

## 考虑转包的平行机供应链排序

蒋大奎<sup>1</sup>, 李波<sup>1</sup>, 曹立思<sup>1,2</sup>

(1. 天津大学 管理与经济学部, 天津 300072; 2. 天津外国语大学 国际商学院, 天津 300270)

**摘要:** 研究一类考虑转包的供应链排序问题, 即工厂从客户处接受一批订单, 这些订单既可以由工厂完成, 也可以通过支付一定费用进行转包. 工厂需要确定被转包的订单集并安排未被转包订单的生产和运输. 针对工厂为平行机生产环境的情况, 以交货期限内完成所有订单的转包成本、生产成本与运输成本之和最小化为目标, 构建了问题的数学模型, 并设计了启发式算法. 最后通过数值实验结果表明了算法的有效性.

**关键词:** 供应链排序; 转包; 平行机; 启发式算法

**中图分类号:** N945.25

**文献标志码:** A

## Supply chain scheduling with subcontracting option under parallel machines

JIANG Da-kui<sup>1</sup>, LI Bo<sup>1</sup>, CAO Li-si<sup>1,2</sup>

(1. College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. School of International Business, Tianjin Foreign Studies University, Tianjin 300270, China. Correspondent: JIANG Da-kui, E-mail: jiangdakui@tju.edu.cn)

**Abstract:** The supply chain scheduling problem with subcontracting option is studied. In this problem, a plant receives a set of orders from a customer at the beginning of the planning horizon. Each order can either be processed by the plant or be subcontracted at costs. The plant needs to determine which order should be subcontracted, and make production and distribution schedules to all the orders which are produced in-house. The objective is to minimize the total cost, including subcontracting cost, production cost and distribution cost, with the constraint that all the orders which are produced in-house should be finished no more than a given deadline. The mathematical model for the problem is formulated and a heuristic algorithm is developed. Finally, the experiment results show the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** supply chain scheduling; subcontracting; parallel machines; heuristic algorithm

### 0 引言

生产和运输是制造性生产企业的两个关键环节. 在定制产品供应链中, 产品生产完成后需要立即或短时间内成批送往客户, 这使得其生产和运输环节紧密关联, 有必要进行协同管理<sup>[1]</sup>. 当订单不允许延误时, 由于无法在交货期限内完成订单、完成订单成本较高等原因, 企业通常会选择转包部分订单. 因此, 这类企业需要协同优化订单的转包、生产和运输, 以实现自身利益的最大化.

为了提高企业的协同运作能力, Hall等<sup>[2]</sup>提出了供应链排序问题, 供应链排序问题集成研究供应链管理中生产(或者服务)的排序、分批和发送, 是排

序论在供应链管理中的应用<sup>[3]</sup>. 目前, 供应链排序问题的研究成果主要集中在不考虑交货期限的情况, 如Chen等<sup>[4]</sup>和蒋大奎等<sup>[5-6]</sup>考虑了完成所有订单的最长提前期和总提前期, 分别对单工厂和多工厂的情况进行了研究. 针对订单有交货期约束的供应链排序问题, 现有研究成果主要从以下两个角度分别进行研究: 订单允许延误和订单不允许延误. 例如, 在考虑订单允许延误的研究中, Hall等<sup>[2,7]</sup>以完成所有订单的最长延误时间与运输成本的加权和最小化为目标, 对工厂生产环境分别为单机器和平行机的问题进行研究. 在考虑订单不允许延误的研究中, Chen等<sup>[8]</sup>和蒋大奎等<sup>[9]</sup>分别考虑了工厂为单机器和平行机生产环境的情况, 对多工厂供应链排序问题进

收稿日期: 2013-01-29; 修回日期: 2013-06-27.

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研项目(20100032110034).

作者简介: 蒋大奎(1981—), 男, 博士后, 从事供应链管理、优化算法等研究; 李波(1967—), 女, 教授, 博士生导师, 从事供应链协调、物流工程等研究.

行研究. 另一方面, 在考虑转包的生产调度问题研究中, Chen等<sup>[10]</sup>以完成所有订单的转包成本与生产成本之和最小化为目标, 对工厂为平行机生产环境的生产调度问题进行了研究. 陈荣军等<sup>[11-12]</sup>考虑了订单转包成本高于生产成本的情况, 分别对工厂生产环境为平行机、同类机和自由作业的生产调度问题进行了研究.

