

## 基于直觉模糊线性方程组的IFTS预测方法

郑寇全<sup>1,2</sup>, 雷英杰<sup>1</sup>, 余晓东<sup>1</sup>, 王睿<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学 防空反导学院, 西安 710051; 2. 中国人民解放军 68331 部队, 陕西 华阴 714200)

**摘要:** 针对模糊时间序列预测理论对不确定性数据集的实时模糊变化趋势研究存在的不足, 规范了直觉模糊时间序列的定义, 提出了基于直觉模糊线性方程组的直觉模糊时间序列预测方法. 所提出的算法将模型的求解转化为一组带有约束的线性规划问题, 准确地反映了序列数据随时间发展变化的模糊关联规律, 简化了预测模型的复杂度, 提高了时间序列预测的精度, 扩展了直觉模糊时间序列预测理论的应用范围. 最后, 通过仿真实验验证了所提出方法的有效性和优越性.

**关键词:** 直觉模糊集; 时间序列; 线性方程组

**中图分类号:** TP18

**文献标志码:** A

### Forecasting method of IFTS based on intuitionistic fuzzy linear equations

ZHENG Kou-quan<sup>1,2</sup>, LEI Ying-jie<sup>1</sup>, YU Xiao-dong<sup>1</sup>, WANG Rui<sup>1</sup>

(1. Air Defense and Antimissile Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Unit of 68331, PLA, Huayin 714200, China. Correspondent: ZHENG Kou-quan, E-mail: zhengkouquan0421@163.com)

**Abstract:** To the study deficiency of the fuzzy time series forecasting theory for real-time fuzzy variation trend of uncertain data sets, the intuitionistic fuzzy time series forecasting model is presented by using the intuitionistic fuzzy system of linear equations. In the proposed approach, the solution to the models is transformed into the linear programming problem. Then, the fuzzy connection rules of the sequence dates changing with time are reflected precisely. Meanwhile, the forecasting accuracy of time series in the complex environment is improved, thus greatly extending the intuitionistic fuzzy time series forecasting application. Finally, the classical instance verifies the effectiveness and superiority of the proposed method.

**Key words:** intuitionistic fuzzy sets; time series; linear equations

## 0 引言

随机时间序列预测是研究序列变量随时间发展变化规律并用该变量以往的统计资料建立数学模型作外推的预测理论. 现实世界中, 随机性、缺乏相关性(参数)以及信息不精确等因素的广泛存在, 使得随机理论已无法有效地描述和处理时间序列数据的模糊不确定性<sup>[1]</sup>. Song等<sup>[2]</sup>将模糊逻辑推理融入时间序列分析, 提出了模糊时间序列(FTS)的概念. 由于能较好地反映不确定数据集的模糊关联本质, FTS预测得到了学术界及工程应用领域的重点关注, 诞生了多种改进算法<sup>[3-9]</sup>. 然而, 随着FTS预测理论的不完善, 其局限性也逐渐显现: 普通模糊集隶属度单一, 不能有效地表达和处理随机序列中含糊和不完整的模糊信息; FTS预测模型大都是根据模糊对应规则判断预测结果属性, 忽略了预测值间的随机依赖性, 无法准

确地反映序列数据的实时模糊变化特性, 且模型的泛化能力有限. 因此, FTS预测理论的拓展研究已成为亟待解决的重要问题.

直觉模糊时间序列(IFTS)作为FTS预测理论的重要扩充和发展, 其序列变量的数学描述更加符合客观世界的模糊本质, 极大地扩展了时间序列对模糊不确定信息的处理功效<sup>[10-11]</sup>. 然而, 关于IFTS预测理论的研究才刚刚起步, 现有的模型均是基于直觉模糊逻辑关系运算进行序列预测的, 其预测准确度较之FTS有了较大的提高, 但针对模糊线性变化序列数据的预测精度较低, 算法步骤复杂, 预测结果的实时性较差. 模糊线性方程组在对动态模糊时序系统建模时表现出了良好的鲁棒特性, 模型的泛化能力得到了较大程度的提高, 其预测结果更加符合不确定系统的实际<sup>[12]</sup>. 因此, 本文在规范IFTS定义的基础上, 提

收稿日期: 2013-01-04; 修回日期: 2013-03-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61272011, 61309022); 国家重点实验室基金项目(2012ADL-DW0301).

