

## 不确定性 Rössler 系统的自适应鲁棒跟踪控制

刘喜梅, 高林, 王红蛟

(青岛科技大学 自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266042)

**摘要:** 研究具有外部不确定性 Rössler 混沌系统的鲁棒跟踪控制问题. 基于动态面控制原理设计自适应鲁棒控制器, 给出了系统参数的自适应更新律, 使得被控闭环系统的各误差变量一致有界. 系统输出曲线渐近跟踪任意期望轨道, 且跟踪误差能被控制在任意小的范围内, 而无须知道系统的参数及外部不确定性的界限. 基于稳定理论给出了具体的稳定性分析, 并通过数值仿真验证了该方法的有效性及其鲁棒性.

**关键词:** 不确定性 Rössler 混沌系统; 动态面控制; 跟踪控制; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Robust adaptive tracking control of Rössler systems subject to external uncertainties

LIU Xi-mei, GAO Lin, WANG Hong-jiao

(college of Automation & Electronic Engineering, Qingdao University of Science & Technology, Qingdao 266042, China. Correspondent: LIU Xi-mei, E-mail: 627889838@qq.com)

**Abstract:** The robust tracking control of Rössler system with external uncertainties is investigated. Based on dynamic surface control, a robust controller is designed and the update laws of the unknown parameters are given, under which all the signals of the closed-loop controlled system can be semi-globally ultimately bounded, influence of the uncertainties can be attenuated effectively, and the output trajectory of the chaotic system can approach any desired orbit with an arbitrarily small error bound without knowing the upper bounds of the unknown parameters and external uncertainties. Theoretical analysis is derived as well based on Lyapunov stability theory. Finally, numerical simulations are given to verify the effectiveness and robustness of the proposed control scheme.

**Key words:** uncertain Rössler system; dynamic surface control; tracking control; robustness

### 0 引言

混沌系统因具有有界性、初值敏感性等特点而应用广泛, 混沌非线性动态系统的控制研究也受到极大关注, 许多学者提出了多种不同的控制方法, 以解决混沌系统的镇定及跟踪控制等问题<sup>[1-6]</sup>. 文献[2]基于状态反馈的方法设计线性控制器, 实现了一类具有类似 Lorenz 系统族结构的混沌系统的控制. 文献[3]则基于 Lyapunov 稳定性理论设计自适应控制器, 实现了一类参数未知的混沌系统的跟踪控制, 同时将该方法用于实现不同混沌系统的同步控制问题. 文献[4]也采用类似的方法实现了混沌系统的自适应跟踪控制. 文献[5]基于改进的 Backstepping 方法实现了一类参数未知的混沌系统的自适应控制. 但这些方法均没有考虑系统受到外部不确定性影响时的情况. 文献[6]基于滑模变结构控制与传统 Backstepping 相结

合的控制方法设计鲁棒控制器, 实现了具有非匹配不确定性的系统的镇定及跟踪控制, 但 Backstepping 方法具有“复杂性激增”的缺点. 近年来, 有些学者采用动态面控制 (DSC)<sup>[7]</sup>实现混沌系统的控制或是跟踪问题<sup>[8-10]</sup>. 文献[8]基于动态面控制研究了一参数未知的 PMSM 混沌系统的镇定问题, 但并未考虑系统存在不确定性时的情况. 文献[9]也采用动态面控制实现不确定性 Rössler 的跟踪控制, 但文中需要事先知道不确定性项的上确界. 文献[10]基于 DSC 及状态观测器方法设计状态反馈控制器, 实现了一类具有严格反馈形式的非线性混沌系统的镇定控制. 上述这些文献, 或是没有考虑外部不确定性的影响, 或是假定系统外部扰动的界限已知, 而在实际应用过程当中, 很多不确定性是无法测量得到的, 因此设计一种无须预先知道不确定性项界限的方法具有较高的研究价值.

收稿日期: 2013-01-24; 修回日期: 2013-04-24.

作者简介: 刘喜梅(1961—), 女, 教授, 从事故障诊断、鲁棒控制等研究; 高林(1976—), 男, 副教授, 从事优化算法、数据挖掘等研究.

本文研究了具有外部不确定性的 Rössler 混沌系统的鲁棒自适应跟踪控制问题. 通过引入自适应控制机制, 在线辨识系统的未知参数及外部不确定性项的界限值, 并采用 DSC 方法设计控制器, 实现了被控制系统的输出跟踪.

