

四旋翼无人机 L_1 自适应块控反步姿态控制器设计

甄红涛, 齐晓慧, 李杰, 苏立军, 田庆民

(军械工程学院 无人机工程系, 石家庄 050003)

摘要: 针对四旋翼无人机的姿态控制问题, 提出一种 L_1 自适应块控反步控制方法. 将四旋翼姿态运动模型转化为一类多输入多输出不确定非线性系统的形式; 根据该系统严格反馈的结构特点, 对外回路设计了块控反步控制器; 针对内回路存在的外部干扰和内部参数摄动等不确定性, 引入 L_1 自适应控制思想补偿其影响. 稳定性分析表明闭环系统内所有信号一致有界. 仿真和姿态稳定实验验证了所提控制策略的有效性和鲁棒性.

关键词: 四旋翼; 姿态控制; L_1 自适应控制; 块控反步法; 不确定性

中图分类号: V249

文献标志码: A

Quadrotor UAV L_1 adaptive block backstepping attitude controller

ZHEN Hong-tao, QI Xiao-hui, LI Jie, SU Li-jun, TIAN Qing-min

(Department of UAV Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China. Correspondent: ZHEN Hong-tao, E-mail: zhenhot@163.com)

Abstract: An L_1 adaptive block backstepping attitude controller is proposed for the attitude control problem of a quadrotor UAV. The attitude kinematical model of quadrotor is translated into a class of multi-input multi-output uncertain nonlinear system. According to the strict feedback architecture of the system, the block backstepping controller is designed for the out-loop subsystem. In order to compensate the influence of the existing uncertainties of exterior disturbances and interior parameters perturbation in the inner-loop subsystem, the L_1 adaptive control algorithm is introduced. The stability analysis shows that the closed-loop system signals are uniformly bounded. The simulation and attitude stabilization experiments show the effectiveness and robustness of the proposed control architecture.

Key words: quadrotor; attitude control; L_1 adaptive control; block backstepping; uncertainty

0 引言

近年来, 四旋翼无人机的自主飞行控制得到了国内外研究人员的广泛关注^[1-2]. 四旋翼的姿态决定其飞行轨迹, 因此姿态控制器的设计是自主飞行控制的核心. 四旋翼的姿态运动模型具有明显的非线性, 且易受外界空气动力、系统未建模项和参数摄动等不确定性的影响. 针对这类具有不确定性的非线性系统, 目前主要有两种处理手段: 1) 进行线性化, 运用线性系统理论设计控制器; 2) 运用非线性控制技术直接设计控制器. 在第1)种方法中, 反馈线性化技术在四旋翼飞行控制中得到了广泛应用^[3], 但反馈线性化通常要求系统的状态方程完全已知, 且大多数非线性系统的逆模型很难求得. 在非线性控制方法中, 反步法在飞行控制系统设计中得到越来越多的应用^[4-5]. 该方法不以线性化为目标, 而是以镇定和跟踪为目的, 在抵消系统非线性和补偿不确定性方面具有较强的

灵活性. 在不确定系统中运用反步控制技术时, 最关键的问题是对系统未知的不确定性进行估计和补偿. 文献[6-7]引入了神经网络对非线性严反馈系统的不确定性进行了自适应估计; 文献[8]针对含有周期性干扰的非线性系统设计了自适应模糊反步控制器; 文献[9]通过引入鲁棒函数补偿系统不确定性的影响. 然而, 上述方法都是针对单输入单输出(SISO)系统的, 不能直接扩展到多输入多输出(MIMO)的情形. 为此, 文献[10]设计了带有自适应参数近似的块控反步飞行控制器; 文献[11]针对参数不确定非线性MIMO系统设计了块控反步控制器; 文献[12]对参数自适应律进行了改进, 解决了块控反步中的计算膨胀问题. 这些文献主要考虑了参数不确定性, 且只分析了自适应控制算法的稳定性. Cao和Hovakimyan提出了 L_1 自适应控制理论^[13-14], 该方法将控制回路与估计回路分离, 在保证系统稳定性的基础上, 根据参考

收稿日期: 2013-03-28; 修回日期: 2013-11-08.

作者简介: 甄红涛(1986-), 男, 博士生, 从事非线性系统自适应控制的研究; 齐晓慧(1962-), 女, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制与飞行控制等研究.