作者简介: 郑寇全(1983-), 男, 博士, 从事智能信息处理的研究; 雷英杰(1956-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能信息处理等研究.

出了基于直觉模糊线性方程组 (IFLE) 的 IFTS 预测算法. 仿真实验验证了所提出的算法能够取得较好的预测结果.

### 1 基础知识

**定义 1**(直觉模糊数) 设

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \gamma_A(x) \rangle | x \in X \}$$

为实数域  $R$  上的直觉模糊集. 若  $A$  为正规的凸直觉模糊集, 即  $\forall \lambda \in [0, 1], x_1, x_2 \in X$ , 均有

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\},$$

$$\gamma_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \max\{\gamma_A(x_1), \gamma_A(x_2)\},$$

且  $\exists x_0 \in X, \langle \mu_A(x_0), \gamma_A(x_0) \rangle = \langle 1, 0 \rangle$ , 则称  $A$  为直觉模糊数, 记作序偶对  $\langle \mu_A(x), \gamma_A(x) \rangle$ , 直觉模糊数的全体记为  $IFN_0$ .

令  $A, B \in IFN_0$ , 若  $\forall k \in R^+$ , 则直觉模糊数的运算法则可定义为<sup>[13]</sup>

$$A + B = \langle \mu_{A+B}(x), \gamma_{A+B}(x) \rangle =$$

$$\langle \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x), \gamma_A(x)\gamma_B(x) \rangle,$$

$$AB = \langle \mu_{AB}(x), \gamma_{AB}(x) \rangle =$$

$$\langle \mu_A(x)\mu_B(x), \gamma_A(x) + \gamma_B(x) - \gamma_A(x)\gamma_B(x) \rangle,$$

$$kA = \langle \mu_{kA}(x), \gamma_{kA}(x) \rangle =$$

$$\langle 1 - [1 - \mu_A(x)]^k, [\gamma_A(x)]^k \rangle,$$

$$A \odot B = [\vee(\mu_A(x) \wedge \mu_B(x)) +$$

$$\vee((1 - \gamma_A(x)) \wedge (1 - \gamma_B(x)))]/2,$$

$$A \otimes B = [\wedge(\mu_A(x) \vee \mu_B(x)) +$$

$$\wedge((1 - \gamma_A(x)) \vee (1 - \gamma_B(x)))]/2.$$

**定义 2**(IFTS) 设  $Y(t)$  为论域  $U$  上的模糊子集, 在  $Y(t)$  上定义直觉模糊集  $f_i(t) = \langle \mu_i(t), \gamma_i(t) \rangle$ , 且  $F(t) = f_1(t), f_2(t), \dots$ , 则称  $F(t)$  为定义在  $U$  上的 IFTS. 若将  $f_i(t)$  理解为语言变量值, 则  $F(t)$  作为直觉模糊集的集合可以表示为时间  $t$  的函数. 若固定  $t$ , 令

$$f_i(t) = (f_i^{(1)}(t), f_i^{(2)}(t), \dots, f_i^{(n)}(t)),$$

其中  $f_i^{(j)}(t) = \langle \mu_i^{(j)}(t), \gamma_i^{(j)}(t) \rangle$ , 则称  $F(t) = \{f_i(t)\}$  为  $n$  维 IFTS.

由此可见, IFTS 的数据集为直觉模糊数集, 即随时间变化的具有随机性且前后相互关联的一系列动态的直觉模糊数.

**定义 3**(IFTS 预测模型) 令  $F(t)$  为论域  $U$  上的 IFTS. 若对于任一时刻  $t$ , 有

$$F(t) = A_1 F(t-1) + \dots + A_m F(t-m) + \varepsilon(t), \quad (1)$$

则称式 (1) 为  $m$  阶时间不变的 IFTS 预测模型. 其中:  $A_j (j \in [1, m])$  为方程系数;  $\varepsilon(t) = \langle \mu_\varepsilon(t), \gamma_\varepsilon(t) \rangle$  为直觉模糊随机误差项, 通常假设为直觉模糊高斯白噪