### 1 问题描述

Rössler 混沌系统的模型如下<sup>[10]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= xz - bz + c. \end{aligned} \quad (1)$$

令  $x_1 = y, x_2 = x, x_3 = z$ , 被控的带有外部不确定性的 Rössler 混沌系统可写成

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + ax_1 + \Delta_1, \\ \dot{x}_2 &= -x_3 - x_1 + \Delta_2, \\ \dot{x}_3 &= x_2x_3 - bx_3 + c + \Delta_3 + u, \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $u \in R$  为系统的控制输入; 不确定性项  $\Delta_i (i = 1, 2, 3)$  有界, 但其界限未知; 系统参数  $a, b, c$  为未知参数;  $y$  为系统的输出.

假定输出轨迹为  $y_d$ , 控制目标是输出能够渐近跟踪期望的输出轨迹, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} |y - y_d| \rightarrow \delta, \delta$  为很小的正数.

为了便于控制器的推导, 作如下假设:

**假设 1** 对于不确定性  $\Delta_i (i = 1, 2, 3)$ , 存在未知常数  $\rho_i$  满足  $|\Delta_i| \leq \rho_i, i = 1, 2, 3$ .

**假设 2** 期望输出轨迹  $y_d$  为有界连续, 且存在已知紧集  $\Omega_d$ , 使  $[y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d]^T \in \Omega_d$ .

**引理 1**<sup>[11]</sup> 对于任意给定的  $\varepsilon > 0$  及  $\eta \in R$ , 不等式

$$0 \leq |\eta| - \eta \tanh\left(\frac{\eta}{\varepsilon}\right) \leq k_p \varepsilon \quad (3)$$

成立, 其中  $k_p = 0.2758$ .

### 2 自适应控制器设计

基于动态面控制方法设计自适应鲁棒控制器. 该方法主要通过定义动态面误差进行坐标变换来实现, 即  $S_i = x_i - x_{id}, i = 1, 2, 3$ . 其中  $x_{id}$  为状态量的期望值, 对于  $i = 2, 3$ , 其值为设计的虚拟控制量  $\bar{x}_2$  经过一阶低通滤波器后的输出值. 在给出具体的设计步骤前, 先定义滤波变量  $y_i = x_{id} - \bar{x}_i, i = 2, 3$ , 状态变量可表示为  $x_i = S_i + \bar{x}_i + y_i, i = 2, 3$ .

**Step 1** 令  $x_{1d} = y_d$ , 对第 1 个动态误差面  $S_1$  两边求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 + ax_1 + \Delta_1 - \dot{x}_{1d} = \\ &S_2 + \bar{x}_2 + y_2 + ax_1 + \Delta_1 - \dot{x}_{1d}. \end{aligned} \quad (4)$$

选取 Lyapunov 函数为  $V_{S_1} = \frac{1}{2}S_1^2$ , 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{S_1} &= \\ &S_1(S_2 + \bar{x}_2 + y_2 + ax_1 + \Delta_1 - \dot{x}_{1d}) \leq \\ &S_1(S_2 + \bar{x}_2 + y_2 + ax_1 - \dot{x}_{1d}) + |S_1|\rho_1. \end{aligned} \quad (5)$$

由引理 1 可得

$$|S_1|\rho_1 \leq \left[ k_p \varepsilon + S_1 \tanh\left(\frac{S_1}{\varepsilon}\right) \right] \rho_1. \quad (6)$$

选取虚拟控制量

$$\bar{x}_2 = -k_1 S_1 - \hat{a}x_1 - \tanh\left(\frac{S_1}{\varepsilon}\right)\hat{\rho}_1 + \dot{x}_{1d}. \quad (7)$$

其中:  $k_1 > 0, \hat{a}$  和  $\hat{\rho}_1$  分别为  $a, \rho_1$  的估计值.