系统保证系统的动态性能指标,并具有一定的鲁棒裕度。

本文针对存在外部干扰和内部未建模项等不确定性的四旋翼姿态系统,以反步控制为基础,结合 L_1 自适应控制思想,提出一种新的控制策略。通过分析四旋翼姿态运动模型,将被控对象转化为含有不确定性的 MIMO 严格反馈非线性系统的形式。首先,假定不确定性完全已知,设计了块控反步控制器,该方法避免了姿态角之间的解耦,便于控制器的设计;然后,针对内回路角速度子系统未知时变不确定性,引入 L_1 自适应控制器进行估计和补偿,保证了控制器的实现,以及系统的动态性能指标和鲁棒裕度,利用 Lyapunov 稳定性理论证明了系统对参考输入的跟踪误差收敛到零的一个小邻域内;最后,通过仿真和物理实验验证了所设计控制器的跟踪性能。

1 四旋翼姿态模型

四旋翼姿态运动学方程为^[15]

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中: ϕ 、 θ 、 ψ 分别为滚转角、俯仰角和偏航角; p 、 q 、 r 分别为 3 个姿态角的旋转角速度。

四旋翼绕机体坐标轴的转动方程为

$$J \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中: $J \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为四旋翼的转动惯量矩阵,由其对称性可知, $J = \text{diag}(J_x, J_y, J_z)$; L, M, N 为四旋翼所受合外力矩沿机体坐标轴的 3 个分量。

由四旋翼空气动力学分析,四旋翼无人机在空中主要受以下力矩影响^[4]:

$$\begin{cases} L = L_R + L_D + \Delta_L + L_d, \\ M = M_R + M_D + \Delta_M + M_d, \\ N = N_R + N_D + \Delta_N + N_d. \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{bmatrix} L_R \\ M_R \\ N_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lk_L(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ lk_L(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ k_Q(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix}$$

为旋翼升力力矩, k_L 为升力系数, ω_i 为旋翼转速, l 为电机轴到四旋翼重心的垂直距离, k_Q 为反扭矩系数; $[\Delta_L \ \Delta_M \ \Delta_N]^T$ 为忽略掉的未建模项, $[L_d \ M_d \ N_d]^T$ 为外部干扰力矩,

$$[L_D \ M_D \ N_D]^T = [k_{Dx}p \ k_{Dy}q \ k_{Dz}r]^T$$

为空气阻力力矩, (k_{Dx}, k_{Dy}, k_{Dz}) 分别为机体坐标系三轴方向上的空气阻力系数。

综上,四旋翼的姿态动态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta, \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi, \\ \dot{\psi} = (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta, \\ \dot{p} = a_1qr + b_1k_L(\omega_2^2 - \omega_4^2) + c_1p + \Delta_1, \\ \dot{q} = a_2pr + b_2k_L(\omega_3^2 - \omega_1^2) + c_2q + \Delta_2, \\ \dot{r} = a_3qr + b_3k_Q(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) + c_3r + \Delta_3. \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} a_1 = \frac{J_y - J_z}{J_x}, \\ a_2 = \frac{J_z - J_x}{J_y}, \\ a_3 = \frac{J_x - J_y}{J_z}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{l}{J_x}, \\ b_2 = \frac{l}{J_y}, \\ b_3 = \frac{1}{J_z}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1 = \frac{k_{Dx}}{J_x}, \\ c_2 = \frac{k_{Dy}}{J_y}, \\ c_3 = \frac{k_{Dz}}{J_z}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta_1 = \frac{\Delta_L + L_d}{J_x}, \\ \Delta_2 = \frac{\Delta_M + M_d}{J_y}, \\ \Delta_3 = \frac{\Delta_N + N_d}{J_z}; \end{cases}$$

令

$$x_1 = [\phi \ \theta \ \psi]^T, \quad x_2 = [p \ q \ r]^T;$$

$$u = \begin{bmatrix} k_L(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ k_L(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ k_Q(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix}.$$

则四旋翼姿态动态模型可转化为 MIMO 严格反馈非线性系统状态方程形式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + b_1(x_1)x_2, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + b_2(x_1, x_2)u. \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$f_1 = 0_3, \quad b_1 = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix},$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} a_1qr + c_1p + \Delta_1 \\ a_2pr + c_2q + \Delta_2 \\ a_3pq + c_3r + \Delta_3 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}.$$

下文以系统(5)为研究对象进行控制器设计.

2 控制器设计

2.1 控制器总体结构

四旋翼姿态控制的任务是设计控制律,使得在存在不确定性的情况下,系统的输出能够跟踪输入指令信号,并满足一定的性能指标.控制器由外回路块控反步控制器和内回路 L_1 自适应控制器组成,如图1所示.

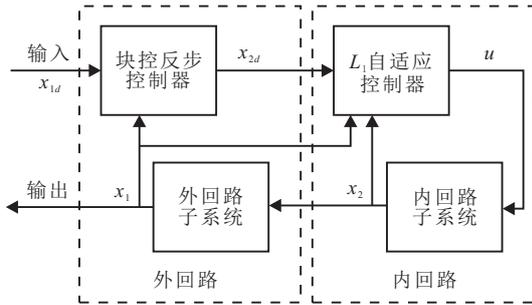


图1 四旋翼姿态控制器结构

外回路根据输入的姿态角指令信号 x_{1d} ,由块控反步控制器得到外回路子系统理想控制律 x_{2d} ;内回路采用 L_1 自适应控制器对系统中的不确定性进行估计和补偿,得到实际控制律 u ,控制内回路子系统跟踪 x_{2d} ;内回路子系统的输出 x_2 作为虚拟控制量控制外回路子系统,实现对姿态角指令信号 x_{1d} 的跟踪.