声, 且忽略其对模型预测精度的影响. 因此, 用样本观察值分别代替  $F(t), F(t-1), \dots, F(t-m)$ , 当  $t \in [m+1, N]$  时, 式 (1) 变为

$$\begin{aligned} & (f_1(t), \dots, f_n(t)) = \\ & A_1(f_1(t-1), \dots, f_n(t-1)) + \dots + \\ & A_m(f_1(t-m), \dots, f_n(t-m)), \end{aligned} \quad (2)$$

将式 (2) 改写成方程组的形式, 可得

$$\begin{cases} A_1 f_1(t-1) + \dots + A_m f_1(t-m) = f_1(t), \\ A_1 f_2(t-1) + \dots + A_m f_2(t-m) = f_2(t), \\ \vdots \\ A_1 f_n(t-1) + \dots + A_m f_n(t-m) = f_n(t). \end{cases} \quad (3)$$

由此可见, IFTS 预测模型 (1) 可表示为具有  $n$  个方程  $m$  个未知直觉模糊数的 IFLE, 且这样的方程组共有  $N-m$  个.

**定义 4**(直觉模糊拟合度) 设  $F(t_1), F(t_2)$  为论域  $U$  上的 IFTS.  $\forall f_i(t_1) = \langle \mu_i(t_1), \gamma_i(t_1) \rangle \in F(t_1), f_j(t_2) = \langle \mu_j(t_2), \gamma_j(t_2) \rangle \in F(t_2)$ . 直觉模糊匹配度是指直觉模糊数间相互匹配的程度<sup>[14]</sup>, 可以定义为

$$\begin{aligned} & \delta_{\text{match}}(f_i(t_1), f_j(t_2)) = \\ & (f_i(t_1) \odot f_j(t_2) + (1 - f_i(t_1) \otimes f_j(t_2)))/2. \end{aligned} \quad (4)$$

则称  $D = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n \delta_{\text{match}}(f_i(t_1), f_j(t_2))$  为直觉模糊时间序列  $F(t_1), F(t_2)$  间的直觉模糊拟合度.

**定义 5**(直觉模糊相异度) 直觉模糊相异度是反映两个直觉模糊数间的差异程度<sup>[15]</sup>. 设  $F(t_1), F(t_2)$  为论域  $U$  上的 IFTS,  $\forall f_i(t_1) \in F(t_1), \forall f_j(t_2) \in F(t_2)$ . 直觉模糊相异度可以定义为

$$\begin{aligned} & DS_{\omega}^p(f_i(t_1), f_j(t_2)) = \\ & \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n [\omega_i (|\mu_i(t_1) - \mu_j(t_2)|^p + \right. \\ & \left. |\gamma_i(t_1) - \gamma_j(t_2)|^p + \lambda |\pi_i(t_1) - \pi_j(t_2)|^p) \right\}^{\frac{1}{p}}. \end{aligned} \quad (5)$$

其中:  $\pi(t) = 1 - \mu(t) - \gamma(t); p \in [1, \infty); \lambda = \{1, 0\}; \omega_i \geq 0$  为权重系数, 且  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ . 则称

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n DS_{\omega}^p(f_i(t_1), f_j(t_2))$$

为直觉模糊时间序列  $F(t_1), F(t_2)$  间的直觉模糊相异度. 如果  $F(t_1) = F(t_2)$ , 则

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n DS_{\omega}^p(f_i(t_1), f_j(t_2)) = 0.$$

## 2 基于 IFLE 的 IFTS 预测方法

### 2.1 IFLE 系数判定及其参数求解方法

若方程组系数  $A_j = k_j \in R$ , 则式 (3) 变成实系

数、直觉模糊变量的 IFLE, 参照直觉模糊数运算法则, 可将其简写为

$$\sum_{j=1}^m \langle 1 - [1 - \mu_i(t-j)]^{A_j}, [\gamma_i(t-j)]^{A_j} \rangle = \langle \mu_i(t), \gamma_i(t) \rangle. \quad (6)$$

其中:  $i \in [1, n], j \in [1, m]$ .