文献表明, 考虑转包的研究成果主要集中于生产调度问题, 在供应链排序问题的研究中考虑订单转包尚不多见. 本文对文献[10]进行扩展, 研究了考虑转包的平行机供应链排序问题. 在问题中, 工厂为平行机生产环境且对订单的转包成本没有任何限制. 本文以交货期限内完成所有订单的总成本最小化为目标, 构建了问题模型并设计了启发式算法. 最后, 通过数值实验对算法的有效性进行了分析.

## 1 问题描述与最优化条件

本文问题(简称为P)描述如下: 某工厂在计划期内需要完成某客户的 $n$ 个订单, 订单集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ . 工厂拥有 $m$ 台平行机, 机器集合 $M = \{1, 2, \dots, m\}$ . 每台机器在任意时刻只能生产一个订单, 且每个订单需要在一台机器上不间断生产一次. 订单 $j$ 的生产成本和生产时间分别为 $c_j$ 和 $p_j$ ,  $j \in N$ . 订单在生产完成后组成批次进行发送, 每个批次所需的运输成本和运输时间分别为 $f$ 和 $t$ , 且最多只能发送 $b$ 个订单. 此外, 所有订单均可以转包, 订单 $j$ 的转包成本为 $s_j$ ,  $j \in N$ . 除被转包外的所有订单必须在交货期限 $D$ 内送至客户. 因此, 工厂需要通过制定包括订单转包方案、生产调度方案和运输调度方案3部分的集成方案以实现完成所有订单的转包、生产和运输总成本最小化.

在集成方案中, 订单转包方案用于指定需要转包的订单; 生产调度方案用于安排生产订单的机器、生产顺序及生产起始时间; 运输调度方案用于指定工厂发送订单所需的批次数、安排每个订单所在的批次及确定每个批次的发送起始时间.

显然, 问题P满足以下最优化条件<sup>[1]</sup>.

**引理1** 问题P的一个最优集成方案具有以下性质:

- 1) 由相同机器生产的任何两个订单之间没有空闲;
- 2) 安排给相同机器生产的所有订单按最长生产时间优先原则(LPT)排序;
- 3) 未被转包的所有订单按生产完成顺序发送;
- 4) 每一批订单的发送均发生在该批订单中最后生产完成的订单的完工时间.

**引理2** 当订单转包方案给定时, 问题P的一个最优运输调度方案具有以下性质: 所有未被转包的订单组成 $z = \lceil n'/b \rceil$ 个批次进行发送. 第1个批次发送 $n' - (z-1)b$ 个订单, 其余 $z-1$ 个批次均发送 $b$ 个订单, 其中 $n'$ 为未被转包的订单数量.

利用上述引理, 建立问题P的数学模型. 模型的决策变量 $x_j = 1$ 表示订单 $j$ 被转包, 否则为0;  $y_{ij} = 1$ 表示订单 $j$ 由第 $i$ 台机器生产, 否则为0;  $z$ 表示发送的批次数. 此时, 问题P的数学模型表示为

$$\min \left\{ \sum_{j \in N} x_j s_j + \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} c_j y_{ij} + fz \right\}. \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in N} p_j y_{ij} + t \leq D, \quad \forall i \in M; \quad (2)$$

$$\sum_{i \in M} y_{ij} + x_j = 1, \quad \forall j \in N; \quad (3)$$

$$\sum_{i \in M} \sum_{j \in N} y_{ij} \leq bz, \quad x_j \in \{0, 1\}, y_{ij} \in \{0, 1\}; \quad (4)$$

$$z \geq 0 \text{ integer}, \quad \forall i \in M, \forall j \in N. \quad (5)$$

式(1)为目标函数式, 其中3项分别为转包成本、生产成本和运输成本; 约束(2)表示工厂生产的所有订单必须在交货期限内送至客户; 约束(3)表示所有订单需求均需要得到满足; 约束(4)为工厂的发送批次约束.

## 2 算法设计

当 $m = 1, f = t = 0$ 时, 文献[10]已经证明问题P是NP-hard的. 因此, 当 $m > 1, f > 0, t > 0$ 时, 问题P亦是NP-hard的. 本节分别为订单转包方案给定和未给定的情况设计启发式算法.

### 2.1 订单转包方案给定

对于订单数量为 $n$ 的问题P, 其共有 $2^n$ 个订单转包方案, 记这 $2^n$ 个订单转包方案组成的集合为 $\Omega$ .

当采用订单转包方案 $\delta \in \Omega$ 时, 本文设计了一种启发式算法HA-1以求解问题. 该算法的具体步骤如下.

