boldsymbol{v}_M^k\}$.

Step 2: 将每个粒子的位置坐标代入速度曲线中各对应的参数, 由式(15)计算按当前参数规划时柔性结构的模态坐标, 再由式(23)得到末端的挠度, 继而根据式(28)计算每个粒子的适应度值

$$F_i(k) = c(\boldsymbol{x}_i^k), \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (30)$$

Step 3: 当 $k = 1$ 时, 局部最优值等于全局最优值, 同时可确定局部最优位置和全局最优位置, 即

$$\begin{cases} F_{i_best} = F_{g_best}, \\ \mathbf{P}_i = \mathbf{P}_g. \end{cases} \quad (31)$$

当 $k > 1$ 时, 新的局部最优值为新一代种群中的最小值, 即

$$F_{i_best} = \begin{cases} F_i(k), & F_i(k) < F_{i_best}; \\ F_{i_best}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (32)$$

$$\mathbf{P}_i = \begin{cases} \mathbf{x}_i^k, & F_i(k) < F_{i_best}; \\ \mathbf{P}_i, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (33)$$

Step 4: 当 $k > 1$ 时, 全局最优值为所有 k 代种群中的最小值, 即

$$F_{g_best} = \begin{cases} \min_{1 \leq i \leq M} F_i(k), & \min_{1 \leq i \leq M} F_i(k) < F_{g_best}; \\ F_{g_best}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (34)$$

$$\mathbf{P}_g = \begin{cases} \mathbf{x}_{i_min}^k, & \min_{1 \leq i \leq M} F_i(k) < F_{g_best}; \\ \mathbf{P}_g, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (35)$$

其中 $\mathbf{x}_{i_min}^k$ 为第 k 次迭代中的全局最优位置.

Step 5: 对粒子的位置和飞行速度进行更新, 即

$$\begin{aligned} v_{id}^{k+1} &= \omega v_{id}^k + p_1 r_1 (p_{id}^k - x_{id}^k) + p_2 r_2 (p_{gd}^k - x_{id}^k), \\ x_{id}^{k+1} &= x_{id}^k + v_{id}^{k+1}. \end{aligned} \quad (36)$$

Step 6: 继续执行循环, 直到找到符合条件的最优值或者达到设置的最大迭代次数 N_{\max} .

3 仿真研究

3.1 仿真条件

刚柔混合机械臂的参数如下: 臂杆长度 $l_1 = 1.3 \text{ m}$, $l_2 = 1.3 \text{ m}$; 臂杆线密度为 $\rho A = 3.74 \text{ kg/m}$; 柔性臂抗弯刚度为 $EI = 23.625 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. 为了体现所提方法对于振动抑制的效果, 设计了一个较短时间内运动较长距离的情况, 以使残留振动效应更加明显, 具体描述如下: 仿真时间为 5 s , 机械臂两个关节在前 2 s 内从 $[0^\circ, 0^\circ]$ 运动到 $[14.32^\circ, 28.65^\circ]$, 后 3 s 则用于研究残留振动的情况. 其他参数分别为: $N_{\max} = 1650$, $w_{p_limit} = 0.002 \text{ m}$, $\theta_{e1_limit} = \theta_{e2_limit} = 0.5^\circ$.

另外, 为比较本文所提方法对于振动抑制的效果, 采用常规的 5 次多项式规划作为参照, 即

$$\theta_i = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5, \quad i = 1, 2.$$

3.2 仿真结果及分析

基于 PSO 方法寻优过程中指标函数的变化如图 3 所示. 从图中可见指标函数一直连续单调递减, 只要还没到达最优值, 寻优还会一直继续 (曲线继续递减),

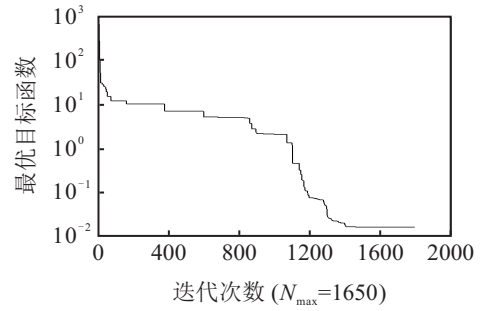


图 3 最优指标函数的变化曲线 (迭代到 1650 代)