由于 IFTS 的直觉模糊拟合度与相异度往往不相容, 专家知识系统根据时间序列历史数据的分布特性以及系统解决问题的实际情况, 事先给出一个拟合度水平, 称作直觉模糊拟合度标准, 记为  $D_0$ . 在此标准下使直觉模糊相异度达到最小, 称之为最小相异度估计. 因此, IFLE 的求解可转化为如下线性规划问题:

$$\begin{cases} \min S, \\ D \geq D_0. \end{cases} \quad (7)$$

其中  $S$  和  $D$  分别表示式 (6) 等号两边 IFTS 间的直觉模糊相异度和拟合度.

求解上述的线性规划问题可采用可变容差法<sup>[16]</sup>. 由于共有  $N - m$  个 IFLE, 可以得到  $N - m$  组  $A_1, A_2, \dots, A_m$  的估计值, 记作  $A_1^{(i)}, A_2^{(i)}, \dots, A_m^{(i)}, i \in [1, N - m]$ , 那么分别对  $A_j^{(i)}$  求均值便可计算方程组 (3) 的系数  $A_j$ .

若方程组系数  $A_j = \langle \mu_{A_j}, \gamma_{A_j} \rangle \in \text{IFN}_0$ , 则式 (3) 变成直觉模糊系数、直觉模糊变量的 IFLE, 参照直觉模糊数运算法则, 可将方程组简写为

$$\sum_{j=1}^m \langle \mu_i(t-j)\mu_{A_j}, \gamma_i(t-j)\gamma_{A_j} \rangle + \langle \mu_i(t), \gamma_i(t) \rangle = \langle \mu_i(t), \gamma_i(t) \rangle. \quad (8)$$

由此可见, 式 (8) 的求解同样可以转化成式 (7) 类型的二次规划问题. 利用可变容差法求解直觉模糊系数的估计值  $A_j^{(i)} = \langle \mu_{A_j^{(i)}}, \gamma_{A_j^{(i)}} \rangle$ , 分别对其隶属度和非隶属度序列求均值便可计算  $A_j = \langle \mu_{A_j}, \gamma_{A_j} \rangle$ . 由于模糊理论是直觉模糊理论的特殊形式, 模型的求解方法同样适用于模糊线性方程组.

## 2.2 直觉模糊时间序列预测方法

本文提出的预测算法是将 IFLE 引入到 IFTS 系统建模中, 使系统的输入输出数据直觉模糊化, 得到系统的输入输出 IFTS, 应用线性规划理论求解方程组系数, 建立 IFTS 预测模型, 从而实现对该系统的局部直觉模糊建模. 算法的具体步骤如下.

### Step 1 序列数据的直觉模糊化预处理.

如果序列历史数据本身就是直觉模糊数, 则可以直接使用; 若历史数据是一组普通模糊数, 则令犹豫度函数为零, 将模糊数序列转换为直觉模糊数序列进行建模; 若历史数据为  $l$  维的实数集  $X = (x_1, \dots, x_\tau, \dots, x_l)$ , 则利用 IFCM 聚类算法<sup>[17]</sup>对数据集

$X$  进行划分, 获取聚类中心  $P = (p_1, p_2, \dots, p_c)$ , 将  $X$  动态划分为  $c$  个优化子区间, 其语言变量直觉模糊集可表示为

$$M_i = \sum_{j=1}^c \left\{ \frac{\langle \mu_{ij}, \gamma_{ij} \rangle}{p_j} \right\}, \quad (9)$$

其中  $\langle \mu_{ij}, \gamma_{ij} \rangle$  表示聚类中心  $p_j$  属于  $M_i$  的隶属度和非隶属度函数对, 其计算式可表示为

$$\langle \mu_{ij}, \gamma_{ij} \rangle = \begin{cases} \langle 1, 0 \rangle, & j = i; \\ \langle 0.5, 0.5 \rangle, & j = i - 1 \text{ or } i + 1; \\ \langle 0, 1 \rangle, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

根据聚类中心直觉模糊化原始时间序列数据集, 观测样本  $x_i$  属于  $p_j$  的隶属度和非隶属度函数可定义为

$$\langle \mu_{ij}, \gamma_{ij} \rangle = \left\langle \frac{(\|x_i - p_j\|^2)^{-1/(m-1)}}{\sum_{k=1}^c (\|x_i - p_k\|^2)^{-1/(m-1)}}, 1 - \frac{(\|x_i - p_j\|^2)^{-1/(m-1)}}{\lambda \left[ \sum_{k=1}^c (\|x_i - p_k\|^2)^{-1/(m-1)} \right]} \right\rangle. \quad (11)$$