定义参数误差  $\tilde{a} = a - \hat{a}, \tilde{\rho}_1 = \rho_1 - \hat{\rho}_1$ , 选取广义 Lyapunov 函数

$$V_1 = V_{S_1} + \frac{y_2^2}{2} + \frac{1}{2}\tilde{a}^2 + \frac{1}{2}\tilde{\rho}_1^2,$$

对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -k_1 S_1^2 + S_1 \tilde{a}x_1 + S_1 \tanh\left(\frac{S_1}{\varepsilon}\right)\tilde{\rho}_1 + k_p \varepsilon \rho_1 + \\ &S_1 S_2 + S_1 y_2 + \tilde{a}\dot{\tilde{a}} + \tilde{\rho}_1 \dot{\tilde{\rho}}_1 + y_2 \dot{y}_2. \end{aligned} \quad (8)$$

选取未知系统参数  $\hat{a}$  和  $\hat{\rho}_1$ , 满足自适应律

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= S_1 x_1 - \mu_1 \hat{a}, \\ \dot{\hat{\rho}}_1 &= S_1 \tanh\left(\frac{S_1}{\varepsilon}\right) - \sigma_1 \hat{\rho}_1, \end{aligned} \quad (9)$$

其中待定常数  $\mu_1 > 0, \sigma_1 > 0$ . 将式 (9) 代入 (8) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -(k_1 - 1)S_1^2 + k_p \varepsilon \rho_1 + \frac{1}{2}S_2^2 + \\ &\frac{1}{2}y_2^2 + \mu_1 \hat{a}\tilde{a} + \sigma_1 \hat{\rho}_1 \tilde{\rho}_1 + y_2 \dot{y}_2. \end{aligned} \quad (10)$$

将  $\bar{x}_2$  通过一阶低通滤波器, 有

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2, x_{2d}(0) = \bar{x}_2(0), \quad (11)$$

其中滤波时间常数  $\tau_2 > 0$ .

**Step 2** 对第 2 个误差面  $S_2$  求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= -x_3 - x_1 + \Delta_2 - \dot{x}_{2d} = \\ &-(S_3 + \bar{x}_3 + y_3) - x_1 + \Delta_2 - \dot{x}_{2d}. \end{aligned} \quad (12)$$

定义估计值误差  $\tilde{\rho}_2 = \rho_2 - \hat{\rho}_2$ , 选取 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2}S_2^2 + \frac{y_3^2}{2} + \frac{1}{2}\tilde{\rho}_2^2,$$

对其求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \\ &S_2[-(S_3 + \bar{x}_3 + y_3) - x_1 - \dot{x}_{2d}] + \\ &k_p \varepsilon \rho_2 + S_2 \tanh\left(\frac{S_2}{\varepsilon}\right)\rho_2 + y_3 \dot{y}_3 + \tilde{\rho}_2 \dot{\tilde{\rho}}_2. \end{aligned} \quad (13)$$

选取虚拟控制量

$$\bar{x}_3 = k_2 S_2 - x_1 + \tanh\left(\frac{S_2}{\varepsilon}\right)\hat{\rho}_2 - \dot{x}_{2d}, \quad (14)$$

且未知参数  $\hat{\rho}_2$  满足自适应律

$$\dot{\hat{\rho}}_2 = S_2 \tanh\left(\frac{S_2}{\varepsilon}\right) - \sigma_2 \hat{\rho}_2. \quad (15)$$

将式 (14) 和 (15) 代入 (13), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -(k_2 - 1)S_2^2 + \frac{1}{2}S_3^2 + \frac{1}{2}y_2^2 + \\ & k_p \varepsilon \rho_2 + y_3 \dot{y}_3 + \sigma_2 \hat{\rho}_2 \tilde{\rho}_2. \end{aligned} \quad (16)$$

同样地, 将  $\bar{x}_3$  通过一阶低通滤波器, 有

$$\tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3, \quad x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0). \quad (17)$$

**Step 3** 对  $S_3$  两边求导, 可得

$$\dot{S}_3 = x_2 x_3 - b x_3 + c + \Delta_3 + u - \dot{x}_{3d}. \quad (18)$$

定义参数估计误差变量  $\tilde{b} = b - \hat{b}$ ,  $\tilde{c} = c - \hat{c}$ ,

$\rho_3 = \rho_3 - \hat{\rho}_3$ , 选取 Lyapunov 函数为

$$V_3 = \frac{1}{2}S_3^2 + \frac{1}{2}(\tilde{b}^2 + \tilde{c}^2 + \tilde{\rho}_3^2). \quad (19)$$

两边求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & S_3(x_2 x_3 - b x_3 + c + u - \dot{x}_{3d}) + \\ & k_p \varepsilon \rho_3 + S_3 \tanh\left(\frac{S_3}{\varepsilon}\right) \rho_3 + \\ & \tilde{b} \dot{\tilde{b}} + \tilde{c} \dot{\tilde{c}} + \tilde{\rho}_3 \dot{\tilde{\rho}}_3. \end{aligned} \quad (20)$$