2.2 块控反步控制器设计

Step 1 考虑系统(5)的外回路子系统

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + b_1(x_1)x_2. \quad (6)$$

令角度指令信号 $x_{1d} = [\phi_r \ \theta_r \ \psi_r]^T$,引入新的误差状态向量 $\tilde{x}_1 = x_1 - x_{1d} \in \mathbf{R}^3$,选择系统的理想控制律

$$x_{2d} = -b_1^{-1}(k_1\tilde{x}_1 + f_1 - \dot{x}_{1d}), \quad (7)$$

其中 $k_1 > 0$ 为设计参数.选取Lyapunov函数

$$V_1 = \frac{1}{2}\tilde{x}_1^T\tilde{x}_1, \quad (8)$$

对其求导,并将理想控制量 x_{2d} 代入,得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \tilde{x}_1^T\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_1^T(f_1 + b_1x_2 - \dot{x}_{1d}) = \\ & \tilde{x}_1^T [f_1 - b_1b_1^{-1}(f_1 - \dot{x}_{1d} + k_1\tilde{x}_1) - \dot{x}_{1d}] = \\ & -k_1\tilde{x}_1^T\tilde{x}_1 = -k_1\|\tilde{x}_1\|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

由Lyapunov稳定性理论可知,若能够控制 $x_2 = x_{2d}$,则子系统(6)稳定.

Step 2 考虑系统(5)的内回路子系统

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + b_2(x_1, x_2)u. \quad (10)$$

引入误差状态向量 $\tilde{x}_2 = x_2 - x_{2d} \in \mathbf{R}^3$,选择系统理想控制律

$$u_d = -b_2^{-1}(k_2\tilde{x}_2 + f_2 + b_1^T\tilde{x}_1 - \dot{x}_{2d}), \quad (11)$$

其中 $k_2 > 0$ 为设计参数.选取Lyapunov函数

$$V_2 = \frac{1}{2}\tilde{x}_1^T\tilde{x}_1 + \frac{1}{2}\tilde{x}_2^T\tilde{x}_2, \quad (12)$$

对其求导,并将理想控制量 u_d 代入,得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \tilde{x}_1^T(b_1\tilde{x}_2 - k_1\tilde{x}_1) + \tilde{x}_2^T(f_2 + b_2u_d - \dot{x}_{2d}) = \\ & -k_1\tilde{x}_1^T\tilde{x}_1 + \tilde{x}_1^Tb_1\tilde{x}_2 - k_2\tilde{x}_2^T\tilde{x}_2 - \tilde{x}_2^Tb_1^T\tilde{x}_1 = \\ & -k_1\|\tilde{x}_1\|^2 - k_2\|\tilde{x}_2\|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

由Lyapunov稳定性理论可知,控制律取式(13)时,可实现系统(5)的渐近稳定.

然而,内回路理想控制律 u_d 中含有未知的不确定性 f_2 ,因此该控制律不能实现,需要对内回路子系统进行改进,引入 L_1 自适应控制律对系统中的不确定性进行补偿.

2.3 L_1 自适应控制器设计

将内回路子系统(10)转化为MIMO线性时变系统的一般形式

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + \rho(t)x(t)) + \sigma(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (14)$$

其中: $A = 0_{3 \times 3}$, $B = b_2$, $C = I_{3 \times 3}$ 为已知常值矩阵; u 为控制信号; $\rho(t) = \text{diag}(c_1J_x/l \ c_2J_y/l \ c_3J_z/l)$ 为未知时变参数矩阵; y 为系统输出;

$$\sigma(t) = \begin{bmatrix} a_1qr + \Delta_1 \\ a_2pr + \Delta_2 \\ a_3qr + \Delta_3 \end{bmatrix}$$

为未知时变干扰向量,包括系统内部未建模项和外部干扰力矩.

为了便于控制器的设计与分析,下面给出需满足的假设条件,并分析其合理性.

假设1 未知参数和干扰一致有界,即存在已知紧凸集 Θ 和 Δ ,使得^[16]

$$\rho(t) \in \Theta, \ \sigma(t) \in \Delta, \ \forall t \geq 0.$$

假设2 未知参数和干扰连续可导且一阶导数一致有界,即存在有界常数 d_ρ 和 d_σ ,使得

$$\sqrt{\text{tr}(\dot{\rho}^T(t)\dot{\rho}(t))} \leq d_\rho < \infty,$$

$$\|\dot{\sigma}(t)\|_2 \leq d_\sigma < \infty, \ \forall t \geq 0.$$

由 $\rho(t)$ 和 $\sigma(t)$ 的表达式可知,不确定性主要受机体惯量、气动参数和外部气流扰动的影响,在飞行器飞行过程中,这些因素通常是比较平稳的,不存在剧烈变化,因此假设是合理的.