其中:  $\| \cdot \|$  为某种适合的直觉模糊范数运算符;  $m$  称作平滑参数 (常取  $m = 2$ );  $\lambda \leq 1$  为犹豫度调节因子, 用以控制犹豫度函数对直觉模糊关系的影响. 根据直觉模糊记分函数值的大小可以实现观测样本  $x_i$  的直觉模糊化处理, 数据集  $X$  对应的 IFTS 可以表示为

$$F(t) = \{f_1(t), f_2(t), \dots\},$$

其中  $f_i(t) \in \{M_1, M_2, \dots, M_c\}$ .

### Step 2 确定 IFTS 预测模型阶数.

取若干个不同的  $m$  值; 相应于每个阶数估计直觉模糊线性方程组系数  $A_j$ , 记作  $\hat{A}_j$ , 将  $\hat{A}_j$  代入式 (2) 获取 IFTS 预测值  $\hat{f}_1(t), \hat{f}_2(t), \dots, \hat{f}_c(t)$ ; 由式 (4) 计算直觉模糊拟合度

$$D_{(m)} = \frac{1}{c} \sum_{i,j=1}^c \delta_{\text{match}}(\hat{f}_i(t_1), \hat{f}_j(t_2)),$$

选取使  $D_{(m)}$  最大的  $m$  值作为 IFTS 预测模型的阶数.

### Step 3 计算 IFLE 系数.

给定直觉模糊拟合度标准  $D_0$ , 由式 (7) 进行最小直觉模糊相异度估计, 通过求解二次线性规划问题获取不同类型 IFLE 的系数  $A_j$ .

### Step 4 IFTS 预测.

将序列历史数据直觉模糊化结果

$$F(t-i) = \{f_1(t-i), f_2(t-i), \dots, f_c(t-i)\}, \quad i \in [1, m]$$

代入式 (3) 进行 IFTS 预测, 获取预测值

$$F(t) = \{f_1(t), f_2(t), \dots, f_c(t)\},$$

其中  $f_i(t) = \langle \mu_i(t), \gamma_i(t) \rangle \in \{M_1, M_2, \dots, M_c\}$ .

**Step 5** 去直觉模糊化输出.

去直觉模糊化输出的目的是获取预测结果的明确值. 本文采用直觉模糊重心法解模糊化, 得到系统  $t$  时刻的输出预测值为

$$\text{def}\{F(t)\} = \frac{\sum_{i=1}^c \tau_i m_i}{\sum_{i=1}^c \tau_i}. \quad (12)$$

其中:  $\tau_i = (\mu_i(t) + (1 - \gamma_i(t)))/2$  为模糊趋势逼近因子;  $m_i$  为优化子区间的中心值.

**3 实例分析**

**3.1 实例设计**

为了验证预测算法的有效性, 选取文献[8]中某种商品的年销售额进行测试, 其输入时间序列可表示为  $X(t) = 117, 261, \dots, 2911$ .

首先, 对历史数据集  $X(t)$  进行聚类划分. 本文取聚类数  $c = 5$ , 利用 IFCM 算法计算聚类中心点为  $P = \{235, 417.3, 759.8, 1417.2, 2201\}$ , 因此  $X(t)$  可动态划分为 5 个优化子区间, 其相应的语言变量直觉模糊集可表示为:  $M_1 = \{\text{小}\}, M_2 = \{\text{较小}\}, M_3 = \{\text{一般}\}, M_4 = \{\text{较大}\}, M_5 = \{\text{大}\}$ , 根据式(9)和(10)计算  $M_i = \sum_{j=1}^c \langle \mu_{ij}, \gamma_{ij} \rangle / p_j$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) 的相应取值. 由式(11), 取  $\lambda = 0.95$ , 计算样本  $x_i$  属于  $p_j$  的隶属度和非隶属度函数值如表 1 所示, 得到时间序列  $F(t) = \sum_{t,i} \{ \langle \mu_{ti}, \gamma_{ti} \rangle / M_i \}$ ,  $t = 1991, \dots, 2000$ . 根据直觉模糊期望值对各子序列进行期望排序, 获取的 IFTS 可表示为  $F = M_1 M_1 M_1 M_2 M_3 M_3 M_4 M_4 M_5 M_5$ .