**Step 1:** 记 $N_\delta$ 为未被转包的订单集合,  $N \setminus N_\delta$ 为被转包的订单集合,  $n_\delta$ 为 $N_\delta$ 中的元素数量. 将集合 $N_\delta$ 中的所有订单按LPT规则排序, 生成订单序列 $L$ .

**Step 2:** 按照由最先空闲机器生产(FAM)<sup>[13]</sup>的订单指派规则, 将序列 $L$ 中的所有订单依次指派给对应机器生产, 记该生产调度方案为 $\sigma$ .

**Step 3:** 若 $\sigma$ 满足约束(2), 则转至Step 4; 否则, 算法终止并返回无解.

**Step 4:** 令 $u = n_\delta - \lfloor n_\delta/b \rfloor b$ , 若 $u = 0$ , 则转至Step 5; 否则, 将 $N_\delta$ 中的所有订单按生产成本与转包成本之差最小者优先规则排序, 生成订单序列 $L'$ . 记

[ $l$ ]为序列  $L'$  中排在第  $l$  个位序的订单,  $\bar{N}_\delta$  为订单  $[1], \dots, [u]$  组成的集合. 枚举  $\bar{N}_\delta$  的所有  $2^u - 1$  个非空子集, 记  $\bar{N}_\delta^k$  为  $\bar{N}_\delta$  的第  $k$  个子集, 并计算

$$F(k) = \sum_{j \in \bar{N}_\delta^k} (c_j - s_j), k = 1, 2, \dots, 2^u - 1.$$

若所有的  $F(k) \leq 0$ , 则转至 Step 5; 否则, 将集合  $\bar{N}_\delta^{k^*}$  中的所有订单从  $N_\delta$  中取出并置于  $N \setminus N_\delta$  中. 其中  $k^*$  满足下式:

$$F(k^*) = \max\{F(k) | F(k) > 0, k = 1, 2, \dots, 2^u - 1\}.$$

从而得到一个新的订单转包方案  $\delta'$ , 算法终止并返回  $\delta'$ .

Step 5: 利用引理 2 得到一个运输调度方案, 记该运输调度方案为  $\varphi$ . 算法终止并返回由  $\delta, \sigma$  和  $\varphi$  组成的集成方案.

记采用生产调度方案  $\sigma$  生产集合  $N_\delta$  中所有订单的最大完工时间为  $C_{\max}(\sigma)$ .

**定理 1** 对于采用订单转包方案  $\delta$  的问题 P, 当  $D \geq C_{\max}(\sigma) + t$  时, 以下 3 个结论成立:

- 1) 算法 HA-1 不会返回无解;
- 2) 若算法 HA-1 返回一个订单转包方案  $\delta'$ , 则采用  $\delta'$  的最优集成方案优于采用  $\delta$  的最优集成方案;
- 3) 若算法 HA-1 返回一个集成方案, 则该集成方案为采用  $\delta$  的最优集成方案.

**证明** 当  $D \geq C_{\max}(\sigma) + t$  时, 生产调度方案  $\sigma$  显然能够满足约束 (2). 因此, 算法不会返回无解.

当  $u = 0$  时, 由引理 2 可知, 所有运输批次均发送  $b$  个订单, 因此, 每个订单分担的运输成本为  $f/b$ . 对于每个订单  $j, j \in N^*$ , 均满足不等式  $c_j + f/b < s_j$ , 因此,  $N^*$  中所有订单均无需转包. 算法可以得到采用  $\delta$  的最优集成方案.

当  $u > 0$  时, 由引理 2 可知, 除第 1 个运输批次发送  $u$  个订单外, 其余运输批次均发送  $b$  个订单. 显然, 只有第 1 个运输批次中  $u$  个订单的生产和运输总成本有可能高于这  $u$  个订单的转包总成本, 因此, 算法选择将生产成本与转包成本之差最小的  $u$  个订单组成第一个运输批次.