L_1 自适应控制目标是设计自适应状态反馈控制律,使其保证系统的输出 $y(t)$ 能够跟踪理想系统

$M(s)$ 对有界连续参考输入信号 $r(t)$ 的瞬态和稳态响应, 并保证所有信号有界. 其中: $M(s) = H_0(s)K_g(s)$; $H_0(s) = C(sI - A_m)^{-1}B$; K_g 为常值前馈增益矩阵, 用来保证系统的稳态误差为零.

L_1 自适应控制器由两部分组成

$$u(t) = u_m(t) + u_{ad}(t). \quad (15)$$

其中: $u_m(t) = -K_m x(t)$ 为静态反馈部分, 状态反馈增益矩阵 K_m 使得 $A_m = A - BK_m$ 为 Hurwitz 矩阵, 以保证系统稳定性和期望性能指标; $u_{ad}(t)$ 为自适应部分, 用来补偿不确定性的影响.

L_1 自适应控制器由状态预测器、自适应律和控制律组成^[17].

1) 状态预测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_m \hat{x}(t) + B(u(t) + \hat{\rho}(t)x(t)) + \hat{\sigma}(t), \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t). \end{cases} \quad (16)$$

其中: $\hat{x} \in \mathbf{R}^n$, $\hat{\rho}(t) \in \mathbf{R}^{m \times n}$, $\hat{\sigma}(t) \in \mathbf{R}^m$ 分别为 $x(t)$, $\rho(t)$ 和 $\sigma(t)$ 的估计值; $\hat{x}(0) = x(0)$.

2) 自适应律

$$\begin{cases} \dot{\hat{\rho}}(t) = \Gamma \text{Proj}(\hat{\rho}(t), -(\tilde{x}^T(t)PB)^T x^T(t)), \\ \dot{\hat{\sigma}}(t) = \Gamma \text{Proj}(\hat{\sigma}(t), -(\tilde{x}^T(t)PB)^T). \end{cases} \quad (17)$$

其中: $\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x(t)$; $\Gamma \in \mathbf{R}^+$ 为自适应增益; $P = P^T > 0$ 为 Lyapunov 方程 $A_m^T P + PA_m = -Q$ 的解; Q 为任意对称正定矩阵; $\text{Proj}(\cdot, \cdot)$ 为投影算子, 用来保证估计值 $\hat{\rho}(t)$ 和 $\hat{\sigma}(t)$ 在相应数集范围内^[18].

3) 控制律

$$\begin{cases} u(s) = -C(s)(\hat{\eta}(s) - K_g r(s)), \\ \dot{\hat{\eta}}(t) = \hat{\rho}(t)x(t) + \hat{\sigma}(t). \end{cases} \quad (18)$$

其中: $\hat{\eta}(s)$, $r(s)$, $\hat{\sigma}(s)$ 分别为 $\hat{\eta}(t)$, $r(t)$, $\hat{\sigma}(t)$ 的 Laplace 变换; $C(s) \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为稳定严真传递函数矩阵, 且其直流增益 $C(0) = I_{m \times m}$.

L_1 自适应控制器必须满足 L_1 增益稳定必要条件^[19]

$$\|G(s)\|_{L_1} L < 1. \quad (19)$$

其中: $G(s) = H(s)(I - C(s))$, $H(s) = (sI - A_m)^{-1}B$, $L = \max_{\rho \in \Theta} \|\rho\|_{L_1} = \max_i \left(\sum_j |\rho_{ij}| \right)$.

L_1 自适应控制器结构如图 2 所示.

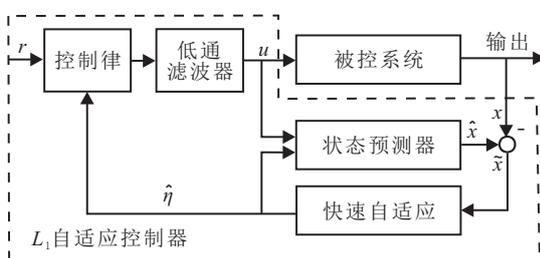


图 2 L_1 自适应控制器结构

3 稳定性分析

定义跟踪误差 $e = x_1 - x_{1d}$, 对 e 求导, 并将外回路系统式 (6) 代入, 得跟踪误差动态

$$\dot{e} = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = f_1 + b_1 x_2 - \dot{x}_{1d}. \quad (20)$$

定义预测误差 $\hat{e} = \hat{x}_2 - x_2$, 对 \hat{e} 求导, 并将式 (16) 代入, 得预测误差动态

$$\dot{\hat{e}} = \dot{\hat{x}}_2 - \dot{x}_2 = A_m \hat{e} + B(\tilde{\rho} x_2 + \tilde{\sigma}). \quad (21)$$