直到满足算法停止条件 (如迭代次数达到 N_{\max}). 实际上, 当迭代至 1000 步时, 目标函数值已经小于 1, 满足优化条件 (即末端振动、终止时刻的关节角等在容许误差范围内), 而在 1250 步时已达到最优值 c^* , 后续迭代过程中目标函数值保持不变. 利用 PSO 算法优化的待定参数为

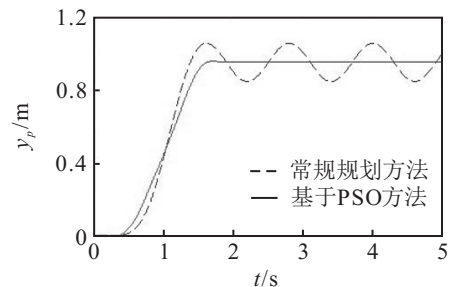
$$\boldsymbol{\lambda}^* = [b_{11}^*, b_{121}^*, b_{122}^*, c_{11}^*, c_{12}^*, b_{21}^*, b_{221}^*, b_{222}^*, b_{231}^*, b_{232}^*, b_{233}^*, c_{21}^*, c_{22}^*, c_{23}^*].$$

其中

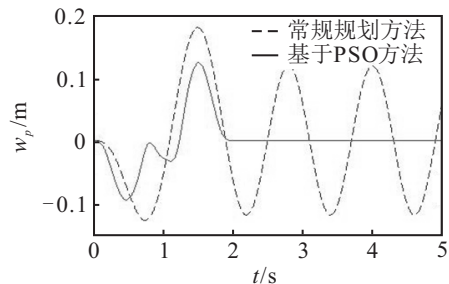
$$\begin{aligned} b_{11}^* &= 0.0017, & b_{121}^* &= 0.1487, \\ b_{122}^* &= 0.2762, & c_{11}^* &= 1.0052, \\ c_{12}^* &= 0.1650, & b_{21}^* &= 0.0008, \\ b_{221}^* &= 0.1610, & b_{222}^* &= 0.0512, \\ b_{231}^* &= 0, & b_{232}^* &= 0.8036, \\ b_{233}^* &= 0.0695, & c_{21}^* &= 1.2884, \\ c_{22}^* &= 0.4042, & c_{23}^* &= 0.1343. \end{aligned} \quad (37)$$

相应的最优目标函数为

$$c^* = c(\boldsymbol{\lambda}^*) = 0.0157.$$



(a) 机械臂末端位移



(b) 柔性臂末端挠度

图 4 末端位移和柔性挠曲线

将优化后的待定参数(37)代入式(19)和(20), 即得到了关节1、关节2的速度函数, 对函数分别进行一次微分和积分可得到关节的角加速度和角度函数。

基于PSO算法和常规方法(上述的5次多项式)所得轨迹所引起的末端振动和柔性杆的挠曲变形如图4所示。其中图4(a)为末端点P在基坐标系中纵坐标 y_p 的变化曲线, 图4(b)为末端挠度 w_p 的变化曲线。从仿真结果可以看出, 常规方法所规划的关节轨迹使机械臂末端的残余振动($t > 2s$)幅值范围为 $[-0.075 m, 0.075 m]$, 而采用PSO与基函数相结合的方法, 末端残余振动范围仅为 $[-0.0005 m, 0.0005 m]$, 大大减小了振动的幅值, 有效地抑制了振动, 即柔性臂杆本身的挠曲变形和机械臂末端的振动均得到了