设计控制律

$$u = -k_3 S_3 - x_2 x_3 + \hat{b} x_3 - \hat{c} + \dot{x}_{3d} - \tanh\left(\frac{S_3}{\varepsilon}\right) \hat{\rho}_3. \quad (21)$$

系统未知参数的估计值  $\hat{b}$  和  $\hat{c}$  以及不确定项界限的估计值  $\hat{\rho}_3$  满足如下自适应律:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{b}} &= -S_3 x_3 - \mu_2 \hat{b}, \quad \dot{\hat{c}} = S_3 - \mu_3 \hat{c}, \\ \dot{\hat{\rho}}_3 &= S_3 \tanh\left(\frac{S_3}{\varepsilon}\right) - \sigma_3 \hat{\rho}_3. \end{aligned} \quad (22)$$

将式 (21) 和 (22) 代入 (20), 可得

$$V_3 \leq -k_3 S_3^2 + k_p \varepsilon \rho_3 + \sigma_3 \hat{\rho}_3 \tilde{\rho}_3 + \mu_2 \tilde{b} \dot{\tilde{b}} + \mu_3 \tilde{c} \dot{\tilde{c}}. \quad (23)$$

**注 1** 由于引入一阶低通滤波器, 避免了对各个虚拟控制量进行求导, 所设计的控制器  $u$  的表达式相对传统的反步法简洁许多. 为了便于比较, 下面给出采用传统反步法设计的控制器的形式.

定义误差变量  $z_1 = x_1 - y_d$ ,  $z_2 = x_2 - \alpha_1$ ,  $z_3 = x_3 - \alpha_2$ , 可得控制器  $u$  的表达式如下:

$$\begin{aligned} u = & -x_2 x_3 + \hat{b} x_3 - \hat{c} + z_2 - \tanh\left(\frac{z_3}{\varepsilon}\right) \hat{\rho}_3 - \\ & \dot{x}_1 + \dot{z}_1 + k_2 \dot{z}_2 + \tanh\left(\frac{z_2}{\varepsilon}\right) \dot{\hat{\rho}}_2 + 2\dot{a}\dot{x}_1 + \dot{a}\ddot{x}_1 + \\ & \ddot{a}x_1 + \tanh\left(\frac{z_1}{\varepsilon}\right) \ddot{\hat{\rho}}_1 + \left(1 - \tanh^2\left(\frac{z_2}{\varepsilon}\right)\right) \dot{z}_2 \hat{\rho}_2 + \\ & k_1 \dot{z}_1 + 2\left(1 - \tanh^2\left(\frac{z_1}{\varepsilon}\right)\right) \dot{z}_1 \dot{\hat{\rho}}_1 + \\ & \left(1 - \tanh^2\left(\frac{z_1}{\varepsilon}\right)\right) \dot{z}_1 \hat{\rho}_1 - \ddot{y}_d - \\ & 2 \tanh\left(\frac{z_1}{\varepsilon}\right) \left(1 - \tanh^2\left(\frac{z_1}{\varepsilon}\right)\right) \dot{z}_1 \dot{\hat{\rho}}_1. \end{aligned} \quad (24)$$

### 3 稳定性分析

首先给出主要结论.

**定理 1** 对于给定的 Rössler 不确定性混沌系

统 (2), 满足假设 1 和假设 2, 当采用控制律 (21) 和自适应律 (9), (15), (22) 时, 存在设计参数  $k_i, \sigma_i, \mu_i, i = 1, 2, 3$ , 对于给定的有界初始值, 其组成的闭环系统中所有的信号均有界, 即  $S_i, \tilde{\rho}_i, y_i, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$  均有界, 并且输出跟踪误差满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} |y - y_d| \rightarrow \delta$ ,  $\delta$  为任意趋于零的正数.

下面分析定理 1 的稳定性, 其难点在于引入了一阶低通滤波器. 本文基于文献 [7] 的方法进行分析.