其中: $\tilde{\rho} = \hat{\rho} - \rho$ 和 $\tilde{\sigma} = \hat{\sigma} - \sigma$ 为估计误差, 其误差动态分别为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\rho}} = \dot{\hat{\rho}} - \dot{\rho} = \\ \Gamma \text{Proj}(\hat{\rho}(t), -(\tilde{x}^T(t)PB)^T x^T(t)) - \dot{\rho}, \\ \dot{\tilde{\sigma}} = \dot{\hat{\sigma}} - \dot{\sigma} = \\ \Gamma \text{Proj}(\hat{\sigma}(t), -(\tilde{x}^T(t)PB)^T) - \dot{\sigma}. \end{cases} \quad (22)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V = V_1 + V^* = \frac{1}{2} e^T e + \hat{e}^T P \hat{e} + \frac{1}{\Gamma} \text{tr}(\tilde{\rho}^T \tilde{\rho}) + \frac{1}{\Gamma} (\tilde{\sigma}^T \tilde{\sigma}). \quad (23)$$

V 对时间求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e^T \dot{e} + \dot{\hat{e}}^T P \hat{e} + \hat{e}^T P \dot{\hat{e}} + \frac{2}{\Gamma} \text{tr}(\tilde{\rho}^T \dot{\tilde{\rho}}) + \frac{2}{\Gamma} (\tilde{\sigma}^T \dot{\tilde{\sigma}}) = \\ & -k_1 \|e\|^2 + \hat{e}^T (A_m^T P + P A_m) \hat{e} + \\ & 2\hat{e}^T P B \tilde{\rho} x_2 + 2\hat{e}^T P B \tilde{\sigma} + \frac{2}{\Gamma} \text{tr}(\tilde{\rho}^T \dot{\tilde{\rho}}) + \\ & \frac{2}{\Gamma} (\tilde{\sigma}^T \dot{\tilde{\sigma}}) - \frac{2}{\Gamma} \text{tr}(\tilde{\rho}^T \dot{\rho}) - \frac{2}{\Gamma} (\tilde{\sigma}^T \dot{\sigma}) \leq \\ & -k_1 \|e\|^2 - \hat{e}^T Q \hat{e} - \frac{2}{\Gamma} \text{tr}(\tilde{\rho}^T \dot{\rho}) - \frac{2}{\Gamma} (\tilde{\sigma}^T \dot{\sigma}) \leq \\ & -\hat{e}^T Q \hat{e} + \frac{2}{\Gamma} |\text{tr}(\tilde{\rho}^T \dot{\rho}) + (\tilde{\sigma}^T \dot{\sigma})|. \end{aligned} \quad (24)$$

假设 $V^* \geq \rho_m / \Gamma$, 其中

$$\begin{aligned} \rho_m = & \frac{4\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} (d_\rho \max_{\rho \in \Theta} (\text{tr} \sqrt{\rho^T \rho}) + \\ & d_\sigma \max_{\sigma \in \Delta} \|\sigma\|_2) + 4(\max_{\rho \in \Theta} (\text{tr}(\rho^T \rho)) + \\ & \max_{\sigma \in \Delta} (\sigma^T \sigma)), \end{aligned} \quad (25)$$

即

$$\begin{aligned} V^* = & \hat{e}^T P \hat{e} + \frac{1}{\Gamma} \text{tr}(\tilde{\rho}^T \tilde{\rho}) + \frac{1}{\Gamma} (\tilde{\sigma}^T \tilde{\sigma}) \geq \\ & \frac{4\lambda_{\max}(P)}{\Gamma \lambda_{\min}(Q)} (d_\rho \max_{\rho \in \Theta} (\text{tr} \sqrt{\rho^T \rho}) + \\ & d_\sigma \max_{\sigma \in \Delta} \|\sigma\|_2) + \frac{4}{\Gamma} (\max_{\rho \in \Theta} (\text{tr}(\rho^T \rho)) + \\ & \max_{\sigma \in \Delta} (\sigma^T \sigma)). \end{aligned} \quad (26)$$

投影算子 $\text{Proj}(\cdot, \cdot)$ 保证 $\rho(t) \in \Theta$, $\sigma(t) \in \Delta$, 因此下式成立:

$$\begin{aligned} & \max_{t \geq 0} (\text{tr}(\tilde{\rho}^T \tilde{\rho}) + \tilde{\sigma}^T \tilde{\sigma}) \leq \\ & 4(\max_{\rho \in \Theta} (\text{tr}(\rho^T \rho)) + \max_{\sigma \in \Delta} (\sigma^T \sigma)). \end{aligned} \quad (27)$$

由式(26)和(27),得

$$\begin{aligned} & \hat{e}^T P \hat{e} \geq \\ & \frac{4\lambda_{\max}(P)}{\Gamma \lambda_{\min}(Q)} (d_\rho \max_{\rho \in \Theta} (\text{tr}(\sqrt{\rho^T \rho})) + d_\sigma \max_{\sigma \in \Delta} \|\sigma\|_2). \end{aligned} \quad (28)$$