有效的抑制。

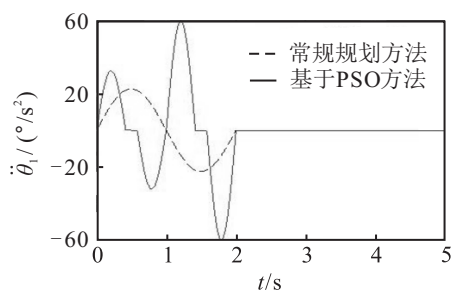
图5的仿真结果表明所规划的关节角加速度的幅值和抖动频率较大, 这是由于机械臂本身运动时间($t_f = 2s$)短所造成的。实际应用中, 可通过拉长机械臂的运动时间、降低加速度的幅值加以解决。图6为机械臂运动2s和3s时采用PSO优化的结果比较, 可见角加速度峰值明显减小。

4 结 论

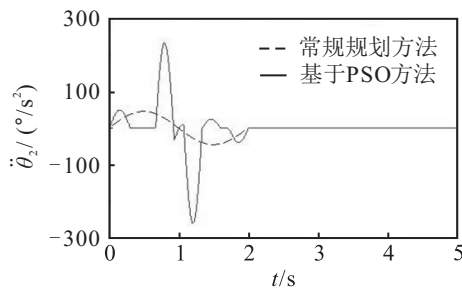
本文提出了基函数叠加与粒子群优化算法相结合的振动抑制方法。与常规的基于多项式的轨迹规划方法相比, 本文提出的方法大大减小了机械臂末端的振动, 提高了定位精度。同时, 对于更复杂的多杆刚柔混合机械臂, 此方法依旧有效, 较之双杆刚柔混合机械臂, 更复杂的情况主要是杆件更多、柔性模态更多。而只要能推导出模态坐标与关节角、角速度、角加速度之间的关系, 就可以继续利用本方法。实际上, 除了正弦-梯形函数可作为基函数外, 还有其他类型的基函数, 只要能将关节角速度表示为基函数叠加的形式即可。未来将研究不同基函数下振动抑制的轨迹规划问题。另一方面, 本文建立的目标函数中包含了机械臂的惯性参数和模态参数(用到了理想模型), 实际中有时很难获得其准确的值。本文从原理上验证了方法的有效性, 但对于参数误差客观存在的情况, 可以采用参数辨识、自适应控制等方法提高精度, 即将“轨迹规划”与“运动控制”进行完美结合, 这亦是未来的研究方向。

参考文献(References)

- [1] Sabatini M, Gasbarri P, Monti R, et al. Vibration control of a flexible space manipulator during on orbit operations[J]. Acta Astronautica, 2012, 73(4/5): 109-121.
- [2] 邱志成, 韩建达, 王越超. 基于复合喷气压电驱动器的柔性机械臂振动控制[J]. 机械工程学报, 2009, 45(5): 184-192
(Qiu Z C, Han J D, Wang Y C. Vibration control for flexible manipulator based on the combining of jet thruster and piezoelectric actuators[J]. J of Mechanical Engineering, 2009, 45(5): 184-192.)
- [3] 余跃庆, 周刚, 方道星. 基于模糊PID融合的柔性机械臂振动压电主动控制研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(15): 184-192.
(Yu Y Q, Zhou G, Fang D X. Active vibration control for flexible piezoelectric manipulator based on fuzzy-pid fusion control[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(15): 184-192.)
- [4] Mohamed Z, Tokhi M O. Command shaping techniques for vibration control of a flexible robot manipulator[J].