对滤波器误差  $y_2 = x_{2d} - \bar{x}_2$  两边求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= \dot{x}_{2d} - \dot{\bar{x}}_2 = \\ & -\frac{y_2}{\tau_2} + k_1 \frac{dS_1}{dt} + \hat{a} \frac{dx_1}{dt} + x_1 \frac{d\hat{a}}{dt} - \ddot{x}_{1d} + \\ & \tanh\left(\frac{S_1}{\varepsilon}\right) \dot{\hat{\rho}}_1 + \left(1 - \tanh^2\left(\frac{S_1}{\varepsilon}\right)\right) \frac{dS_1}{dt} \hat{\rho}_1. \end{aligned} \quad (25)$$

由假设 2, 可得如下不等式:

$$\left| \dot{y}_2 + \frac{y_2}{\tau_2} \right| \leq \eta_2(S_1, S_2, y_2, k_1, \hat{a}, \hat{\rho}_1, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d), \quad (26)$$

其中  $\eta_2(S_1, S_2, y_2, k_1, \hat{a}, \hat{\rho}_1, x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \ddot{x}_{1d})$  为一连续函数. 式 (26) 可简写成  $\left| \dot{y}_2 + \frac{y_2}{\tau_2} \right| \leq \eta_2$ . 同理可得

$$\begin{aligned} \left| \dot{y}_3 + \frac{y_3}{\tau_3} \right| \leq \\ \eta_3(S_1, S_2, S_3, y_2, y_3, k_1, k_2, \hat{\rho}_2, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d). \end{aligned} \quad (27)$$

基于 Young 不等式, 可得

$$y_2 \dot{y}_2 \leq -\frac{y_2^2}{\tau_2} + |y_2| \eta_2 \leq -\frac{y_2^2}{\tau_2} + \frac{1}{2} y_2^2 + \frac{1}{2} \eta_2^2, \quad (28)$$

$$y_3 \dot{y}_3 \leq -\frac{y_3^2}{\tau_3} + |y_3| \eta_3 \leq -\frac{y_3^2}{\tau_3} + \frac{1}{2} y_3^2 + \frac{1}{2} \eta_3^2. \quad (29)$$

选取被控系统 (2) 的 Lyapunov 函数为

$$V = \sum_{i=1}^3 V_i, \quad (30)$$

对其求导, 并结合式 (28) 和 (29) 以及不等式

$$\begin{aligned} \hat{a} \tilde{a} &\leq \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} \tilde{a}^2, \quad \hat{b} \tilde{b} \leq \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} \tilde{b}^2, \\ \hat{c} \tilde{c} &\leq \frac{1}{2} c^2 - \frac{1}{2} \tilde{c}^2, \quad \hat{\rho}_i \tilde{\rho}_i \leq \frac{1}{2} \rho_i^2 - \frac{1}{2} \tilde{\rho}_i^2, \end{aligned}$$

有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - (k_1 - 1) S_1^2 - \left(k_2 - \frac{3}{2}\right) S_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right) S_3^2 + \\ & \left(1 - \frac{1}{\tau_2}\right) y_2^2 + \left(1 - \frac{1}{\tau_3}\right) y_3^2 + \sum_{i=1}^3 k_p \varepsilon \rho_i + \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{\sigma_i}{2} (\rho_i^2 - \tilde{\rho}_i^2) + \frac{\mu_1}{2} a^2 - \frac{\mu_1}{2} \tilde{a}^2 + \frac{1}{2} \eta_2^2 + \\ & \frac{\mu_2}{2} b^2 - \frac{\mu_2}{2} \tilde{b}^2 + \frac{\mu_3}{2} c^2 - \frac{\mu_3}{2} \tilde{c}^2 + \frac{1}{2} \eta_3^2. \end{aligned} \quad (31)$$

由假定 2 可知  $\Omega_d$  为  $R^3$  的紧集, 同时对于任意给定的正数  $p$ ,  $\Omega_k = \left\{ \sum_{j=1}^k V_j \leq 2p, k = 1, 2 \right\}$  也为一紧集, 因此  $\eta_2(\cdot)$  和  $\eta_3(\cdot)$  在空间  $\Omega_d \times \Omega_k$  上存在最大值

$M_2, M_3$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - (k_1 - 1)S_1^2 - \left(k_2 - \frac{3}{2}\right)S_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right)S_3^2 - \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{\sigma_i}{2} \tilde{\rho}_i^2 - \frac{\mu_1}{2} \tilde{a}^2 - \frac{\mu_2}{2} \tilde{b}^2 - \frac{\mu_3}{2} \tilde{c}^2 + \\ & \left(1 - \frac{1}{\tau_2}\right)y_2^2 + \left(1 - \frac{1}{\tau_3}\right)y_3^2 + C, \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} C = & \sum_{i=1}^3 k_p \varepsilon \rho_i + \sum_{i=1}^3 \frac{\sigma_i}{2} \rho_i^2 + \frac{\mu_1}{2} a^2 + \\ & \frac{\mu_2}{2} b^2 + \frac{\mu_3}{2} c^2 + \frac{1}{2} M_2^2 + \frac{1}{2} M_3^2. \end{aligned}$$