**表 1** 直觉模糊集隶属度与非隶属度函数取值表

子序列	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$
$F(1)$	$\langle 0.84, 0.12 \rangle$	$\langle 0.27, 0.72 \rangle$	$\langle 0.16, 0.83 \rangle$	$\langle 0.11, 0.87 \rangle$	$\langle 0.08, 0.91 \rangle$
$F(2)$	$\langle 0.97, 0.02 \rangle$	$\langle 0.24, 0.75 \rangle$	$\langle 0.13, 0.86 \rangle$	$\langle 0.09, 0.90 \rangle$	$\langle 0.04, 0.95 \rangle$
$F(3)$	$\langle 0.54, 0.43 \rangle$	$\langle 0.43, 0.55 \rangle$	$\langle 0.15, 0.84 \rangle$	$\langle 0.13, 0.86 \rangle$	$\langle 0.11, 0.87 \rangle$
$F(4)$	$\langle 0.16, 0.83 \rangle$	$\langle 0.96, 0.03 \rangle$	$\langle 0.14, 0.85 \rangle$	$\langle 0.12, 0.87 \rangle$	$\langle 0.08, 0.91 \rangle$
$F(5)$	$\langle 0.18, 0.81 \rangle$	$\langle 0.33, 0.65 \rangle$	$\langle 0.56, 0.41 \rangle$	$\langle 0.15, 0.84 \rangle$	$\langle 0.09, 0.90 \rangle$
$F(6)$	$\langle 0.15, 0.84 \rangle$	$\langle 0.18, 0.81 \rangle$	$\langle 0.94, 0.03 \rangle$	$\langle 0.15, 0.84 \rangle$	$\langle 0.07, 0.92 \rangle$
$F(7)$	$\langle 0.15, 0.84 \rangle$	$\langle 0.18, 0.81 \rangle$	$\langle 0.29, 0.69 \rangle$	$\langle 0.55, 0.42 \rangle$	$\langle 0.12, 0.87 \rangle$
$F(8)$	$\langle 0.09, 0.90 \rangle$	$\langle 0.10, 0.89 \rangle$	$\langle 0.13, 0.86 \rangle$	$\langle 0.90, 0.09 \rangle$	$\langle 0.15, 0.84 \rangle$
$F(9)$	$\langle 0.05, 0.93 \rangle$	$\langle 0.07, 0.92 \rangle$	$\langle 0.09, 0.90 \rangle$	$\langle 0.14, 0.85 \rangle$	$\langle 0.98, 0.44 \rangle$
$F(10)$	$\langle 0.11, 0.87 \rangle$	$\langle 0.13, 0.86 \rangle$	$\langle 0.15, 0.84 \rangle$	$\langle 0.23, 0.76 \rangle$	$\langle 0.67, 0.30 \rangle$

其次, 利用文中方法对线性方程组进行直觉模糊多项式拟合, 选择  $D_{(m)}$  最大的  $m$  值作为 IFTS 预测模型的阶数, 得  $m = 2$ , 则 IFTS 预测模型可以表示为

$$F(t) = A_1 F(t-1) + A_2 F(t-2) + \varepsilon(t). \quad (13)$$

其中: 系数  $A_i = \langle \mu_{A_i}, \gamma_{A_i} \rangle$  为直觉模糊数;  $\varepsilon(t)$  为直觉模糊高斯白噪声, 可忽略不计. 预测模型可转化为

$$\begin{cases} A_1 f_1(t-1) + A_2 f_1(t-2) = f_1(t), \\ A_1 f_2(t-1) + A_2 f_2(t-2) = f_2(t). \end{cases} \quad (14)$$

式(14)为含有 8 个方程 2 个未知数的直觉模糊线性方程组, 由式(4)~(8)便可将式(14)转化为式(7)的线性规划问题, 利用可变容差法求均值可得  $A_1 = \langle 0.83, 0.13 \rangle, A_2 = \langle 0.76, 0.21 \rangle$ .