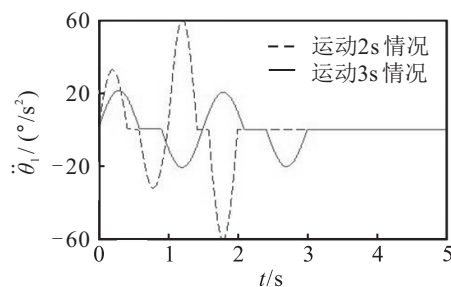


(a) 关节1角加速度对比

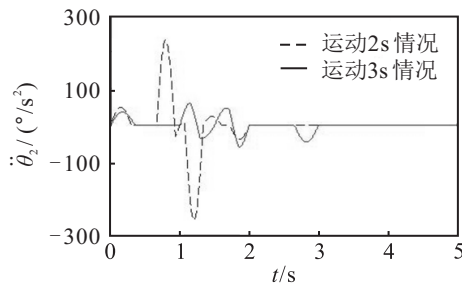


(b) 关节2角加速度对比

图5 关节角加速度曲线



(a) 关节1角加速度对比



(b) 关节2角加速度对比

图6 不同运动时间的关节角加速度比较

- Mechatronics, 2004, 14(1): 69-90.
- [5] Lee K S, Park Y S. Residual vibration reduction for a flexible structure using a modified input shaping technique[J]. Robotica, 2002, 20(5): 553-561.
- [6] 张袞娜, 张德江, 冯勇. 基于积分流形的柔性机械手组合控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(12): 1368-1372.
(Zhang E N, Zhang D J, Feng Y. Combination control of flexible manipulator based on integral manifolds[J]. Control and Decision, 2008, 23(12): 1368-1372.)
- [7] Park K. Flexible robot manipulator path design to reduce the endpoint residual vibration under torque constraints[J]. J of Sound and Vibration, 2004, 275(3/4/5): 1051-1068.
- [8] Kojima H, Morito A, Konno K. Residual vibration reduction control after catching a falling steel sphere by a two-link catching flexible robot arm[J]. Int J of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2004, 19(1/2/3/4): 361-366.
- [9] 吴立成, 孙富春, 孙增圻, 等. 柔性空间机器人振动抑制轨迹规划算法[J]. 机器人, 2003, 25(3): 250-254.
(Wu L C, Sun F C, Sun Z Q, et al. Optimal trajectory planning of flexible space robot for vibration reducing[J]. Robot, 2003, 25(3): 250-254.)
- [10] Akira A. Trajectory planning for residual vibration suppression of a two-link rigid-flexible manipulator considering large deformation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(9): 1627-1639.
- [11] Abe A. Trajectory planning for flexible cartesian robot manipulator by using artificial neural network: numerical simulation and experimental verification[J]. Robotica, 2011, 29(5): 797-804.
- [12] Liao Y, Li D, Tang G. Motion planning for vibration reducing of free-floating redundant manipulators based on hybrid optimization approach[J]. Chinese J of Aeronautics, 2011, 24(4): 533-540.
- [13] 郭军, 崔龙. 柔性双连杆机械臂运动规划及仿真[C]. 首届全国航空航天领域中的力学问题学术研讨会. 成都, 2004: 51-54.
(Guo J, Cui L. Motion planning and simulation of two links flexible robotic arm[C]. The Mechanical Problem Symposium in The First National Aerospace Field. Chengdu, 2004: 51-54.)
- [14] 贾启芬, 刘习军. 机械与机构振动[M]. 天津: 天津大学出版社, 2007: 131-136.
(Jia Q F, Liu X J. Mechanical and structural vibration[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2007: 131-136.)
- [15] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. Int Conf on Neural Networks, IV. Piscataway, 1995: 1942-1948.
- [16] Kim D H. A swarm system design based on a modified particle swarm algorithm for a self-organizing scheme[J]. Advanced Robotics, 2006, 20(8): 913-932.
- [17] 孙波, 陈卫东, 席裕庚. 基于粒子群优化算法的移动机器人全局路径规划[J]. 控制与决策, 2005, 20(9): 1052-1055.
(Sun B, Chen W D, Xi Y G. Particle swarm optimization based global path planning for mobile robots[J]. Control and Decision, 2005, 20(9): 1052-1055.)

(责任编辑: 齐 霖)