选取设计参数

$$\begin{aligned} k_1 \geq & \frac{\alpha}{2} + 1, \quad k_2 \geq \frac{\alpha}{2} + \frac{3}{2}, \\ k_3 \geq & \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{\tau_2} \geq \frac{\alpha}{2} + 1, \\ \frac{1}{\tau_3} \geq & \frac{\alpha}{2} + 1, \quad \sigma_i \geq \frac{\alpha}{2}, \quad \mu_i \geq \frac{\alpha}{2}, \end{aligned} \quad (33)$$

则有

$$\dot{V} \leq -\alpha V + C, \quad (34)$$

其中  $\alpha > 0$ . 对式 (34) 求解, 可得

$$0 \leq V(t) \leq \left[V(0) - \frac{C}{\alpha}\right]e^{-\alpha t} + \frac{C}{\alpha}. \quad (35)$$

由此可知,  $V(t)$  有界, 即闭环系统中的所有信号  $S_i, \tilde{\rho}_i, y_i, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$  均有界. 同时, 对于式 (36) 可以进一步得到

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^3 S_i^2 \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} 2V(t) \leq \frac{2C}{\alpha}. \quad (36)$$

因此跟踪误差

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_d(t)| \leq \sqrt{\frac{2C}{\alpha}},$$

可以通过调整设计参数  $k_i, \tau_i, \mu_i, \sigma_i$  使得  $2C/\alpha$  任意小, 从而实现跟踪误差趋于任意小.

### 4 数值仿真

由文献 [12] 可知, 对于系统 (1), 当系统参数  $a = c = 0.2, b = 5.7$  时, 系统将出现混沌吸引子, 其吸引子如图 1 所示.

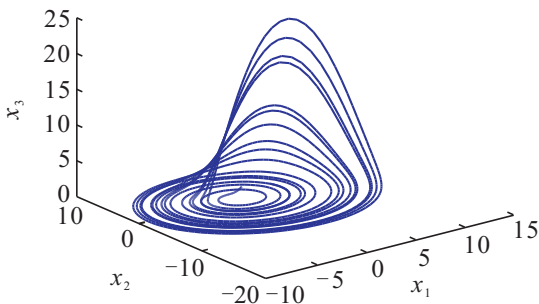


图1 Rössler 混沌吸引子

假定系统的期望输出轨迹  $y_d = 2 \sin t + \sin(2t)$ , 被控系统 (2) 的外部不确定性项分别为  $\Delta_1 = 0.5 \sin(0.5t), \Delta_2 = 0.3 \cos(3t), \Delta_3 = 0.8 \sin(2t)$ ; 选取设计参数  $k_1 = 3, k_2 = 4, k_3 = 2.5, \tau_2 = \tau_3 = 0.01, \varepsilon = 0.01, \mu_i = \sigma_i = 2, i = 1, 2, 3$ ; 给定初始状态为  $x(0) = [1, 1, 1]^T, \hat{a}(0) = 1, \hat{b}(0) = 1, \hat{c}(0) = 1, \hat{\rho}_1(0) = 0.1, \hat{\rho}_2(0) = 0.1, \hat{\rho}_3(0) = 0.1$ . 系统的实际输出轨迹与期望输出轨迹如图 2 所示, 图 3 为系统的输出跟踪误差. 从图 2 和图 3 可以看出, 被控系统 (2) 在控制器 (21) 的作用下, 其输出很快跟踪到期望值, 具有较高的跟踪精度. 图 4 是系统未知参数的估计值曲线, 可以看到各参数的估计值最终也收敛到稳定值.