由文献[19]中定理A.2可知

$$\begin{aligned} & \hat{e}^T Q \hat{e} \geq \lambda_{\min}(Q) \hat{e}^T P \hat{e} \lambda_{\max}(P) \geq \\ & \frac{4}{\Gamma} (d_\rho \max_{\rho \in \Theta} (\text{tr}(\sqrt{\rho^T \rho})) + d_\sigma \max_{\sigma \in \Delta} \|\sigma\|_2). \end{aligned} \quad (29)$$

由假设1和假设2可知

$$\begin{aligned} & |\text{tr}(\tilde{\rho}^T \tilde{\rho}) + \tilde{\sigma}^T \tilde{\sigma}| \leq \\ & 2(d_\rho \max_{\rho \in \Theta} (\text{tr}(\sqrt{\rho^T \rho})) + d_\sigma \max_{\sigma \in \Delta} \|\sigma\|_2). \end{aligned} \quad (30)$$

将式(29)和(30)代入式(24),得

$$\dot{V}(t) \leq \dot{V}^*(t) \leq 0. \quad (31)$$

假设 $\|e(0)\|_2 \leq d_e < \infty$, d_e 为一有界常数,且 $\hat{e}(0) = 0$, 则

$$\begin{aligned} V(0) = & \\ & \frac{1}{2} \|e(0)\|_2^2 + \frac{1}{\Gamma} \text{tr}(\tilde{\rho}^T \tilde{\rho}) + \frac{1}{\Gamma} (\tilde{\sigma}^T \tilde{\sigma}) \leq \\ & \frac{1}{2} d_e^2 + \frac{4}{\Gamma} (\max_{\rho \in \Theta} (\text{tr}(\Theta^T \Theta)) + \max_{\sigma \in \Delta} (\sigma^T \sigma)) \leq \\ & \frac{1}{2} d_e^2 + \frac{\rho_m}{\Gamma}. \end{aligned} \quad (32)$$

因此,由式(31)可知

$$V(t) \leq \frac{1}{2} d_e^2 + \frac{\rho_m}{\Gamma}, \quad \forall t \geq 0, \quad (33)$$

即系统内所有信号均有界,系统是稳定的.且由

$$\|e\|_2^2 \leq V(t) \leq \frac{1}{2} d_e^2 + \frac{\rho_m}{\Gamma}, \quad (34)$$

得系统对指令信号的跟踪误差 e 收敛于零的一个邻域

$$\|e\|_2 \leq \sqrt{\frac{1}{2} d_e^2 + \frac{\rho_m}{\Gamma}}. \quad (35)$$

由式(35)可以看出,通过调整参数的值可以调节收敛域的大小.

4 仿真和实验结果

4.1 仿真结果

以某型四旋翼无人机为控制对象,在Matlab中建立仿真模型对控制效果进行验证,仿真模型参数如表1所示.

表1 仿真模型参数

| 参数 | 数值 | 单位 |
|-------|-----------------------|-------------------|
| m | 0.8750 | kg |
| l | 0.3300 | m |
| J_x | 0.0080 | kg·m ² |
| J_y | 0.0080 | kg·m ² |
| J_z | 0.0200 | kg·m ² |
| k_L | 3.13×10^{-5} | N·s ² |
| k_Q | 3.13×10^{-5} | N·s ² |

仿真过程中,选择静态增益反馈矩阵、低通滤波器、正定矩阵和自适应增益分别为

$$K_m = \begin{bmatrix} 1/41.25 & 0 & 0 \\ 0 & 1/41.25 & 0 \\ 0 & 0 & 1/50 \end{bmatrix},$$

$$C(s) = \frac{500}{s + 500} I_{3 \times 3},$$

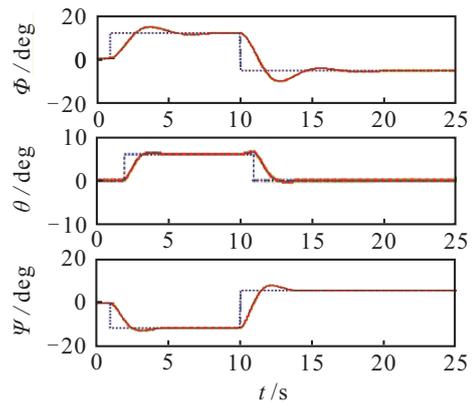
$$Q = I_{3 \times 3}, \Gamma = 10000.$$

为检验控制效果和鲁棒性,分别设计了两种条件下的仿真.仿真条件1中假设系统不含参数摄动和干扰,即 $\rho(t) = 0_{3 \times 3}$, $\sigma(t) = 0_3$; 仿真条件2中令