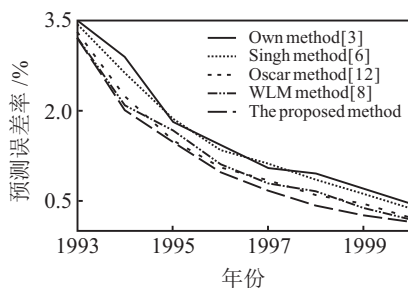
最后, 预测并去模糊化输出. 将历史数据直觉模糊化结果代入式(14)进行直觉模糊时间序列预测, 获取序列预测值  $F(t) = \{ \langle \mu_i(t), \gamma_i(t) \rangle \}$ , 其中  $t = 1993, 1994, \dots, 2000$ . 由式(12)对预测值进行去模糊化输出, 结果如表 2 所示.

**表 2** 某商品年销售额预测表

年份	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
销售额千万元	321	451	611	836	1141	1561	2131	2911
文献[3]算法	317.95	448.67	608.57	833.91	1142.53	1563.67	2131.87	2912.13
文献[6]算法	318.39	448.94	613.73	837.74	1139.13	1558.51	2130.31	2910.27
文献[8]算法	$319.5 \pm 6.4$	$451.5 \pm 9.1$	$611.5 \pm 12.4$	$836.5 \pm 16.5$	$1141.5 \pm 22.8$	$1559 \pm 31.2$	$2131.5 \pm 42.6$	$2991 \pm 58.2$
文献[12]算法	318.94	449.37	613.14	834.65	1139.76	1563.04	2130.42	2910.54
本文算法	320.07	451.87	610.21	835.27	1141.69	1560.31	2131.53	2911.49

**3.2 算法性能评估**

如表 2 所示, 将本文提出的基于直觉模糊线性方程组的 IFTS 预测方法与几种常用预测模型在文献[8]数据集上进行测试比较. 利用度量标准中的预测误差率对算法的预测性能进行评估, 结果如图 1 所示.



**图 1** 预测误差率的比较

从图 1 可以看出: 基于模糊逻辑关系的 IFTS 模型较之高阶时间不变 FTS 模型在性能上有了较大程度的改进, 但其针对模糊线性变化序列预测的精度还有待提高; 基于模糊线性方程组的 FTS 预测虽然能准确地把握数据集的模糊线性变化特性, 较好地拟合实际情况, 但模型预报的是预测值的变化范围, 平均预测误差率在长期范围出现无序震荡; 本文提出的 IFTS 预测算法较好地结合了直觉模糊理论以及线性方程组对线性变化不确定数据集在描述和推理方面的优势, 成功地将序列数据的实时模糊变化特性反映在一个表示模糊现象的直觉模糊线性函数上, 使得模型的求解转化成为求解带有约束的线性规划问题, 不仅简化了预测算法的复杂度, 而且随着时间的延伸,

系统的预测精度得到了较大的提高。

## 4 结 论

本文在研究不确定数据集实时模糊变化趋势的基础上, 提出了基于直觉模糊线性方程组的 IFTS 预测方法, 通过直觉模糊扩展原理定义直觉模糊线性函数, 将模型的求解转化成一系列带约束的线性规划问题, 较大程度地提高了 IFTS 的预测性能. 文中采用 IFCM 聚类算法优化论域区间划分, 更加接近不确定数据分布的实际. 基于直觉模糊线性方程组的动态模糊时序系统建模, 充分考虑了预测值间的随机依赖性, 准确反映了序列数据的实时模糊变化特性, 较好地拟合了系统的实际情况, 扩展了 IFTS 预测理论的应用范围. 通过实例验证, 模型取得了较好的预测结果. 如何优化模型阶数的智能调控, 进一步提高模型的泛化功能将是今后研究的重点.