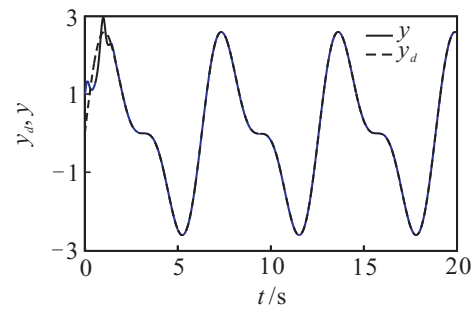


图2 系统的跟踪输出曲线

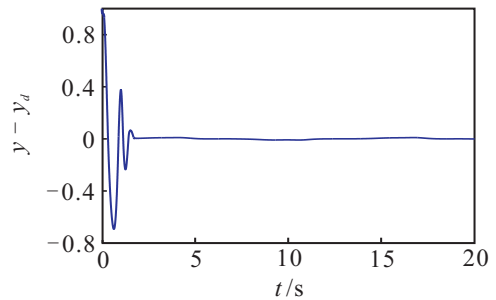


图3 系统输出跟踪误差曲线

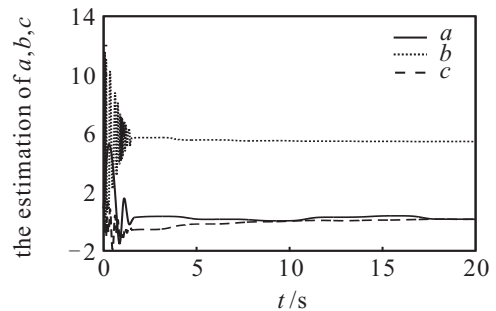


图4 系统参数估计值曲线

### 5 结论

本文基于动态面控制方法以及自适应控制理论, 研究了不确定性 Rössler 混沌系统的跟踪控制问题, 使系统的输出能快速跟踪到期望轨迹. 与其他动态面控制方法相比较, 该控制方法无须知道系统不确定性项的上界, 而是通过在线辨识系统不确定性项的上确

界以及系统的未知参数,设计鲁棒控制器,使跟踪误差被控制在任意小的范围内.同时,基于稳定性理论,证明闭环系统具有半全局有界稳定性.最后,给出数值仿真结果,进一步验证了该控制方法的有效性.该方法设计的控制器较为简洁,适用于一类具有严格反馈形式的非线性系统.本文假定系统的状态量均可测,但是实际中很多状态量未知,这时则需要事先构造状态预估器,估计各个状态量.

#### 参考文献(References)

- [1] Andrievskii B R, Fradkov A L. Control of chaos: Methods and Applications[J]. Automation and Remote Control, 2003, 64(5): 679-713.
- [2] Sun C C, Fang B, Huang W H. Global control of chaotic systems based on linear state feedback[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(11): 110503.
- [3] Antonio L, Arturo Z. Adaptive tracking control of chaotic systems with applications to synchronization[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Regular Paper, 2007, 54(9): 2019-2029.
- [4] 李春来, 禹思敏. 一个新的超混沌系统及其自适应追踪控制[J]. 物理学报, 2012, 61(4): 040504.  
(Li C L, Yu S M. A new hyperchaotic system and its adaptive tracking control[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(4): 040504.)
- [5] 陈强, 任雪梅, 那靖. 参数不确定混沌系统的自适应 Backstepping 控制[J]. 北京理工大学学报, 2011, 31(2): 158-162.  
(Chen Q, Ren X M, Na J. Adaptive Backstepping control of chaotic system with uncertain parameters[J]. Trans on Beijing Institute of Technology, 2011, 31(2): 158-162.)
- [6] Lin J, Yan J, Liao T. Robust control of chaos in Lorenz systems subject to mismatch uncertainties[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2006, 27(2): 501-510.
- [7] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [8] Wei D Q, Lou X S, Wang B H, et al. Robust adaptive dynamic surface control of chaos in permanent magnet synchronous motor[J]. Physics Letters A, 2007, 363(1/2): 71-77.
- [9] 李钟慎, 傅桂元, 魏剑林. 不确定性混沌系统的鲁棒自适应动态面控制[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2010, 40(增1): 206-209.  
(Li Z S, Fu G Y, Wei J L. Robust adaptive dynamic surface control of uncertain chaotic systems[J]. J of Southeast University: Natural Science Edition, 2010, 40(S1): 206-209.)
- [10] Li D J. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear chaotic systems based on dynamic surface control technique[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 68(1/2): 235-243.
- [11] Polycarpou M M, Ioannou P A. A robust adaptive nonlinear control design[J]. Automatica, 1996, 32(3): 423-427.
- [12] Peitgen H, Jügens H, Saupe D. Chaos and fractals: New frontiers of science[M]. New York: Springer, 2004: 636-646.

(责任编辑: 孙艺红)