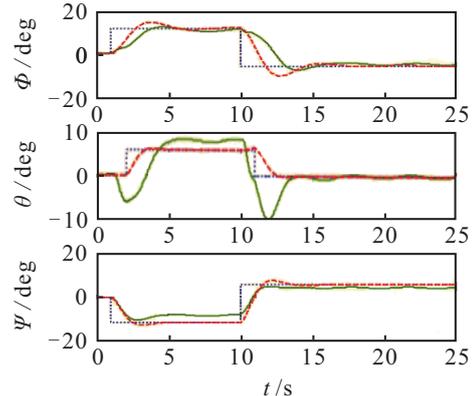
$$\rho(t) = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$\sigma(t) = \begin{bmatrix} -1.5qr + 0.1 + 0.5 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \\ 1.5pr + 0.1 + 0.5 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \\ 0.1 + 0.5 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \end{bmatrix}.$$

仿真中还设计了理想参考模型响应和不带自适应环节的常规块控反步控制器作为对比,得到的仿真结果如图3和图4所示.其中:点线表示理想参考模型,实线表示常规块控反步控制器,虚线表示含有 L_1 自适应内环的块控反步控制器.



(a) 不含不确定性时的角度输出



(b) 含有不确定性时的角度输出

图3 仿真得到的系统角度输出

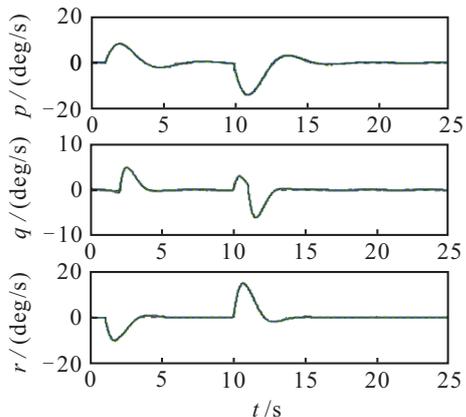


图 4 内环角速度子系统输出

从图 3(a) 可以看出, 在系统不含不确定性的情况下, 两种控制器均能很好地跟踪指令信号, 收敛速度、稳态误差等性能指标均能满足系统要求, 两种控制器的控制效果差别不大。

从图 3(b) 可以看出, 在系统含有参数摄动和外部干扰等不确定性的情况下, 采用常规块控反步控制器得到的角度输出具有较大的稳态误差和较慢的收敛速度, 而含有 L_1 自适应内环的块控反步控制器得到的角度输出与图 3(a) 不含不确定性的输出相当。表 2 为输出角度的均方误差, 从表 2 中可以看出, 在系统存在不确定性的情况下, 含有 L_1 自适应环节的块控反步控制器的性能指标有明显提高。

表 2 系统输出的均方误差

| states | block backstepping | block backstepping with L_1 |
|----------|--------------------|-------------------------------|
| ϕ | 24.5225 | 15.1140 |
| θ | 11.2011 | 1.3131 |
| ψ | 11.4646 | 10.1949 |

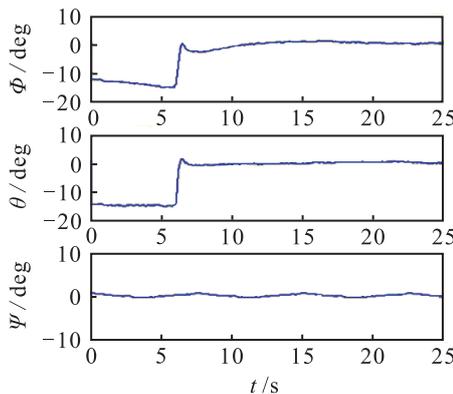
图 4 为内环角速度子系统在 L_1 自适应控制器控制下的输出和理想系统 $M(s)$ 的输出。从图 4 中可以看出, 在系统含有不确定性的情况下, L_1 自适应控制器能够补偿不确定性对系统的影响, 保证被控对象与理想系统具有一致跟踪响应。该仿真结果表明, L_1 自适应控制器具有很好的鲁棒性和跟踪性能。

4.2 实验结果

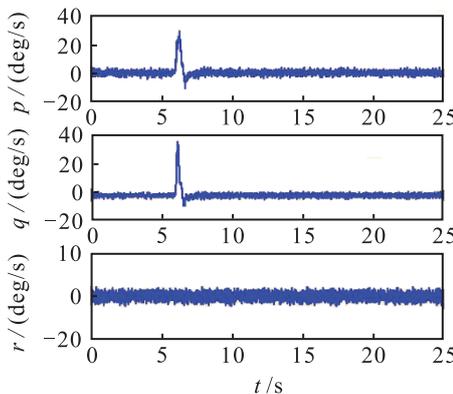
为验证所提出的控制策略的实际控制效果, 搭建了四旋翼飞行器姿态控制实验平台。实验过程中保持四旋翼偏航角不变, 设定初始姿态为: $\phi = -12^\circ, \theta = -15^\circ, \psi = 0^\circ$; 期望姿态为: $\phi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \psi = 0^\circ$ 。实验结果如图 5 所示。

从图 5 可以看出, 姿态角 ϕ 和 θ 的稳态误差小于 1° , 角速度 p 和 q 保持在 $\pm 3^\circ/s$ 的范围内, r 保持在 $\pm 5^\circ/s$ 的范围内。仿真结果表明所设计控制器对外部干扰和测量误差具有较好的鲁棒性。