## 参考文献(References)

- [1] Yu W L, Fang J W, Liao J P. A novel FCM-based deterministic forecasting model for fuzzy time series[J]. *Computer Engineering and Science*, 2010, 32(7): 112-116.
- [2] Song Q, Chissom B S. Forecasting enrollments with fuzzy time series: Part I[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993, 54(1): 1-9.
- [3] Own C M, Yu P T. Forecasting fuzzy time series on a heuristic high-order model[J]. *Cybernetics and Systems*, 2005, 36(7): 705-717.
- [4] Jing Wei Liu. Adaptive-Expectation based multi-attribute FTS model for forecasting TAIEX[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2010, 59(2): 795-802.
- [5] Bai E J, Wong W K, Chu W C, et al. A heuristic time-invariant model for fuzzy time series forecasting[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(3): 2701-2707.
- [6] Singh S R. A simple method of forecasting based on fuzzy time series[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 18(6): 330-339.
- [7] Song Q. A note on fuzzy time series model with sample autocorrelation functions[J]. *Cybernetics and Systems: An Int J*, 2009, 34(2): 93-107.
- [8] 王丽敏, 哈明虎, 胡运权. 一种基于模糊线性方程组的模糊随机时间序列模型[J]. *河北大学学报: 自然科学版*, 2003, 23(3): 227-231.  
(Wang L M, Ha M H, Hu Y Q. A kind of fuzzy random time series model based on a fuzzy system of linear equations[J]. *J of Hebei University: Natural Science Edition*, 2003, 23(3): 227-231.)
- [9] 米香云, 王占京, 王熙. 一类模糊线性方程组的迭代算法及其误差估计[J]. *模糊系统与数学*, 2009, 23(3): 68-73.  
(Mi X Y, Wang Z J, Wang X. Iteration algorithm for solving a system of fuzzy linear equation and error estimate[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2009, 23(3): 68-73.)
- [10] 樊雷, 雷英杰. 直觉模糊统计决策与判决[J]. *控制与决策*, 2011, 26(3): 357-362.  
(Fan L, Lei Y J. Intuitionistic fuzzy statistic adjudging and decision-making[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(3): 357-362.)
- [11] Oscar Castillo, Arnulfo Alanis, Mario Garcia. Hector arias an intuitionistic fuzzy system for time series analysis in plant monitoring and diagnosis[J]. *Applied Soft Computing*, 2007, 7(4): 1227-1233.
- [12] 刘芮霞, 杨皎平. 基于方程组的新颖模糊时序分析[J]. *科技和产业*, 2007, 7(8): 56-59.  
(Liu R J, Yang J P. A new fuzzy time series analysis based on linear equations[J]. *Science Technology and Industry*, 2007, 7(8): 56-59.)
- [13] 雷英杰, 王宝树, 苗启广. 直觉模糊关系及其合成运算[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 25(2): 113-118.  
(Lei Y J, Wang B S, Miao Q G. On the intuitionistic fuzzy relations with compositional operations[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2005, 25(2): 113-118.)
- [14] 雷英杰, 赵晔, 王涛. 直觉模糊语义匹配的相似性度量[J]. *空军工程大学学报: 自然科学版*, 2005, 6(2): 83-86.  
(Lei Y J, Zhao Y, Wang T. On the measurement of similarity on semantic match for intuitionistic fuzzy[J]. *J of Air Force Engineering University: Natural Science Edition*, 2005, 6(2): 83-86.)
- [15] 申晓勇, 雷英杰, 蔡茹, 等. 基于加权 Minkowski 距离的 IFS 相异度度量方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(6): 1358-1361.  
(Shen X Y, Lei Y J, Cai R, et al. Method for dissimilarity measure among intuitionistic fuzzy sets based on weighted minkowski distance[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(6): 1358-1361.)
- [16] 尚万峰, 赵升吨, 申亚京, 等. 变容差遗传算法求解多约束问题的研究[J]. *西安交通大学学报*, 2007, 41(11): 21-25.  
(Shang W F, Zhao S D, Shen Y J, et al. Genetic algorithm and flexible tolerance algorithm hybridized for global optimization problems with multiple constraints[J]. *J of Xi'an Jiaotong University*, 2007, 41(11): 21-25.)
- [17] 申晓勇, 雷英杰, 李进, 等. 基于目标函数的直觉模糊集合数据的聚类方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(11): 2732-2735.  
(Shen X Y, Lei Y J, Li J, et al. Clustering technique to intuitionistic fuzzy sets data based on objective function[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(11): 2732-2735.)