对于任意一个集合  $\bar{N}_\delta^k, k = 1, 2, \dots, 2^u - 1$ , 若  $\bar{N}_\delta^k$  中的所有订单不转包, 则完成这些订单的总成本为

$$C_1^k = \sum_{j \in \bar{N}_\delta^k} c_j + f;$$

若  $\bar{N}_\delta^k$  中所有订单均被转包, 则完成这些订单的总成本为

$$C_2^k = \sum_{j \in \bar{N}_\delta^k} s_j + \sum_{j \in \bar{N} \setminus \bar{N}_\delta^k} c_j + f.$$

因此,  $\bar{N}_\delta^k$  中所有订单被转包后, 总成本变化值为  $-F(k) = C_2^k - C_1^k$ . 若  $F(k) \geq 0$ , 则无需将  $\bar{N}_\delta^k$  中的所有订单转包; 否则, 将  $\bar{N}_\delta^k$  中的所有订单转包来降低成本. 通过枚举  $\bar{N}$  的所有非空子集可以得到更优的订单转包方案或得到采用  $\delta$  的最优集成方案.  $\square$

**定理 2** 当  $D < \frac{3m}{4m-1}C_{\max}(\sigma) + t$  时, 采用订单转包方案  $\delta$  的问题 P 无解.

**证明** 记采用最优生产调度方案  $\sigma^*$  生产  $N_\delta$  中所有订单最长完工时间为  $C_{\max}(\sigma^*)$ . 由文献 [14] 可知

$$\frac{C_{\max}(\sigma)}{C_{\max}(\sigma^*)} \leq \frac{4}{3} - \frac{1}{3m} \implies$$

$$C_{\max}(\sigma^*) \geq \frac{3m}{4m-1}C_{\max}(\sigma).$$

当  $D < C_{\max}(\sigma^*) + t$  时, 约束 (2) 不成立, 从而采用订单转包方案  $\delta$  的问题 P 无解. 因此, 若

$$D < \frac{3m}{4m-1}C_{\max}(\sigma) + t,$$

则采用订单转包方案  $\delta$  的问题 P 也无解.  $\square$

算法 HA-1 利用 LPT 规则和 FAM 规则高效地得到了一个较优的生产调度方案, 并采用引理 2 的结论得到订单转包方案给定下的最优运输调度方案, 这使得算法 HA-1 能够在多项式时间内对问题进行求解. 此外, 当  $C_{\max}(\sigma) \leq D - t$  时, 由定理 1 可知, 算法 HA-1 会得到采用  $\delta$  的最优集成方案或得到更优的订单转包方案; 当  $C_{\max}(\sigma) > \frac{4m-1}{3m}(D-t)$  时, 由定理 2 可知, 算法 HA-1 会准确判断出问题 P 无解; 而只有当  $D-t < C_{\max}(\sigma) \leq \frac{4m-1}{3m}(D-t)$  时, 才有可能出现采用  $\delta$  的问题 P 有解, 而算法 HA-1 给出了问题无解结论的情况. 因此, 算法 HA-1 可以在多项式时间内较好地解决订单转包方案给定下的问题 P.

## 2.2 订单转包方案未给定

**定理 3** 对于问题 P, 若  $c_j + f/b \geq s_j$ , 则订单  $j$  需要被转包,  $j \in N$ .

**证明** 在订单运送过程中, 每个批次最多发送  $b$  个订单. 当一个批次发送  $b$  个订单时, 每个订单分担的运输成本最低, 其值为  $f/b$ . 因此, 生产和运送订单  $j$  的成本以  $c_j + f/b$  为下界, 若  $c_j + f/b \geq s_j$ , 则订单  $j$  被转包不会提高完成订单  $j$  的总成本.  $\square$

本节设计了求解订单转包方案未给定情况的启发式算法 HA-2. 该算法利用定理 3 得到一个初始的订单转包方案, 在迭代过程中利用算法 HA-1 进行逐步优化, 从而得到一个满意的集成方案. 其具体步骤如下.

Step 1: 记  $N^*$  为被转包的订单集合,  $N \setminus N^*$  为未被转包的订单集合. 扫描集合  $N$  中所有订单, 将符合定理 3 的订单置于  $N^*$  中, 其余订单置于  $N \setminus N^*$  中.

Step 2: 采用算法 HA-1 计算  $N^*$  中所有订单被转

包的情况. 若算法 HA-1 返回无解, 则转至 Step 3; 若返回一个订单转包方案  $\delta'$ , 则转至 Step 4; 若返回一个集成方案, 则算法终止并返回该集成方案.

Step 3: 选取订单  $j^*$ ,  $j^*$  满足

$$s_{j^*} - c_{j^*} = \min\{s_j - c_j | j \in N^*\}.$$

将  $j^*$  从  $N^*$  中取出并置于  $N \setminus N^*$  中, 转至 Step 2.

Step 4: 清空  $N^*$  和  $N \setminus N^*$ , 并将  $\delta'$  中指定转包的所有订单置于  $N^*$  中, 不转包的所有订单置于  $N \setminus N^*$  中, 转至 Step 2.