实验中有很多不确定性因素, 如万向节的摩擦力和惯性测量单元的测量误差。图 5(a) 中 ψ 的波动是由



(a) 实验测得的角度



(b) 实验测得的角速度

图 5 实验测得的飞行器姿态

电子罗盘的测量误差造成的; 图 5(b) 中角速度的波动是由机体振动所致。

5 结 论

本文针对一类与四旋翼无人机姿态模型相似的严反馈多输入多输出不确定非线性系统, 提出了一种 L_1 自适应块控反步控制方法。将系统分为外回路子系统和内回路子系统, 对外回路设计了块控反步控制器, 对包含不确定性的内回路子系统引入 L_1 自适应控制器来估计和补偿不确定性的影响。仿真结果表明 L_1 自适应控制器能够保证系统的瞬态和稳态性能与理想参考系统一致。实验结果表明, 所设计的 L_1 自适应块控反步控制器在系统存在不确定性的情况下, 能够实现四旋翼姿态的稳定控制, 且具有良好的性能指标和较强的鲁棒性。

参考文献(References)

- [1] Guilherme V, Manuel G, Francisco R. An integral predictive/nonlinear H_∞ control structure for a quadrotor helicopter[J]. Automatica, 2010 (46): 29-39.
- [2] Guilherme V, Manuel G, Francisco R. Backstepping/ H_∞ control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle[C]. Proc of the American Control Conf. Seattle, 2008: 3356-3361.
- [3] Zhou F, Zhang Z, Liang J, et al. Feedback linearization and continuous sliding mode control for a quadrotor UAV[C].

- Proc of the 27th Chinese Control Conf. Kunming, 2008: 349-353.
- [4] Ashfaq A, Wang D B. Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6DOF quadrotor helicopter[J]. Chinese J of Aeronautics, 2008(21): 261-268.
- [5] Guenard N, Hamel T, Mahony R. A practical visual servo control for an unmanned aerial vehicle[J]. Robotics, 2008, 24(2): 331-340.
- [6] Chen W S, Jiao L C, Li J, et al. Adaptive NN backstepping output-feedback control for stochastic nonlinear strict-feedback systems with time-varying delays[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics PART B: Cybernetics, 2010, 40(3): 939-950.
- [7] Chen W S, Li W, Miao Q G. Backstepping control for periodically time-varying systems using high-order neural network and Fourier series expansion[J]. ISA Transactions, 2010(49): 283-292.
- [8] Chen W S, Jiao L C, Li R H, et al. Adaptive backstepping fuzzy control for nonlinearly parameterized systems with periodic disturbances[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2010, 18(4): 674-685.
- [9] 胡云安, 晋玉强, 李海燕. 非线性系统鲁棒自适应反演控制[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 45-52.
(Hu Y A, Jin Y Q, Li H Y. Robustness of adaptive backstepping control for nonlinear system[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010: 45-52.)
- [10] 曹立佳, 张胜修, 刘毅男, 等. 带有自适应参数近似的块控反步飞行控制器设计[J]. 航空学报, 2011, 32(12): 2259-2267.
(Cao L J, Zhang S X, Liu Y N, et al. Flight controller design using adaptive parameter approximation block backstepping[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(12): 2259-2267.)
- [11] Chang Yaote. Block backstepping control of MIMO systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(5): 1191-1197.
- [12] 周丽, 姜长生. 改进的非线性鲁棒自适应动态面控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 938-943.
(Zhou L, Jiang C S. Improved robust and adaptive dynamic surface control for nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2008, 23(8): 938-943.)
- [13] Cao C Y, Hovakimyan N. Design and analysis of a novel L_1 adaptive controller, Part I: Control signal and asymptotic stability[C]. American Control Conf. Minnesota, 2006: 3397-3402.
- [14] Cao C Y, Hovakimyan N. Design and analysis of a novel L_1 adaptive controller, Part II: Guaranteed transient performance[C]. American Control Conf. Minnesota, 2006: 3403-3408.
- [15] Lara D, Romero G, Sanchez A, et al. Robustness margin for attitude control of a four rotor mini-rotorcraft: Case of study[J]. Mechatronics, 2010(20): 143-152.
- [16] Cao C Y, Hovakimyan N. Design and analysis of a novel L_1 adaptive control architecture with guaranteed transient performance[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(2): 586-591.
- [17] Cao C Y, Hovakimyan N. L_1 adaptive controller for multi-input multi-output systems in the presence of unmatched disturbances[C]. Proc of the American Control Conf. Seattle, 2008: 4105-4110.
- [18] Pomet J B, Praly L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992(37): 729-740.
- [19] Hovakimyan N, Cao C Y. L_1 adaptive control theory: guaranteed robustness with fast adaptation[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010: 17-20.

(责任编辑: 齐 霖)