由定理 1 可知, 算法 HA-1 可以得到比当前采用的订单转包方案更优的订单转包方案. 借助此特性, 算法 HA-2 通过迭代的方式利用算法 HA-1 更新当前订单转包方案, 以得到较优的集成方案. 算法 HA-1 在算法 HA-2 中至多被执行  $n$  次, 因此算法 HA-2 可以在多项式时间内得到问题的满意解.

### 3 仿真实验

下面采用本文提出的启发式算法分别对订单规模较小的算例和订单规模较大的算例进行求解, 以验证本文得到的结论及所提出算法的有效性.

首先, 考察以下订单规模较小的算例: 某个拥有 4 台机器的工厂需要完成某客户的 10 个订单, 与订单有关的参数见表 1. 每个批次最多可发送 2 个订单, 运输时间和运输成本分别为 10 和 12, 交货期限分别取 21, 22, 24 和 25. 工厂采用以下订单转包方案: 订单 1 被转包, 其余 9 个订单不转包. 分别采用算法 HA-1 和 IBM ILOG CPLEX 12.2 求解该算例, 结果如表 2 所示.

对于上述算例, 如图 1 所示, 按本文算法所得生产调度方案的最大完工时间为 15, 而最优的最大完工时间为 12.

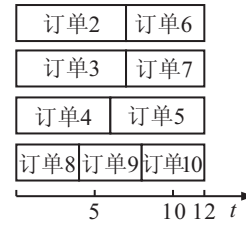
表 1 与订单有关的参数

订单	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
生产时间	7	7	7	6	6	5	5	4	4	4
生产成本	10	11	12	13	14	15	16	7	9	4
转包成本	9	24	26	27	27	29	33	23	23	19

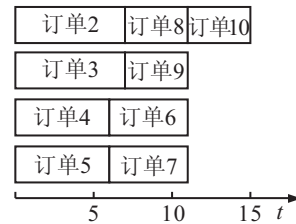
表 2 两种不同方法的比较结果(1)

交货期限	21	22	24	25
HA-1	无解	无解	无解	170
CPLEX	无解	170	170	170

时间为 12. 当  $D < \frac{4}{5} \times 15 + 10 = 22$  时, 两种方法均得到了问题无解的相同结论; 当  $D \geq 15 + 10 = 25$  时, 两种方法也均得到了问题的最优解. 显然, 定理 1 和定理 2 结论成立.



(a) 最优生产调度方案



(b) 算法 HA-1 采用的生产调度方案

图 1 两种生产调度方案示意图

以下考察订单规模较大的随机算例: 某个拥有 4 台机器的工厂需要完成某客户的 1000 个订单, 工厂到客户的运输时间和运输成本分别为 10 和 12. 通过随机方式生成以下数据: 每个批次最多可发送的订单数服从均匀分布  $U[5, 10]$ , 订单的转包成本服从  $U[10, 40]$ , 生产时间服从  $U[5, 25]$ , 生产成本服从  $U[5, 30]$ , 交货期限服从  $U[200, 1000]$ .

目前尚缺少相关研究报道, 本文仅采用 CPLEX 和算法 HA-2 对 10 组随机算例进行求解. 算法采用 Visual C++ 2005 实现, 计算机的硬件环境为 AMD Athlon II  $\times 2$  250, 4GB RAM, 计算结果如表 3 所示.

表 3 两种不同方法的比较结果(2)

算例	HA-2 计算结果 $R_1$	HA-2 计算时间 $T_1/s$	CPLEX 计算结果 $R_2$	CPLEX 计算时间 $T_2/s$	计算结果偏差率/%	计算时间偏差率/%
1	22 856	0.016	22 355	1.14	2.241	98.596
2	23 288	0.016	22 459	0.75	3.691	97.867
3	19 754	0.032	19 118	1.797	3.326	98.219
4	22 560	0.016	21 119	1.141	6.823	98.597
5	18 271	0.016	17 798	1.375	2.657	98.836
6	18 713	0.032	18 120	1.687	3.273	98.103
7	17 395	0.016	17 133	1.375	1.529	98.836
8	19 110	0.016	18 284	0.984	4.517	98.373
9	21 285	0.031	20 100	1.578	5.895	98.035
10	21 329	0.015	20 348	2.002	4.821	99.251

注: 计算结果偏差率 =  $(R_1 - R_2)/R_2 \times 100\%$ ; 计算时间偏差率 =  $(T_2 - T_1)/T_2 \times 100\%$ .

由表3可知, 对于10组不同算例, 算法HA-2能够在较短的时间内得到满意的解, 具体表现为: 与利用CPLEX求解得到的最优解相比, 算法HA-2能够在计算时间缩短约98%的情况下得到偏差约4%的较优解. 正如上文所述, 算法HA-1利用问题的最优化条件和排序规则实现了订单转包方案给定下问题的高效求解, 而算法HA-2又利用迭代执行算法HA-1的方法通过更新转包方案以寻找满意的集成方案, 这使得算法HA-2能够在较短的时间内得到问题的满意解.

#### 4 结 论

本文研究了考虑转包的平行机供应链排序问题, 通过协同优化订单转包、生产调度和分批运输调度, 以得到在计划期限内完成所有订单总成本最小的集成方案. 对订单转包方案给定的情况和订单转包方案未给定的情况, 本文利用解的最优化条件分别设计了启发式算法, 并通过仿真实验验证了算法的有效性. 本文研究的问题中尚未考虑每个订单的交货期限不同、重量不同等情况, 这些值得进一步研究.

#### 参考文献(References)

- [1] Chen Zhilong. Integrated production and outbound distribution scheduling: Review and extensions[J]. *Operations Research*, 2010, 58(1):130-148.
- [2] Hall N G, Potts C N. Supply chain scheduling: Batching and delivery[J]. *Operations Research*, 2003, 51(4): 566-584.
- [3] 陈荣军, 唐国春. 平行机的供应链排序[J]. *系统科学与数学*, 2010, 30(2): 274-282.  
(Chen R J, Tang G C. Supply chain scheduling with parallel machines[J]. *J of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2010, 30(2): 274-282.)
- [4] Chen Zhilong, Vairaktarakis G L. Integrated scheduling of production and distribution operations[J]. *Management Science*, 2005, 51(4): 614-628.
- [5] 蒋大奎, 李波. 基于混合禁忌搜索算法的供应链排序问题[J]. *机械工程学报*, 2011, 47(20): 53-59.  
(Jiang D K, Li B. Supply chain scheduling based on hybrid taboo search algorithm[J]. *Chinese J of Mechanical Engineering*, 2011, 47(20): 53-59.)
- [6] 蒋大奎, 李波, 谭佳音. 一类求解订单分配和排序问题的集成优化算法[J]. *控制与决策*, 2013, 28(2): 217-222.  
(Jiang D K, Li B, Tan J Y. Integrated optimization approach for order assignment and scheduling problem[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 217-222.)
- [7] Hall N G, Potts C N. The coordination of scheduling and batch deliveries[J]. *Annual of Operations Research*, 2005, 135(1): 41-64.
- [8] Chen Zhilong, Pundoor G. Order assignment and scheduling in a supply chain[J]. *Operations Research*, 2006, 54 (3): 555-572.
- [9] 蒋大奎, 李波. 基于禁忌搜索的平行机多工厂供应链调度[J]. *中国机械工程*, 2012, 23(6): 688-693.  
(Jiang D K, Li B. Multi-plant supply chain scheduling with parallel machines based on taboo search algorithm[J]. *China Mechanical Engineering*, 2012, 23(6): 688-693.)
- [10] Chen Zhilong, Li Chunglun. Scheduling with subcontracting options[J]. *IIE Transactions*, 2008, 40(12): 1171-1184.
- [11] 陈荣军, 张峰, 唐国春. 平行机及自由作业的排序与转包[J]. *系统工程学报*, 2011, 26(5): 649-655.  
(Chen R J, Zhang F, Tang G C. Scheduling with subcontracting options under parallel and open-shop machines[J]. *J of Systems Engineering*, 2011, 26(5): 649-655.)
- [12] 陈荣军, 唐国春. 同类机下的供应链排序及转包策略[J]. *系统科学与数学*, 2012, 32(1): 53-61.  
(Chen R J, Tang G C. Supply chain scheduling with subcontracting options under uniform machines[J]. *J of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2012, 32(1): 53-61.)
- [13] Lee Chungyee, Vairaktarakis G L, Minimizing makespan in hybrid flowshops[J]. *Operations Research Letters*, 1994, 16(3): 149-158.
- [14] Pinedo M L. *Scheduling: Theory, algorithm, and systems*[M]. New York: Springer, 2012.

(责任编辑: 孙艺红)